BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
LXI
B
30
NAPOLI

LXI. P. 90 -

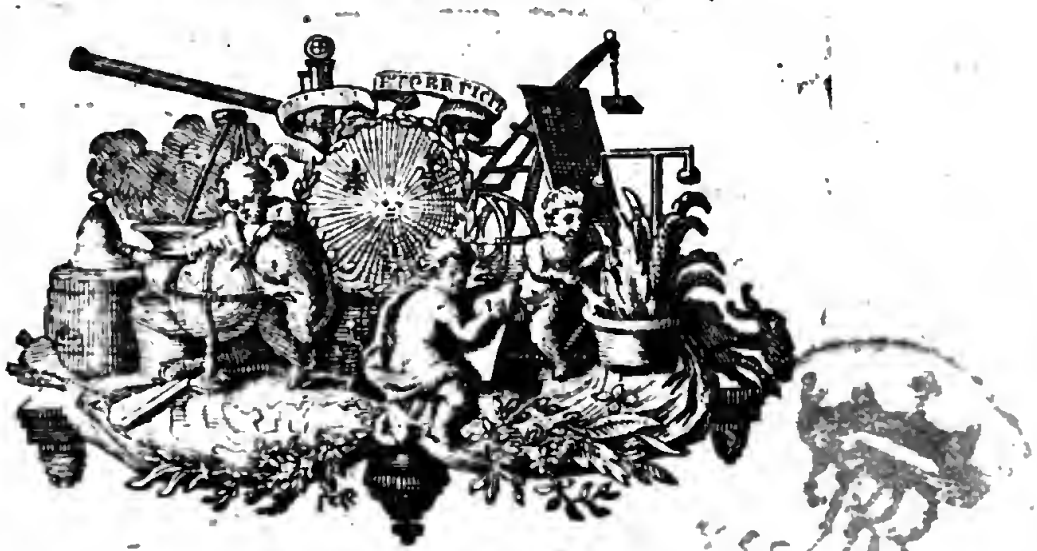
NAPOLI

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNE'E M. DCCXXII.

Avec les Memoires de Mathematique & de Phyſique, pour la même Année.

Tirez des Regiſtres de cette Academie.



A AMSTERDAM,
Chez PIERRE DE COUP, Marchand Libraire dans le Kalverſtraat.

M. DCCXXVII.

NAPOLI

TABLE
POUR
L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

SUr les Cornes d'Ammon. Page 1
Sur un Secret pour éteindre le feu dans les Incendies. 7
Diverſes Obſervations de Phyſique generale. 10

ANATOMIE.

Sur des Os devenus Chairs. 9
Sur les Cataractes des Yeux. 21
Diverſes Obſervations Anatomiques. 25

TABLE.

CHIMIE.

Sur les Vegetations Chimiques. 43
Sur les Supercheries de la Pierre Philoſophale. 52

BOTANIQUE.

Sur le Noſtoch. 78
Sur la Vanille. 81

ALGEBRE.

Sur la Reſolution des Equations déterminées de tous les Degrés. 88

GEOMETRIE.

Sur les Courbes conſiderées exactement comme Courbes ou comme Polygones infinis. 103
Sur une Difficulté qui regarde l'Iſochroniſme de la Cycloïde. 115

ASTRONOMIE.

Sur la Parallaxe de Mars & de Venus. 125
Sur la Recherche des Longitudes en Mer. 133
Obſervation Aſtronomique. 150

ME-

TABLE.

MECHANIQUE.

Sur la Reflexion des Corps. 152
Machines approuvées par l'Academie en 1722. 169

Eloge de M. COUPLET. 172
Eloge de M. MERY. 179.
Eloge de M. VARIGNON. 189

TABLE
POUR
LES MEMOIRES.

OBſervations ſur differents Meteores de l'Année 1721. Par M. MARALDI. Page 1
Recherches Phyſico-Mathematiques ſur la Reflexion des Corps. Par M. DE MAIRAN. 7
Obſervation ſur la Rupture des tendons qui s'inſerent au Talon, que l'on nomme Tendons d'Achille. Par M. PETIT. 68
Reflexions ſur les Obſervations Aſtronomiques faites par le P. Feuillée, *Mathematicien du Roi, à* Marſeille *pendant l'Année* 1720. Par M. CASSINI. 76
Des Supercheries concernant la Pierre Philoſophale. Par M. GEOFFROY l'Aîné. 81
Eclairciſſement ſur une Difficulté propoſée aux Mathematiciens par M. le Chevalier DE LOUVILLE. Par M. SAURIN. 94
Memoire ſur la Vegetation des Sels. Par M. PETIT Medecin. 129
Obſervation Anatomique & Pathologique ſur les Chûtes qui cauſent une Luxation de la Cuiſſe, dont les Auteurs n'ont point écrit. Par M. PETIT. 159

Obſer-

Obſervations ſur la Vegetation du Noſtoch. Par M. DE REAUMUR. 165
Eclairciſſement ſur une difficulté de Statique propoſée à l'Academie. Par M. le Chevalier de LOUVILLE. 174
Reflexions ſur les Experiences d'une nouvelle maniere d'éteindre le feu, qui furent faites à l'Hôtel Royal des Invalides le Jeudi 10. *Decembre* 1722. Par M. DE REAUMUR. 194
Reflexions ſur la maniere d'éteindre le feu par le moyen d'une Poudre. Par M. GEOFFROY le Cadet. 211
Obſervations ſur des Sacs membraneux pleins d'Hydatides ſans nombre, attachés à pluſieurs Viſceres du bas Ventre, & découverts par l'ouverture d'un Cadavre. Par M. MORAND. 215
Obſervation de l'Eclipſe de Lune, faite le 28. *Juin après minuit* 1722. Par M. MARALDI. 224
Obſervation de l'Eclipſe de Lune du 29. *Juin* 1722. *faite à l'Obſervatoire Royal en preſence de S. E. Monſeigneur le Cardinal de* Polignac. Par M. CASSINI. 229
Suite de l'Etabliſſement de nouveaux caracteres de Plantes. Par M. VAILLANT. 233
De la Parallaxe de Mars. Par M. MARALDI. 293
Pluſieurs Obſervations ſur une maladie des Os nouvellement connuë. Par M. PETIT. 311
De l'origine & de la formation d'une ſorte de pierre figurée que l'on nomme Corne d'Ammon. Par M. DE JUSSIEU. 319
Remarques ſur la methode de M. Tournefort. Par M. VAILLANT. 331
Traité des progreſſions arithmetiques de tous les degrés

degrés à l'infini. Par M. DE LAGNY. 363
*Explication de l'enfoncement apparent d'un grand Clou dans le Cerveau par les narines. Conformation particuliere du Crane d'un Sauvage de l'*Amerique Septentrionale. *Observations Osteologiques. Avertissement sur un Memoire de* 1720. Par M. WINSLOW. 441
Observation de l'Eclipse de Soleil du 8. *Decembre* 1722. *faite en presence du Roi.* Par Mrs. CASSINI & MARALDI. 453
Experiences qui expliquent & déterminent la cause qui fait élever les dissolutions des Sels sur les bords des vases pour y former des vegetations salines. Par M. PETIT Medecin. 456
Détermination Geographique de l'Isle de Corse. Par M. MARALDI. 482
Addition au Memoire sur le Toisé des Voutes, &c. imprimé à la fin des Memoires de l'Academie Royale des Sciences de l'année 1719. Par M. SENE'S. 493
Fautes à corriger dans le Memoire sur le Toisé des Voutes, imprimé à la fin du volume de 1719. 522
Fautes à carriger dans les Memoires de 1719. 524
Fautes à corriger dans les Memoires de 1720. Ibid.
Fautes à corriger dans les Memoires de 1721. 526

HISTOIRE

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXXII.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR LES CORNES D'AMMON.

* LES Cornes d'Ammon ſont un genre de Pierres figurées. Elles ſont tournées en Spirale ou Volute, dont tous les tours ſont poſés ſur un même plan, comme le peuvent être ceux d'une Corne de Belier. Les parties de la Volute groſſiſſent toujours à meſure qu'elles s'éloignent du centre. Les Cornes de Jupiter Hammon reſſembloient peut-être à celles d'un Belier, du moins c'étoient des Cornes; de plus les Pierres dont nous parlons venoient ordinairement de la *Libye*,

* V. les M. p. 319.

où ce Dieu avoit un Temple fameux, delà les Anciens les ont appellées Cornes d'Ammon. Elles étoient d'une figure trop ſinguliére pour n'avoir pas quelque vertu conſiderable, elles donnoient des ſonges myſterieux, ou la faculté de les interpreter.

Elles ſont fort differentes entr'elles. Leur Volute fait plus ou moins de tours; quelquefois elle eſt toute d'une ſeule piéce, quelquefois elle paroît être de pluſieurs qui ſont comme articulées & emboîtées enſemble, & même il arrive que ces piéces ſe ſéparent aiſément en ces endroits-là. Ces eſpeces d'articulations marquées ſur la ſurface de ces Pierres reçoivent aſſés de differences. Hors delà la ſurface eſt auſſi differemment canelée ou godronée. A ranger ces Pierres ſous des eſpeces par rapport à toutes ces differences, & à raſſembler toutes celles que l'on connoît, ſoit par les Cabinets des Curieux, ſoit par les deſcriptions & les figures des Auteurs d'Hiſtoire Naturelle, M. de *Juſſieu* croit qu'on en peut compter juſqu'à cent eſpeces.

Souvent ces Pierres ſont mêlées de quelque ſubſtance metallique; il y en a qui paroiſſent preſque toutes dorées, leur vertu en étoit apparemment plus grande chés les Anciens.

Il n'eſt plus queſtion des jeux de la Nature pour expliquer toutes ces ſortes de petrifications, la Phyſique eſt ſortie de l'enfance. Les Cornes d'Ammon ont été moulées, reſte à ſavoir où. On a déja reconnu qu'une ou deux eſpeces l'ont été dans des coquilles de Nautile.

Le

Le Nautile eſt un Poiſſon teſtacée, dont la Coquille eſt tournée en Volute pareille en general à celles des Cornes d'Ammon. Cet Animal eſt appellé *Nautile*, parce que dans le mouvement progreſſif qu'il a ſur la mer, il eſt le Nautonnier, dont ſa Coquille eſt le Vaiſſeau; il a une induſtrie particuliere pour la faire voguer comme il veut, par le moyen de deux eſpeces d'Avirons naturels, dont il ſe ſert fort adroitement. On le trouve dans la Mer *Adriatique*, & dans quelques autres endroits de la Mediterranée, & par cette raiſon il a été connu des Anciens Naturaliſtes.

Cet ancien Nautile a ſa coquille toute d'une piéce, ou ſans articulations, mais les Modernes en connoiſſent d'autres dont la coquille eſt articulée; on ne les trouve que dans les Mers des *Indes*. Dans cette ſeconde eſpece il y a encore cette particularité qu'aux endroits des articulations la capacité interieure de la coquille eſt coupée par des cloiſons perpendiculaires à la coquille, & percées dans leur milieu par un trou toûjours plus grand à meſure que les cloiſons s'éloignent davantage du centre de la Volute, & ſont auſſi par conſequent plus grandes; & de plus il paſſe par tous ces trous un Canal que les cloiſons appuyent, & qui regne dans tout le milieu de l'interieur de la coquille. Comme les Cellules formées par les cloiſons ſont toûjours plus grandes, auſſi-bien que toutes les piéces de l'édifice, il paroît que le Poiſſon à meſure qu'il a crû a paſſé d'une plus petite Cellule dans une plus grande, par un canal plus

grand, & qu'il a toûjours laiſſé vuide, & inutile une plus grande partie de ſon habitation.

Les cloiſons ſont articulées avec la coquille, auſſibien que les parties de la coquille entr'elles, & la mechanique de ces articulations eſt differente.

La coquille eſt compoſée de deux lames, l'exterieure & l'interieure. Les cloiſons ne s'articulent qu'avec l'interieure, & ces articulations la caracteriſent. L'exterieure eſt ſtriée, ou godronée, ou ondée &c.

On conçoit aſſés par cette legere deſcription que les Nautiles que nous appellons de la 2de eſpece par rapport à l'ancien Nautile, doivent faire pluſieurs eſpeces differentes. M. de *Juſſieu* en ayant eu heureuſement trois entre les mains, trouva que trois eſpeces de Cornes d'Ammon s'y rapportoient ſi parfaitement qu'il ne douta point qu'elles n'euſſent été moulées dans des coquilles de ces Nautiles.

Ce qui ſemble mettre la choſe hors de doute, c'eſt une Corne d'Ammon qu'il a trouvée en *baſſe Normandie*, où ſe voit encore une bonne partie du teſt de la coquille fortement attachée à la pierre, & incorporée avec elle.

Aux deux eſpeces de Nautiles, où l'on avoit reconnu que pouvoient s'être moulées des Cornes d'Ammon, M. de *Juſſieu* en ayant ſûrement ajoûté trois, il ſe croit maintenant en droit d'en tirer la conſequence generale, que toutes les Cornes d'Ammon ſe ſont moulées dans des Nautiles, & d'autant plus qu'il voit que toutes les eſpeces

eſpeces de ces Pierres connuës ou décrites n'ont que des differences qui doivent naturellement ſe trouver dans le genre de ces Poiſſons.

Selon ce que nous avons dit des deux lames de la coquille des Nautiles de la 2de eſpece generale, il ſera aiſé de reconnoître ſi la pierre aura été moulée dans le creux de l'une ou de l'autre lame, car ſi elle l'a été dans le creux de l'interieure elle portera l'empreinte des articulations des cloiſons avec cette lame ; ſi elle l'a été dans le creux de la lame exterieure elle portera l'empreinte des articulations des piéces de cette lame entr'elles, des ſtries de ſa ſurface, &c.

Si la penſée de M. *Juſſieu* eſt vraye, il y a autant d'eſpeces de Nautiles que de Cornes d'Ammon, & par conſequent le nombre des eſpeces de Nautiles encore inconnues eſt bien grand par rapport au nombre des eſpeces connues.

De celles-ci nous n'avons dans nos Mers que le Nautile dont la coquille eſt d'une piéce. Elle eſt en même temps ſi mince qu'on appelle ce Nautile *papyracée*. Tous les autres connus ne ſont que dans les Mers des *Indes*, & apparemment les inconnus auſſi.

Cependant il ſe trouve en *France*, en *Angleterre*, en *Suiſſe*, en *Allemagne* un très-grand nombre de Cornes d'Ammon qui ſe rapportent aux eſpeces de Nautiles des Mers éloignées. Après tout ce qui a été dit dans les Volumes précedens ſur diverſes petrifications, il eſt aiſé de ſentir la con-

cluſion où M. de *Juſſieu* veut venir. Les Mers des *Indes* ont donc couvert toute l'*Europe*. Ces grandes revolutions, dont nous n'avons plus d'exemples, ſi peu vraiſemblables, horſmis pour les Philoſophes, ſont de jour en jour plus atteſtées par des monumens authentiques, & par des eſpeces d'Hiſtoires écrites de la main même de la Nature.

SUR UN SECRET

Pour éteindre le feu dans les Incendies.

IL s'étoit répandu un bruit, confirmé même par les Nouvelles publiques, que l'on avoit trouvé le ſecret d'éteindre les Incendies en jettant ſur le feu une Poudre qui cauſoit une détonation, & que l'experience en avoit été faite en *Saxe* avec un plein ſuccès. Les Phyſiciens, qui doivent naturellement être les plus incredules ſur ces ſortes de merveilles, ſont cependant ceux qui les rejettent avec le moins de mépris, & qui apportent le plus de diſpoſition favorable à les examiner, ils ſavent mieux que le reſte des hommes quelle eſt la vaſte étenduë de ce qui nous eſt inconnu dans la Nature. M. *Geoffroi* le cadet chercha quelle pouvoit être cette Poudre capable d'éteindre le feu.

Les Chimiſtes ont éprouvé que le Souffre

[1] V. les Mem. p. 94. & 211.

fre dépouillé de ſon Acide ne brûle plus, les Sels ſervent donc à produire la flame; d'un autre côté cependant ils y nuiſent, car du bois floté, dont une grande partie des ſels ont été diſſous, & emportés par l'eau, s'allume beaucoup plus vîte, & brûle mieux que du bois neuf. Il reſte dans le bois floté aſſez de ſels intimement unis à ſes ſouffres pour les rendre inflammables, les ſels perdus & diſſipez n'auroient fait qu'empêcher la promptitude & la vivacité de l'inflammation. Ainſi les ſels devoient être propres à l'effet qu'on demandoit.

D'ailleurs la détonation qui accompagnoit l'operation de la Poudre ne pouvoit être produite que par la rarefaction de quelque matiere, qui cauſoit dans l'air une exploſion d'où naiſſoit le bruit. Cet air ſubitement & violemment écarté du lieu où eſt la flame, la peut éteindre en deux manieres, 1. en la ſouflant comme on ſoufle une Bougie, 2. par une eſpece de vuide qu'il laiſſe à l'entour, car on ſait que la flame ne peut ſubſiſter dans le Recipient de la Machine Pneumatique, d'où l'air a été pompé.

M. *Geoffroy* ne doutoit pas que pour rendre l'exploſion de l'air plus bruſque & plus vive il ne lui falût oppoſer quelque reſiſtance, & par conſequent enfermer dans quelque Boîte, qui pût cependant être crevée, la matiere qui devoit ſe rarefier. Il ſongeoit à environner en même temps cette Boîte de matieres alkalines, qu'il jugeoit les plus propres à éteindre & à noircir du charbon allumé; elles ſe ſeroient diſperſées de tou-

tes parts ſur tout ce qui étoit en feu. Il ne reſtoit plus que le choix & de ces matieres, & de celle qui devoit faire l'exploſion dans la Boîte; mais des Etrangers qui avoient le veritable ſecret l'apporterent à *Paris*, & comme ils en alloient faire une experience publique, M. *Geoffroy* l'attendit, & ceſſa de deviner.

On verra dans le Memoire de M. de *Reaumur* tout le détail de cette experience, qui fut vûe par un aſſez grand nombre de bons yeux. Au milieu d'un Baril plein d'eau eſt une Boîte de fer blanc pleine de Poudre à canon, on roule le Baril dans le lieu de l'incendie, on met le feu à la Boîte de poudre par une fuſée, auſſitôt la Boîte & le Baril crevent, l'eau s'élance de toutes parts à la ronde, & l'incendie ceſſe.

Cette invention eſt ſimple, & cependant elle raſſemble fort ingenieuſement toutes les manieres dont le feu peut être éteint. Il ſe fait une grande commotion d'air, capable d'éteindre le feu en le ſouflant & en diſſipant la flame, la ſubite rarefaction de l'air cauſe auſſi une eſpece de vuide, où la flame ceſſe, enfin l'eau qui jaillit de tous côtés eſt en même temps diviſée en une infinité de petits jets fins & déliés, de ſorte que les ſurfaces enflâmées ſur quoi elle tombe ſont attaquées en toutes leurs parties à la fois, ce que ne feroit pas un gros jet d'eau pouſſé par une Pompe, qui n'attaqueroit qu'un ſeul endroit, ou n'en attaqueroit pluſieurs que ſucceſſivement; de plus ce gros jet verſeroit peut-être ſur chacun plus d'eau qu'il ne ſeroit neceſſaire, au lieu

que

que toute celle des petits jets eſt employée utilement.

Par cette legere idée de la nouvelle invention on peut à peu près juger des effets qu'il eſt permis d'en attendre, & des occaſions où elle conviendra. Il faut que l'embraſement ſoit dans un lieu bas, il ſeroit ſouvent impraticable, & toûjours trop long de porter le baril au haut d'une Maiſon. Il faut que le lieu ſoit clos pour la plus grande partie, autrement la rarefaction ſubite de l'air ne ſerviroit preſque de rien. Il ne faut pas que le feu ait eû le temps de prendre violemment à de groſſes piéces de bois, telles que des Poutres, ou des Solives, les petits jets d'eau ne ſeroient plus ſuffiſants, & quand la ſuperficie d'une Poutre embraſée s'éteindroit dans le moment, elle ſe rallumeroit le moment d'après; mais il eſt vrai qu'on auroit toûjours un moment où le lieu ſeroit plus acceſſible. C'eſt principalement à rendre ce lieu acceſſible dans le commencement d'un Incendie, que l'Invention peut être d'uſage, ſuppoſé d'ailleurs les circonſtances néceſſaires.

On y a ajoûté en *Allemagne* d'impregner l'eau de matieres propres à éteindre le feu. M. le Prince de *Heſſe* en a envoyé la Recette à M. le Cardinal *du Bois*, qui l'a donnée à l'Académie. Il eſt bon que toutes les Inventions utiles au Public, on ſe picque de les perfectionner à l'envi des Inventeurs mêmes.

DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

AUX environs de *S. Paul de Léon* en *baſſe Bretagne*, il y a ſur le bord de la Mer un Canton qui avant l'an 1666. étoit habité, & ne l'eſt plus à cauſe d'un ſable qui le couvre juſqu'à une hauteur de plus de 20. pieds, & qui d'année en année s'avance & gagne du terrain. A compter de l'époque marquée il a gagné plus de 6. lieües, & il n'eſt plus qu'à une demie lieue de *S. Paul*, deſorte que ſelon toutes les apparences il faudra abandonner la Ville. Dans le pays ſubmergé on voit encore quelques pointes de Clochers, & quelques Cheminées qui ſortent de cette Mer de ſable; les Habitans des Villages enterrés ont eû du moins le loiſir de quitter les Maiſons, pour aller mandier.

C'eſt le Vent d'Eſt ou de Nord-Eſt qui avance cette calamité, il éleve ce ſable qui eſt très-fin, & le porte en ſi grande quantité & avec tant de viteſſe, que M. *Deſlandes*, à qui l'Academie doit cette obſervation, dit qu'en ſe promenant en ce pays-là, pendant que le Vent charioit, il étoit obligé de ſecoüer de temps en temps ſon Chapeau & ſon Habit, parce qu'il les ſentoit appeſantis. De plus, quand le Vent eſt violent il jette ce ſable par deſſus un petit bras

bras de Mer jusque dans *Roscof*, petit Port assez frequenté par les Vaisseaux étrangers. Le sable s'éleve dans les ruës de cette Bourgade jusqu'à deux pieds, & on l'enleve par charretées. On peut remarquer en passant qu'il y a dans ce sable beaucoup de parties ferrugineuses, qui se reconnoissent au Couteau aimanté.

L'endroit de la Côte qui fournit tout ce sable est une Plage qui s'étend depuis *S. Paul* jusque vers *Plouescat*, c'est-à-dire un peu plus de 4. lieues, & qui est presqu'au niveau de la Mer lorsqu'elle est pleine. La disposition des lieux est telle qu'il n'y a que le Vent d'Est ou de Nord-Est qui ait la direction necessaire pour porter le sable dans les Terres. Il est aisé de concevoir comment le sable porté & accumulé par le Vent en un endroit est repris ensuite par le même Vent, & porté plus loin, & qu'ainsi le sable peut avancer en submergeant le pays, tant que la miniere qui le fournit en fournira de nouveau, car sans cela le sable en avançant diminueroit toûjours de hauteur, & cesseroit de faire du ravage. Or il n'est que trop possible que la Mer jette ou dépose encore long-temps de nouveau sable dans cette plage d'où le Vent l'enleve; il est vrai qu'il faut qu'il soit toûjours aussi fin pour être aisément enlevé.

Ce désastre est nouveau, parce que la plage qui fournit le sable n'en avoit pas encore une assez grande quantité pour s'élever audessus de la surface de la Mer, ou peut-être parce que la Mer n'a abandonné cet endroit, & ne l'a laissé découvert que depuis un temps. Elle a eû quelque mou-

vement ſur cette Côte, elle vient preſentement dans le flux une demi-lieuë en-deçà de certaines Roches qu'elle ne paſſoit pas autrefois.

Ce malheureux Canton inondé d'une façon ſi ſinguliere juſtifie ce que les Anciens & les Modernes rapportent des tempêtes de ſable excitées en *Afrique*, qui ont fait perir des Villes, & même des Armées.

M. *Deſlandes* a remarqué qu'un inconvenient general du Sable de mer, c'eſt d'être inutile à tout. On ne peut pas même en ſabler des Allées de Jardin à cauſe de ſa grande fineſſe. Quand il eſt une fois ſec, il s'éleve trop, & non-ſeulement il rend la promenade déſagréable, mais il va gâter les fleurs & les fruits des Arbres.

II.

Une des grandes incommodités des voyages de long cours, c'eſt que l'eau douce qu'on a embarquée dans le Navire ſe gâte, qu'il s'y met des Vers, & qu'il eſt très-deſagréable & quelquefois preſque impoſſible d'en boire.

Ces Vers ne viennent point du bois des Tonneaux, il s'en trouve auſſi dans l'eau des Jarres, qui ſont de grands pots de terre.

L'eau qui s'eſt corrompuë redevient bonne, parce que les Vers ont peri, mais elle ſe corrompt encore enſuite, & il y reparoît des Inſectes d'une autre eſpece. En trois mois l'eau peut ſe corrompre & ſe remettre juſqu'à trois ou quatre fois, & à chaque fois qu'elle ſe corrompt, toûjours de nouvelles eſpeces d'Inſectes.

Des eaux priſes en differens lieux ſont plus

plus ou moins ſujettes à cet inconvenient.

Certainement elles contenoient les Oeufs d'où tous ces Vers ſont éclos, les uns plus tardifs que les autres ſelon les differentes eſpeces. En general ils ont tous beſoin de chaleur, & ſans compter celle des Climats par où nous paſſons dans preſque tous nos voyages de long cours, il y en a toûjours une très-conſiderable à fond de calle, où la plus grande partie de l'eau douce a été embarquée. M. *Deſlandes*, d'après qui nous parlons, a éprouvé à *Breſt* qu'au bout de trois ſemaines qu'un Vaiſſeau eſt armé la chaleur eſt ſi grande à fond de calle, que le Thermometre y eſt plus élevé qu'au jour d'Eté le plus chaud qu'on ait en ce Port. Auſſi les Matelots ne peuvent-ils travailler en ce lieu-là que nuds, & une demi-heure ſeulement. Les Oeufs des Inſectes ne peuvent donc manquer d'y éclorre, & ce qui fortifie encore cette preuve, c'eſt que l'eau des Officiers contenuë dans des Jarres qu'on met entre deux Ponts, produit moins de Vers que celle des Equipages, qui eſt dans des Barriques à fond de calle.

Il y auroit bien des experiences à faire ſur le plus ou le moins de facilité que differentes Eaux auront à ſe corrompre, ſur les differentes eſpeces d'Inſectes qui ſe ſuccedent, ſur les intervalles de leurs generations, &c. Et M. *Deſlandes* a fait quelques-unes de ces experiences ſur differentes eaux de *Breſt*, mais ſi elles ne ſont pas de ſimple curioſité, du moins ſont-elles moins utiles que deux moyens qu'il a trouvez d'empêcher la generation des Inſectes.

1. Après avoir bien lavé la Barrique avec de l'eau chaude, il faut y brûler un morceau de ſouffre, comme on fait dans les Barriques de Vin de *Bordeaux* deſtiné pour les Pays du Nord. On verſe l'eau dans la Barrique ſouffrée, & M. *Deſlandes* en a gardé ſix mois qui ne s'eſt pas gâtée.

2. Il ne faut que jetter dans la Barrique pleine de ſon eau une très-petite quantité d'Eſprit de Vitriol.

M. *Deſlandes* aſſûre que des Vaiſſeaux ſe ſont déja ſervis avec ſuccès de ces deux précautions.

Il convient qu'elles ſeroient inutiles, ſi on pouvoit rendre l'eau de la Mer potable. La difficulté n'eſt pas ſelon lui de la deſſaler, comme l'on croit communément, c'eſt de lui ôter une graiſſe, une onctuoſité amere, très-desagréable au goût, & mal ſaine. Elle vient, non d'un Bitume diſſous, car ces prétenduës minieres de Bitume ne ſe trouvent point dans la Mer, mais d'une infinité de matieres pourries, Bois, Plantes, Poiſſons morts, Cadavres. Un limon huileux enduit toûjours les bords de la Mer, & les rend ſi gliſſants qu'on a de la peine à s'y ſoûtenir.

III.

M. *Alexandre* Chirurgien, Correſpondant de M. de *Mairan*, a écrit de la *Louiſiane* où il eſt, ſur une nouvelle ſorte de Cire qui ſe trouve en ce Pays-là. Il n'eſt point beſoin que des Abeilles la ramaſſent, ni que nous la tenions de leur induſtrie. Il y a à la *Louiſiane* un Arbre qui croît à la hauteur de nos Ceriſiers, qui a le port du Myrthe,

the, & dont les feuilles ont auſſi à peu près la même odeur ; on fait bouillir dans de l'eau ſa Graine, qui eſt mûre en Automne, on remuë le tout de temps en temps, & on ramaſſe une ſubſtance graſſe qui vient à ſurnager, c'eſt la Cire dont il s'agit. Une livre de Graine en rend plus de deux Onces, & cette Graine eſt ſi commune qu'un homme ſeul en peut cueillir aiſément 15. livres en un jour.

Pluſieurs perſonnes de la *Louiſiane* ont appris par des Eſclaves ſauvages de la *Caroline*, qu'on n'y brûloit point d'autre Bougie que celle qui ſe fait de cette Cire. Dans les Pays fort chauds où de la Chandelle de ſuif ſe fondroit par la grande chaleur, il eſt ſans comparaiſon plus commode d'avoir de la Bougie, & celle-là ſeroit à bon marché, & toute portée dans les climats de l'*Amerique* qui en auroient beſoin.

Cette Graine eſt ordinairement chargée d'une belle couleur de Lacque, & en l'écraſant ſimplement avec les doits, ils en demeurent teints, mais il y a une ſaiſon pour cela. M. *Alexandre* en a tiré une teinture auſſi vive que celle de la Lacque des *Indes Orientales*.

Il y a plus, cette même Graine a un uſage medicinal très-conſiderable. La liqueur où la Graine a bouilli, & d'où l'on a tiré la Cire, ayant été coulée, & évaporée en conſiſtence d'Extrait, M. *Alexandre* a trouvé que cet Extrait arrêtoit les Dyſſenteries les plus opiniâtres, & qui avoient reſiſté même à l'Ipecacuanha. La *Louiſiane* eſt fort ſujette à ces ſortes de maladies, & ce

ſeroit

ſeroit une préſomption qu'elle en produit le remede, ſi l'on vouloit en croire un préjugé aſſés commun, que l'on auroit à ſouhaiter qui ſe verifiât ſouvent.

IV.

M. *Deliſle* a fait ſavoir à l'Academie pluſieurs particularités de la nouvelle Iſle entre les *Acores*, dont nous n'avions dit qu'un mot en 1721 *. il les avoit tirée. d'une Lettre de M. de *Montagnac* Conſul à *Lisbonne*.

Un Vaiſſeau où il étoit mouilla le 18. Septembre 1721. devant la fortereſſe de la Ville de *St. Michel* qui eſt dans l'Iſle du même nom, & voici ce qu'on apprit d'un Pilote du Port.

La nuit du 7. au 8. Decembre 1720. il y eut un grand tremblement de terre dans la *Tercere* & dans *St. Michel*, diſtantes l'une de l'autre de 28. lieuës, & l'Iſle *neuve* ſortit. On remarqua en même-temps que la pointe de l'Iſle de *Pic* qui en étoit à 30. lieuës, & qui auparavant jettoit du feu, s'étoit affaiſſée, & n'en jettoit plus. Mais l'Iſle neuve jettoit continuellement une groſſe fumée, & effectivement elle fut vûë du Vaiſſeau où étoit M. de *Montagnac*, tant qu'il en fut à portée. Le Pilote aſſûra qu'il avoit fait dans une Chaloupe le tour de l'Iſle en l'approchant le plus qu'il avoit pu. Du côté du Sud il jetta la ſonde, & fila 60. Braſſes ſans trouver fond. Du côté de l'Oüeſt, il trouva les eaux fort changées, elles étoient d'un blanc bleu & verd qui ſem-

* p. 34.

ſembloit du bas fond, & qui s'étendoit à deux tiers de lieuë. Elles paroiſſoient vouloir bouillir. Au Nord-Oüeſt, qui étoit l'endroit d'où ſortoit la fumée, il trouva 15. Braſſes d'eau fond de gros ſable, il jetta une pierre à la Mer, & il vit à l'endroit où elle étoit tombée l'eau bouillir & ſauter en l'air avec impetuoſité. Le fond étoit ſi chaud qu'il fondit deux fois de ſuite le ſuif qui étoit au bout du Plomb. Le Pilote obſerva encore de ce côté là que la fumée ſortoit d'un petit Lac borné d'une Dune de ſable, & que la Mer étant agitée y pouvoit entrer. L'Iſle eſt à peu près ronde, & aſſés haute pour être apperçûë de 7. ou 8. lieuës d'un temps clair.

On a appris depuis par une Lettre de M. *Andrieu* Conſul de la Nation *Françoiſe* dans l'Iſle de *St. Michel*, en date du mois de Mars 1722. que l'Iſle neuve avoit conſiderablement diminué, & qu'elle étoit preſque à fleur d'eau; deſorte qu'il n'y avoit pas d'apparence qu'elle ſubſiſtât encore longtemps.

On peut joindre à cela ce qui a été dit en 1707. * & 1708 †. ſur la nouvelle Iſle de *Santorin*. Ces changemens violens & ſubits arrivés de nos jours & dans des temps peu éloignés ſur le Globe terreſtre ne prouvent que trop la poſſibilité de quelques changemens plus conſiderables, qui auront changé la face du Globe, ou peut-être la changeront encore.

V.

Le 24 Octobre au ſoir M. de *Malézieu* étant

* p. 13. † p. 28. & ſuiv.

étant proche de l'Egliſe de *Sceaux* vit trois Soleils très-lumineux & très-bien terminés placés tous trois l'un ſur l'autre, préciſément dans le même Cercle vertical, & ſe touchants exactement; en même temps l'inferieur des trois touchoit l'Horiſon par ſon bord inferieur. Il eſt aiſé de juger que celui du milieu étoit le vrai Soleil. Ils ſe coucherent tous trois ſelon leur ordre. Le 3eme quand il reſta ſeul étoit encore ſi lumineux, quoique faux, qu'on l'auroit pris pour le vrai, ſi l'on n'eût pas vû ce vrai ſe coucher auparavant. M. de *Malézieu* croit ce phenomene très-rare, & en effet il ne peut guere ſe rapporter à ceux dont nous avons parlé en 1721 *. Ce jour-là le Vent étoit au Nord, & à l'heure du phenomene il faiſoit un peu froid, après que la journée avoit été aſſés chaude. Pendant que les Soleils brilloient tout le Village de *Sceaux*, & la campagne paroiſſoient comme en feu. Tous ceux qui étoient dans le Château de *Sceaux* s'apperçurent de cette grande lumiere, mais ſans voir les trois Soleils.

NOus renvoyons entierement aux Memoires.

† Le Journal des Obſervations de M *Maraldi* pour l'année 1721.

* P. 4. & ſuiv. † V. les M. p. 1.

ANA-

ANATOMIE.

SUR DES OS DEVENUS CHAIRS.

LEs Volumes précedens ont rapporté plusieurs Observations, qui prouvent que les Chairs deviennent Os, c'est-à-dire en prennent la consistence. On a vû une partie de la Membrane qui envelope la Rate, & une Rate même entiere ossifiée *b*. On a vû pareillement ossifiées des Tuniques d'Arteres *c*, & dans d'autres Arteres de grands commencemens de pétrification *d*. Après cela *il n'est* plus étonnant que des Cartilages, qui sont d'une substance moyenne entre les Chairs & les Os s'ossifient *e*, ni qu'il se trouve des Pierres formées en differens endroits du Corps, & même entre les Meninges du Cerveau *f*. Ces accidens n'arrivent guere qu'à des Vieillards, du moins à des personnes assés avancées en âge pour avoir donné le temps à des Chairs de se changer en os, & c'est ce qui rend très-singuliere l'Observation de cet Enfant né

a V. les M. p. 311. *b* V. l'Hist. de 1700. p. 50.
c V. l'Hist. de 1706. p. 32. *d* V. l'Hist. de 1707. p. 32.
e V. l'Hist. de 1706. *ibid.* & l'Hist. de 1699. p. 60.
f V. l'Hist. de 1711. p. 34. & suiv.

né tout offifié, pour ainſi dire, dont il a été parlé en 1716 *.

En effet tout a commencé dans le Fœtus par être d'une extrême molleſſe, le Crane même n'a été qu'une Membrane; ce n'eſt qu'avec le temps que ce qui étoit chair deſtinée à devenir os arrive à ſon point de dureté & de fermeté, & delà il ſuit aſſés naturellement que ce qui étoit chair non deſtinée à devenir os ne laiſſera pas de le devenir par un long temps.

Mais qu'au contraire des os deviennent chairs, ou ſe *carnifient*, le cas doit être plus rare, il eſt certain qu'aucun os n'étoit deſtiné à ce changement, & que ſi la Nature peut pouſſer quelquefois trop loin l'oſſification des chairs, qu'elle a eûe ſouvent en vûë, cette raiſon ceſſe à l'égard de la *carnification* des os, qui n'a jamais été de ſon deſſein. Nous avons vû cependant en 1700 †. un exemple d'une carnification ſi generale, qu'il n'y manquoit que les Dents.

M. *Petit* le Chirurgien y ajoûte preſentement pluſieurs exemples de carnifications particulieres. Il paroît qu'il ne doit y avoir aucun os qui n'y ſoit ſujet, ſi ce ne ſont peût-être les Dents, comme nous venons de dire. La neceſſité dont elles ſont leur auroit-elle donné ce privilege? Il eſt à remarquer dans les obſervations de M. *Petit* que ſouvent les Cartilages qui touchent les os carnifiés, ne le ſont pas, quoiqu'ils ſemblent plus propres à cette alteration.

On

* P. 30. † P. 46. 47.

On verra comment la connoiſſance qu'avoit M. *Petit* de la grande poſſibilité de cette carnification, ſervit à l'éclairer & à le conduire dans une occaſion difficile. Il trouva, comme il l'avoit crû, les os de la Baſe du Crane ſi amollis qu'ils recevoient l'impreſſion des battemens du Cerveau, que l'on ſait qui ſuivent ceux des Arteres. De-là venoit dans une certaine Tumeur une pulſation très-exactement conforme à celle du Pouls, & très-difficile à expliquer pour ceux qui n'admettoient pas le dénouement qu'imaginoit M. *Petit*. Le Vrai a beſoin d'être commun pour être aiſément reçû.

SUR LES CATARACTES DES YEUX.

POUR mieux entendre ce que nous allons dire, il ſeroit bon de ſe rappeller un peu ce qui a été dit ſur ce ſujet dans les Hiſt. de 1706 *, 1707 †, 1708 ‡, car nous le ſuppoſons ici.

M. *Morand* qui a dans l'Hôtel des Invalides des occaſions frequentes de voir des maladies des Yeux, admet des Cataractes membraneuſes auſſi bien que des Glaucoma, ou Cataractes glaucomatiques, ou Cataractes du Cryſtallin devenu glaucomatique; ces trois expreſſions ſignifient la même choſe. Les Cataractes membraneuſes, du moins celles qu'il a vûës, ne ſont pas ce qu'on entend ordinairement par ce mot, des Pellicules

*, P. 15. & ſuiv. † P. 27. & ſuiv. ‡ P. 47. & ſuiv.

licules qui ſe ſoient formées dans l'Humeur aqueuſe, & qui ferment l'ouverture de la Prunelle, ce ſont des membranes de l'Oeil naturellement tranſparentes, mais qui ſont devenuës opaques, & en effet il doit être bien plus aiſé que cet accident arrive à des membranes déja exiſtentes, qu'il ne l'eſt qu'il ſe produiſe des membranes nouvelles. Ce dernier cas n'eſt pourtant pas impoſſible.

Il y a dans l'Oeil deux membranes qui ſelon M. *Morand* peuvent perdre leur tranſparence, la 1ere eſt celle qui envelope le Cryſtallin, & qu'il appelle *membrane Cryſtalline*, la 2de eſt celle qui tapiſſe le Chaton où le Cryſtallin eſt enchaſſé; ce Chaton eſt formé par la Tunique Vitrée, & le Cryſtallin y eſt de plus aſſujetti par les fibres du Ligament Ciliaire qui le tiennent ſuſpendu. Il doit être rare que l'une ou l'autre de ces membranes devienne opaque ſans que le Cryſtallin le devienne auſſi, & delà vient qu'on ne voit preſque que des Cataractes glaucomatiques; car dès que le Cryſtallin eſt épaiſſi, on compte que c'eſt une Cataracte glaucomatique ſans trop s'informer de l'état des membranes.

La membrane Cryſtalline ne tient au Cryſtallin que par ſes bords, quoiqu'elle le couvre entierement. On ſait qu'il eſt fait comme une Lentille, & c'eſt par le biſeau, ou par la circonference tranchante de la lentille, que la membrane y eſt attachée. Si cette membrane devient opaque, elle peut ou continuer toûjours de couvrir le Cryſtallin, ſelon une obſervation de M. *Morand*, ou

ou ſelon une autre de M. de *la Peyronie* premier Chirurgien, ſe ſéparer peu à peu du Cryſtallin, & devenir adherente au Cercle de l'Iris. Alors elle tient encore au Cryſtallin par ſes rebords, & au lieu qu'elle étoit une envelope elle devient un Chaton, où le Cryſtallin demeure enchaſſé.

Les fibres ſeules du Ligament Ciliaire ſuffiroient pour tenir encore le Cryſtallin aſſujetti quelque temps, & c'eſt ce qui arrive dans les Cataractes *branlantes* du Cryſtallin. Reciproquement quelques fibres Ciliaires peuvent ſe détacher ſans la membrane; M. *Morand* l'a vû dans une Cataracte jaune, ſur laquelle paroiſſoient très-diſtinctement deux filets noirs, qui la traverſoient en Zic-Zac.

Pour la 2de membrane qui eſt celle dont eſt tapiſſé le Chaton du Cryſtallin, elle peut auſſi devenir opaque, & cela eſt reconnu par M *de S. Yves*, fameux Oculiſte, qui a écrit ſur cette matiere.

M. *Morand* a vû ſur deux Yeux auſquels il avoit fait lui-même l'operation de la Cataracte, & qu'il eut en ſa poſſeſſion un an après, que leurs deux Cryſtallins abatus étoient dépouillés de leur membrane, ce qui prouve aſſés combien elle en eſt ſéparable. L'Aiguille avoit attaqué les Cryſtallins de côté, entamé la Membrane & en ſe tournant l'avoit détachée de ces bords de la Lentille auſquels elle tient. L'envelope des Cryſtallins étoit demeurée vuide.

En ce cas ſi l'humeur Vitrée s'étend & va remplir cette envelope, le Cryſtallin eſt preſque ſuffiſamment remplacé, & l'on verra

ra aſſés bien après l'operation ſans le ſecours d'une Loupe, & en effet le Soldat dont les deux Cryſtallins ont fourni l'obſervation preſente, diſtinguoit bien la couleur & la groſſeur des objets.

Si par quelque cauſe que ce ſoit ce n'eſt pas l'humeur Vitrée, mais ſeulement l'Aqueuſe, qui va remplir le vuide, il ne ſe fait point dans cette humeur Aqueuſe une aſſés grande refraction, & on a beſoin du Verre convexe. Delà M. *Morand* conclut qu'avoir beſoin d'une Lunette après l'operation, ou n'en avoir pas beſoin, n'eſt nullement une marque ſûre que le Cryſtallin ait été abatu, ou ne l'ait pas été.

L'envelope du Cryſtallin demeurée vuide, & de plus devenuë calleuſe & cicatriſée par la playe qu'elle a reçûë de l'Aiguille, peut s'unir à la membrane de l'humeur Vitrée, & par cette union devenir trop denſe & trop dure, pour permettre que l'humeur Vitrée entre dans ſa cavité, & la rempliſſe en s'y étendant. Il n'y aura que l'humeur Aqueuſe, beaucoup moins épaiſſe, qui puiſſe y penetrer.

Dans les deux Yeux dont nous parlons, M. *Morand* obſerva que la Retine avoit beaucoup plus de ſolidité & de conſiſtence que dans l'état naturel. On ſaura avec le temps ſi cet épaiſſiſſement de la Retine eſt une circonſtance qui accompagne ordinairement la Cataracte glaucomatique, & juſque-là on ſuſpend les conſequences.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UN Homme eut d'abord une petite difficulté de reſpirer, qui augmenta toûjours inſenſiblement. Vers le milieu du 3me mois de cette indiſpoſition, l'Hypocondre droit s'éleva peu à peu, & dans le 4eme mois tout le Corps devint jaune par dégrés, & la jauniſſe fut ſi univerſelle qu'elle s'étendit juſqu'aux yeux. Enfin au bout de 5. mois le Malade mourut ſans avoir eû preſque de fiévre dans tout le cours de ſa maladie.

M. *Littre* qui l'ouvrit trouva après un examen de toutes les parties, dont nous ſupprimons le détail, que la cauſe de la difficulté de reſpirer avoit été celle de la Jauniſſe, & c'eſt ce que cette obſervation a de ſingulier. Il s'étoit formé dans la Plevre une Tumeur conſiderable, cauſée d'abord ſelon toutes les apparences par le ſang ou la Limphe arrêtés dans quelques Vaiſſeaux, ils en avoient étendu les tuniques, & dilaté les pores, & des goutes de Limphes s'étant échapées par ces pores agrandis avoient commencé dans les interſtices des parties voiſines un amas qui avoit toûjours été en augmentant par de nouvelle liqueur épanchée. Ainſi avoit pris naiſſance dans la Poitrine une Tumeur, qui en groſſiſſant con-

tinuellement avoit incommodé d'un côté le Poumon droit, & de l'autre le Foye, parce qu'elle les preſſoit fort tous les deux. Le Poumon droit réduit à la moitié de ſon extenſion naturelle, ne prenoit que la moitié de l'air qu'il eût du prendre, la filtration de la Bile ne ſe faiſoit plus librement dans le Foye trop comprimé; delà la difficulté de reſpirer, & la Jauniſſe, qui toutes deux n'augmentoient que par dégrés inſenſibles, comme la Tumeur qui les cauſoit.

II.

On croit communément ſur les Côtes de *France* & d'*Angleterre*, que les Soles ſont produites par une eſpece d'Ecreviſſes de Mer, qu'on appelle *Chevrettes*, ou *Crevettes*. Rien n'a plus l'air d'un conte populaire & abſurde, & ne meriteroit mieux qu'un Phyſicien dédaignât de l'examiner, cependant comme on pourroit être la dupe de ſon dédain, M. *Deſlandes* a voulu voir s'il n'y auroit pas du moins quelque fondement à ce conte, & il en a trouvé un aſſés raiſonnable dans la Phyſique des Pêcheurs, & du peuple.

Il fit pêcher une grande quantité de Chevrettes, & les mit dans une Baille d'environ 3. pieds de diametre pleine d'eau de Mer. Au bout de 12. à 13. jours il y vit 8. ou 10. petites Soles, qui croiſſoient inſenſiblement. Il repeta l'experience pluſieurs fois; toujours de petites Soles. En voilà déja aſſés pour juſtifier le peuple. M. *Deſlandes* mit enſuite des Soles avec des Chevrettes dans une Baille, & dans une autre

tre des Soles ſeulement. Il étoit le mois d'Avril, & dans l'une & l'autre Baille les Soles frayoient en perfection, mais il ne parut de petites Soles que dans celle où il y avoit des Chevrettes.

Les Chevrettes ſervent donc de quelque choſe à la production des Soles. M. *Deſlandes* a obſervé que quand elles viennent d'être pêchées on leur trouve entre les pieds pluſieurs petites Veſſies inégales en groſſeur & en grand nombre, fortement collées à leur Eſtomac par une liqueur gluante dont elles ſont enduites. Si l'on détache ces Veſſies, & qu'on les ouvre doucement, on y voit une eſpece d'Embryon qui a tout l'air d'une Sole, principalement au Microſcope. Voilà le myſtere, ce ſont des Oeufs de Soles, qui ont beſoin pour éclorre de s'attacher à des Chevrettes, comme tant de Plantes & d'Animaux connus, qui ne croiſſent & ne ſe nourriſſent que ſur d'autres Plantes & d'autres Animaux. Les Chevrettes ſont en quelque ſorte les Nourrices des Soles pendant leur premiere enfance, & c'eſt ce qui les a fait paſſer pour leurs Meres.

III.

La femme d'un Marchand Boucher de *Pont-à-Mouſſon* en *Lorraine* ayant accouché à l'âge de 40 ans de deux Enfans à la fois, fut étonnée de ne point reprendre ſes Regles, & 4. ans après elle commença à ſe plaindre d'une dureté dans le bas ventre, qui devint une tumeur énorme, dont elle reſſentit beaucoup d'incommodités differentes, & très-conſiderables Enfin après les avoir ſouffertes plus de 10. ans, elle mou-

rut en 1722. près de 15. ans après l'accouchement qui paroiſſoit être l'époque de toute ſa maladie.

Elle fut ouverte en preſence des plus habiles Medecins & Chirurgiens de l'Univerſité de *Pont-à Mouſſon*, & c'eſt par l'un d'entre eux que cette Relation a été envoyée à M. *Geoffroy*. Ils trouverent que la Tumeur dont cette femme avoit été ſi incommodée peſoit 15. à 16. livres. C'étoit un amas confus de chairs tantôt dures comme du plâtre détrempé, tantôt filamenteuſes, & à demi pourries, de vaiſſeaux ſanguins tout défigurés, & roulés comme en paquets, de glandes infiltrées tantôt blanchâtres, tantôt rougeâtres, de cavités pleines de differentes liqueurs, toûjours mal conditionnées. Dans ce cahos on ne laiſſa pas de reconnoître cette groſſe maſſe pour la Matrice, le Ligament large, l'Ovaire, & la Trompe étoient encore aſſés ſenſibles du côté gauche. A l'autre trois petits Oſſelets de la figure & de la grandeur de ceux des Cuiſſes de Grenouilles, trouvés dans un corps charnu, ne pouvoient être que les reſtes d'un Fœtus qui s'étoit formé dans la Trompe de ce côté-là. Ils devoient appartenir à un Fœtus de trois mois. Tout le reſte eſt aiſé à ſuppléer. Ce Fœtus avoit péri, & il faut croire que ce fut par quelque engorgement des Vaiſſeaux ſanguins de la Mere qui euſſent pû le nourrir plus long-temps, car cette Tumeur exceſſive ne peut avoir eu d'autre cauſe. On ſait combien le plus petit engorgement peut aller loin, s'il ſe trouve enſemble

ſemble beaucoup de malheureuſes circonſtances qui le favoriſent.

Il y a toute apparence que cette femme porta trois enfans à la fois, deux dans la Matrice, & un dans une Trompe; & c'eſt-là le plus ſingulier de l'obſervation. Après qu'elle fut accouchée des deux de la Matrice, l'engorgement qui avoit fait perir celui de la Trompe, il y avoit déja ſix mois, ſupprima à la Mere ſes regles, & il fut encore 4. ans à s'augmenter aſſés pour cauſer une incommodité ſenſible; après quoi il paſſa par dégrés au dernier excès.

IV.

M. *Frézier*, Ingenieur du Roi dans l'Iſle *S. Domingue*, a écrit à M. de *Juſſieu*, qu'il y étoit né un Veau qui avoit des écailles au lieu de poil. Elles étoient irregulieres tant en figure qu'en grandeur, leurs joints ſeulement un peu garnis de poils en quelques endroits. On prétendoit qu'il tenoit encore d'ailleurs d'un Crocodile ou Cayman, mais les écailles étoient la reſſemblance la plus ſûre. Quand elle auroit été beaucoup plus parfaite, elle n'eût pas dû ſurprendre, ſuppoſé la merveilleuſe action qu'on attribuë à l'imagination des Meres. Il y a des Caymans dans preſque toutes les Rivieres de *S. Domingue* qui aboutiſſent à la Mer, & même dans celles qui ſe perdent dans des Etangs. Ces Animaux ſont fort gourmands de Bœufs & de Vaches, ils les guettent aux endroits où ils vont boire, & dès qu'ils les apperçoivent ils s'élancent très-vigoureuſement hors de l'eau, les ſaiſiſſent par la Lévre ſuperieure, & les entraînent

traînent dans l'eau, où après les avoir noyés ils les laiſſent mortifier pendant quelques jours, pour ſe les aſſaiſonner. Une Vache pleine manquée par le Cayman, & qui aura eû grand' peur, ou qui ſeulement aura été témoin du malheur de quelqu'autre, aura pu faire le Veau écaillé.

V.

M. *Lémery* a parlé d'un Religieux qu'il connoît, qui a depuis environ huit ans un vomiſſement periodique, reglé comme une fiévre quarte. Cinq heures, ou à peu près, avant qu'il vomiſſe, il a de très-grandes douleurs de Reins. Le vomiſſement dure 4. ou 5. heures avec des intervalles. Ce qu'il vomit eſt d'une couleur rouge-ſale, & foncée. Ce n'eſt preſque que de l'eau, mais qui ſent beaucoup l'urine, & le Malade ne doute point que ce n'en ſoit effectivement, parce qu'il mange très-peu, & boit plus que la portion ordinaire d'un Religieux. Il ne boit que du vin, ce qui s'accorde avec la couleur des vomiſſemens. Quelques heures après le vomiſſement il ſe porte bien juſqu'au ſuivant. Il fait le plus qu'il peut d'exercice & de travail, ſans quoi il dit qu'il ſouffriroit davantage. On ſait que dans les douleurs Nephretiques, qui ſont toûjours cauſées par des obſtructions dans les Reins, les Malades vomiſſent aſſés ſouvent, & que ce qu'ils vomiſſent ſent beaucoup l'Urine. Cela vient de ce que l'Urine, qui étoit déja contenuë ſous la forme d'Urine dans le ſang, ou dans la Limphe, n'ayant pu être filtrée par les Reins en aſſés grande quantité, a paſſé dans les

les Glandes de l'Eſtomac. Apparémment le Religieux eſt daus le même cas, & la grande regularité de ſa vie, & l'égale quantité de breuvage qu'il prend tous les jours, ſont les retours reglés de ſee vomiſſemens.

CETTE année parut un Livre de M. *Helvetius* intitulé, *Idée generale de l'Oeconomie Animale, & Obſervations ſur la Petite Verole.*

L'Auteur ayant raſſemblé, d'abord pour ſon ſeul uſage particulier, quantité d'Obſervations ſur la Petite Verole que ſon experience lui avoit fournies, crût enſuite qu'il ſeroit utile de les donner au Public, ne fût-ce que pour confirmer une pratique nouvelle qui s'eſt établie dans le traitement de cette Maladie, & qui n'a peut-être pas encore vaincu tous les préjugés contraires. Ces Obſervations, & les raiſonnemens que l'on en tire, n'euſſent pas été entendus s'ils n'euſſent été précedés d'une connoiſſance generale du Corps humain conſideré par rapport aux maladies dont il peut être attaqué, & cette même connoiſſance ſervira de Préliminaire à des Obſervations ſur d'autres ſujets, que M. *Helvetius* laiſſe eſperer au Public.

Le Sang eſt le fluide general où roulent confuſément toutes les differentes liqueurs deſtinées à differentes fonctions dans le Corps humain. Leur difference de nature eſt telle qu'elles ſont perpetuellement en fermentation, & delà vient la chaleur perpetuelle de

toutes les parties. Dans le ſang ſe diſtinguent principalement deux liqueurs heterogenes, les globules rouges, & la Limphe blanche & filamenteuſe. M. *Helvetius* croit que c'eſt la Limphe où ſont contenuës toutes les differentes liqueurs qui enſuite ſe ſéparent, & que les globules ne ſervent qu'à entretenir la fermentation. Il conjecture qu'ils ſont formés d'une Huile, & d'un ſel Nitreux.

Lorſque les Arteres en ſe ramifiant toûjours ſont devenuës Capillaires, il naît de ces petits rameaux des Vaiſſeaux Lymphatiques, c'eſt-à-dire que la Lymphe mêlée auparavant avec la partie rouge du Sang, la quitte pour entrer ſeule dans ces Vaiſſeaux, de quelque maniere que ſe faſſe cette ſéparation, ce qu'on tâchera d'expliquer dans la ſuite. Les Veines, tant qu'elles ſont Capillaires, ont auſſi des Vaiſſeaux Lymphatiques, & M. *Helvetius* croit qu'il y a Arteres & Veines Lymphatiques, que les unes prennent la Lymphe dans le ſang & la portent vers les extremités, que les autres reprennent la Lymphe ſuperfluë, celle qui n'a été employée à aucun de ſes differents uſages, & la reportent dans le ſang.

Les Arteres ſanguines ont un reſſort aſſés vif, & très-manifeſte; le ſang forcé à y entrer par l'impulſion du Cœur les dilate, mais auſſitôt elles ſe reſſerrent par leur reſſort naturel, & parlà pouſſent encore le ſang en avant; de plus elles le battent, le briſent, l'attenuënt. Les Veines, & les Vaiſſeaux Lymphatiques n'ont point ce reſſort, & les liqueurs qu'ils contiennent ne

ſont

ſont battuës que par le mouvement des Arteres voiſines.

Les Vaiſſeaux ſanguins, & les Lymphatiques ſe diſtribuent par le Corps en nombre infini, ou plûtôt le Corps entier n'eſt preſque que l'aſſemblage prodigieux de Vaiſſeaux. M. *Helvetius* remarque que les injections les plus fines & les plus ſurprenantes peuvent être trompeuſes en ce qu'elles donnent tous les Vaiſſeaux pour ſanguins. Cependant il eſt bien ſûr qu'il y a des Lymphatiques par tout, puiſque la Lymphe ſeule eſt capable de nourrir les parties, & par cette même raiſon il y a des Lymphatiques ſans nombre de la plus petite partie.

Les Glandes filtrent les liqueurs qu'elles prennent dans la Lymphe, l'Urine, la Bile, le ſuc Pancréatique &c. Mais comment les filtrent-elles?

On ne peut ſe contenter d'une certaine conformité de groſſeur & de figure entre la partie de la liqueur qui doit paſſer, & l'ouverture du vaiſſeau qui la doit recevoir. Il paſſeroit trop de parties heterogenes à celle qui doit paſſer, pourvû ſeulement qu'elles ne fuſſent pas plus groſſes, & à ce dégré de petiteſſe & au-deſſous nulle figure ne ſeroit un obſtacle.

Il ne paroît pas non plus vraiſemblable que differentes liqueurs prennent dans les Glandes, où l'on ſuppoſera un levain particulier, le different caractere qui les ſpecifie. Un Chien à qui on a lié les deux Arteres Emulgentes, & dans les Reins duquel par conſequent il ne ſe fait plus de filtration d'Urine, vomit, & ce qu'il vomit a une

forte odeur d'Urine, d'où il ſuit qu'il y avoit dans le ſang des parties urineuſes toutes formées, indépendamment du prétendu levain qui les auroit renduës urineuſes dans les Reins. Cela ſe rapporte à ce qui a été dit ci-deſſus *a*. De même ſi le Foye eſt obſtrué & ſquirreux, la Bile qui n'y a point paſſé, & qui ſe répand dans toute l'habitude du Corps, ne laiſſe pas d'être une veritable Bile.

M. *Helvetius* adopte donc un troiſiéme ſentiment qui ayant été inſinué en 1705 *b*. a été expliqué plus au long d'après M. *Winſlow* en 1711 *c*. & 1712 *d*. C'eſt celui qui ſuppoſe que les Vaiſſeaux ſecretoires ont été originairement, & dès la premiere formation de l'Embryon, abreuvés de la liqueur qu'ils doivent ſéparer. Il y ajoûte que comme tous les Vaiſſeaux Lymphatiques partent des Sanguins, ainſi tous les Secretoires partent des Lymphatiques. Selon cette idée les Lymphatiques originairement imbibés de Lymphe ſeront les premiers Secretoires, ou des Secretoires generaux qui prendront dans le ſang cette liqueur compoſée de toutes les autres à l'exception des globules rouges, & des Secretoires particuliers prendront dans la Lymphe, les uns l'Urine, les autres la Bile &c.

Quand le ſang a paſſé par toutes les circonvolutions que font les Arteres capillaires dans une Glande, il a déja beaucoup perdu de ſa viteſſe dans ce labirinthe tortueux; la Lym-

a p. 30. & 31. *b* p. 32. *c* p. 24. & ſuiv.
d p. 34. & ſuiv.

Lymphe entre delà dans un Vaiſſeau Lymphatique qui n'a de lui-même aucun reſſort, aucun mouvement ; elle arrive donc à l'ouverture du Vaiſſeau Secretoire avec une lenteur qui aide au Secretoire à faire mieux ſa fonction, car une plus grande viteſſe pourroit y cauſer l'irruption de quelques parties heterogenes.

Tout cela ſuppoſé, on peut prendre une idée aſſés juſte des Maladies.

Si par de mauvaiſes digeſtions il ſe répand dans tous les vaiſſeaux un Chile crud, groſſier, aigre, enfin d'un caractere different de celui qu'il faudroit, il doit d'abord parce qu'il eſt trop heterogene au ſang, & qu'il y entre comme en maſſe, en rallentir le mouvement doux & reglé de fermentation, & enſuite quand il s'eſt un peu plus mêlé avec le ſang augmenter ce même mouvement à meſure qu'il ſe dévelope, & que ſes parties plus diviſées, plus attenuées, rencontrent plus de parties du ſang auſquelles elles ſont encore heterogenes. Voilà le friſſon, & le chaud de la fiévre. Elle ceſſe quand ce mauvais Chile à force de circuler & de fermenter a été enfin dompté par le ſang, qui ſe l'eſt rendu homogene.

Le mauvais Chile étoit dans tous les Vaiſſeaux, tant Sanguins, que Lymphatiques, mais parce que les Lymphatiques ont moins de mouvement & agitent moins leurs liqueurs que les Sanguins, ou du moins que les Arteres, il eſt poſſible que ce Chile fût comme en repos dans les Lymphatiques en comparaiſon de l'agitation où il étoit dans les Sanguins, que par conſequent il ſe ſoit

moins dévelopé dans les Lymphatiques, & qu'il ait beſoin pour cela d'un certain temps, au bout duquel il coulera dans les Sanguins, & y excitera de nouveau le mouvement de la fiévre. Ce ſont là les fiévres intermittentes; les Vaiſſeaux Lymphatiques en tiennent la matiere comme en reſerve. Que s'ils participent aſſés au mouvement general, pour pouvoir fournir cette matiere ſans interruption aux Vaiſſeaux Sanguins, la fiévre eſt continuë. Il eſt aiſé de concevoir par-là ce que c'eſt que la continuë avec des redoublements.

Il arrive ſouvent des inflammations dans les fiévres, c'eſt-à-dire qu'au milieu de cette fermentation impetueuſe & dereglée il s'amaſſe du ſang en trop grande quantité dans quelque partie. S'il y ſéjourne trop longtems, il s'y corrompt, cauſe des Abſcès, & quelquefois la Gangrene. Le ſiége de l'inflammation donne le nom à des Maladies differentes, ſi elle eſt dans la Plevre, c'eſt une *Pleureſie*, dans les Glandes du Poumon, c'eſt une *Peripneumonie* &c.

M. *Helvetius* croit que les inflammations viennent de ce que le ſang eſt entré dans les Vaiſſeaux Lymphatiques, ſoit parce que ſa grande agitation lui a donné la force d'y penetrer, ſoit parce que ces Vaiſſeaux ont été dilatés par une Lymphe épaiſſie. Ce qui l'a conduit à cette idée, a été l'obſervation des *rougeurs de l'Oeil*, qui ſont de petites inflammations. Alors le ſang eſt entré dans les Vaiſſeaux Lymphatiques de la *Conjonctive*, qui ne devoient contenir qu'une liqueur claire & ſans couleur.

Si les filtrations ne se font pas comme elles doivent dans quelques unes de ce nombre infini de differentes Glandes de toutes grandeurs qui composent une grande partie de la masse du Corps humain, si ces Glandes, sur tout celles qui sont destinées à séparer les principales liqueurs, sont engorgées de ces mêmes liqueurs qui n'auront pû se débarrasser de tant de replis tortueux qu'elles avoient à parcourir, ce qu'on croiroit devoir arriver à tout moment, alors l'humeur qui devoit passer s'arrête ou reflue dans le sang & dans la Lymphe, & comme elle y est en plus grande quantité qu'il ne faloit, elle change la dose necessaire du mélange total, elle corrompt le caractere des autres liqueurs, les rend elles-mêmes moins propres à se filtrer dans leurs couloirs particuliers, & devient la cause d'obstructions nouvelles. La fermentation naturelle du sang alterée, mais avec peu de violence, produit une fiévre lente.

Comme les effets d'un engorgement de Glande peuvent subsister long-temps sans causer un desordre total, & que d'ailleurs tout engorgement dans des parties d'une structure si délicate & si embarassée doit être difficile à vaincre, ce sont là les causes des maladies *Chroniques* ou longues; les fiévres ordinaires, sur tout accompagnées d'inflammation, sont des maladies *Aiguës*, qui se terminent en un temps beaucoup plus court, soit par le rétablissement de la santé, soit par la mort. M. *Helvetius* traite séparément de ces deux especes de maladies, & des curations qui leur conviennent.

A l'égard des Aigues, il fait voir que les mauvais levains contenus dans le ſang paſſent aiſément dans les premieres voyes, c'eſt-à-dire dans l'Eſtomac, & dans les Inteſtins; on l'a déja vû par l'exemple de l'Urine ou de la Bile arrêtée. Il faut donc attaquer ces humeurs dans les premieres voyes, & c'eſt ce qu'on fait par les Purgatifs & les Vomitifs. Nous ne nous arrêtons point ſur leur maniere d'agir qui eſt aſſés connuë.

Le principal uſage de la Saignée eſt de prévenir les inflammations, ou d'en arrêter le progrès, après quoi elles ſe diſſipent ſouvent d'elles-mêmes, ou de les diſſiper immediatement. On ôte au ſang qui entreroit dans les Vaiſſeaux Lymphatiques, non pas préciſément la force de ſa rarefaction extraordinaire, mais celle de ſa quantité. Si l'inflammation eſt formée, un moyen naturel d'en empêcher le progrès ſera de détourner le ſang de la partie où eſt l'inflammation. Or une Saignée cauſe à l'endroit où elle eſt faite une eſpece de vuide que le reſte du ſang tend à remplir; il eſt déterminé à couler en plus grande abondance du côté où ſe fait l'épanchement, & en effet il ſortiroit entierement par-là ſi on lui en laiſſoit le temps. D'autre part l'Aorte en ſortant du Cœur ſe diviſe en Superieure & Inferieure, & par conſéquent une Saignée du pied qui détermine le Sang à couler plus abondamment dans l'Aorte Inferieure le détourne en partie de la Superieure, & de la region de la Tête. De même une Saignée du Bras le détourne des regions inferieures. On appelle ces

ces Saignées *revulsives*, & c'est le siége de l'inflammation qui regle l'endroit où il les faut faire.

Il est possible que de nouveau sang se portant en grande abondance dans une partie enflamée entraîne avec lui celui qui y séjournoit, & la dégage. Ce seroit-là l'effet d'une Saignée *dérivative* contraire à la revulsive, & qu'on feroit à la gorge, par exemple, pour une inflammation du Cerveau. Elle dissiperoit immediatement l'inflammation, mais il est moins permis d'attendre un bon succès de cette Saignée que de l'autre, & au contraire elle est à craindre si elle n'est placée avec beaucoup de circonspection.

Les Saignées que l'on ne fait point par rapport à des inflammations, mais seulement pour desemplir des Vaisseaux trop tendus, pour mettre les Arteres en état de reprendre leur ressort, pour rendre de la molesse & de la souplesse aux parties, ne sont proprement ni dérivatives, ni revulsives. Il en faut ménager le nombre & la quantité, parce que les Arteres ne sont mises en ressort que par le volume de la liqueur qui les étend, que ce volume trop diminué ne les étend plus assés, & ne fait plus jouer son ressort, ce qui leur cause de l'inaction, de l'affaissement, & une langueur generale à tout le Corps.

Il reste les Maladies Chroniques causées par une obstruction de quelque grosse Glande, telle que le Foye, ou des Glandes de quelque grande partie, comme le Poumon. Elles seront plus ou moins dangereuses, ou difficiles à traiter selon la partie attaquée, par

par exemple il y aura toûjours plus de péril au Poumon qu'au Foye ; ſelon que l'obſtruction ſera plus ou moins inveterée ; ſelon le caractere de l'humeur qui aura formé l'obſtruction, ou celui qu'elle y aura pris. Après les remedes generaux, c'eſt-à-dire ceux des Maladies aigues, qui conſiſtent à deſemplir les Vaiſſeaux par quelques Saignées, à dégager les premieres Voyes par des Purgatifs ou des Vomitifs, il faut venir aux remedes particuliers des Maladies Chroniques ; ce ſont les Délayants qui attenuent & inciſent les humeurs groſſieres ou épaiſſies. & les Aperitifs, tels que le Mars ou la Limaille de fer, qui débouchent, apparemment en dilatant les Vaiſſeaux. On ſait par le Syſtême de la filtration des Glandes que l'eau s'unit plus aiſément à l'eau, l'huile à l'huile &c. qu'à une autre liqueur heterogene, & delà vient qu'il faut apporter un choix dans les Délayants, qui pour inciſer les humeurs engorgées doivent s'y unir. M. *Helvetius* deſaprouve abſolument en ces maladies toute Saignée dérivative, il eſt aiſé d'en voir la raiſon ; le mouvement du ſang qui ſe porteroit dans la partie attaquée ne ſeroit pas aſſés fort, & l'obſtruction, formée ordinairement aſſés long-temps avant que d'être connuë, eſt devenuë trop rebelle, on ne feroit que l'augmenter.

Après cette *Idée generale de l'Oeconomie Animale* M. *Helvetius* vient aux Petites Veroles. Entre toutes les maladies Aiguës c'eſt une de celles qui varient le plus dans leurs ſymptomes, qui varient le plus proprement, & avec le plus de peril, où tous

les

les momens ſont les plus importants, où l'attention du Medecin doit être la plus aſſiduë & la plus éclairée, où ſes moindres fautes tireroient le plus à conſequence. Cela même nous oblige à renvoyer entierement au Livre de M. *Helvetius* un détail très-inſtructif, mais infini, & qui ceſſeroit abſolument d'être inſtructif s'il étoit abregé. Peut-être même ſeroit-il tout-à-fait impoſſible de le réduire, tant l'Auteur a été précis & methodique, tant il a ſû épargner toute ſuperfluité de diſcours, ſans en être cependant moins clair & moins intelligible. Nous ne détacherons de tout ſon Traité qu'un ſeul point, mais en un mot, c'eſt ce qui regarde la Saignée du pied, paradoxe de Medecine qui a paru ſi étrange, & le paroît peut-être encore malgré l'experience.

Ce qu'il y a de plus à craindre dans l'exceſſive fermentation où la petite verole met le ſang, c'eſt une inflammation du Cerveau, & elle eſt dans toutes les maladies la plus redoutable de toutes les inflammations. Dès que les Vaiſſeaux du Cerveau ſont trop pleins, trop tendus, le mouvement de la ſubſtance du Cerveau neceſſaire pour la filtration & la generation des Eſprits, n'eſt plus aſſés libre, & il peut être gêné à tel point qu'il ne ſe forme plus aſſés d'Eſprits pour entretenir le mouvement du Cœur, & la vie. Les Vaiſſeaux du Cerveau une fois engorgés ſont d'autant plus difficiles à déboucher qu'ils ne ſont point appuyés ni ſoûtenus par des parties ſolides, & qu'ils ſont en quelque ſorte lâches & flotants. Enfin ils ſont foibles, & s'ils viennent à crever

le

le moindre épanchement dans la ſubſtance du Cerveau eſt preſque toûjours mortel. Tout cela fait aſſés l'apologie de la Saignée revulſive du pied, il peut ſeulement paroître étonnant qu'elle en ait beſoin.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

[a] L'Ecrit de M. *Petit* le Chirurgien ſur une Luxation de la Cuiſſe.

[b] L'Ecrit du même ſur une rupture du Tendon d'Achille.

[c] Diverſes obſervations de M. *Winſlow*.

[d] Les obſervations de M. *Morand* ſur des Hydatides.

[a] V. les M. p. 159. [b] V. les M. p. 68. [c] V. les M. p. 441. [d] V. les M. p. 215.

CHI-

CHIMIE.

SUR LES VEGETATIONS CHIMIQUES.

* LORS que des parties metalliques, ou ſalines diſſoutes dans une liqueur viennent à ſe rencontrer & à ſe réünir, ſoit parce que les parties aqueuſes de la liqueur s'évaporent, & les abandonnent, ſoit parce que le ſimple mouvement, de liquidité à force de les faire rencontrer en réünit à la fin un aſſez grand nombre, c'eſt-là une Cryſtalliſation, ou ſimple concretion. Mais ſi de plus cette Cryſtalliſation ſe forme en s'élevant avec quelque apparence de figure reguliere ſoit dans la liqueur même, ſoit le long des bords du Vaſe, & audeſſus de la liqueur, alors cela s'appelle une *Vegetation*, non ſeulement à cauſe de cette élevation, qui a quelqu'air d'une vegetation de Plantes, mais à cauſe de la figure qui le plus ſouvent tire ſur celle de l'Arbre, de l'Arbriſſeau, du Buiſſon &c. & quand même la figure repreſente quelque choſe de fort different, comme un amas de Rochers, c'eſt

* *V. les M. p. 129. & 456.*

c'eſt encore une Vegetation, il ſuffit qu'il y ait quelque figure reconnoiſſable ; ce ne ſeroit que dans le cas où il n'y en auroit point, & où tout ne ſeroit qu'un amas trop confus, qu'on l'appelleroit ſimplement une *Croûte*.

Dans les Memoires que l'Academie publia en 1692. il y en a un de feu M. *Homberg* [a] ſur *l'Arbre de Diane*, la plus fameuſe des vegetations metalliques, qui lui avoit donné occaſion de faire de nouvelles découvertes ſur cette matiere. Depuis en 1706 [b] & 1707 [c]. nous avons parlé de l'Arbre de Mars de M. *Lémery*, auſſi curieux que celui de Diane, & tout different.

Enſuite M. *Homberg* donna une Theorie generale des Vegetations artificielles ou Chimiques [d]. Il les diviſa en 3. eſpeces, celles où il n'entre rien que de metallique, celles qui ſe font par des metaux diſſous, celles qui ne contiennent rien de metallique, mais ſimplement des matieres ſalines, terreuſes, & huileuſes Dans la définition que nous avons donnée d'abord des Vegetations Chimiques, la 1ere eſpece n'y eſt pas compriſe, parce qu'elle pourroit bien n'être venue qu'après les deux autres, qui ſont plus connues, mais elle ſe réduit aux mêmes principes, c'eſt un mêlange de metaux qui fait l'effet d'une diſſolution.

Maintenant M. *Petit* le Medecin a entrepris un examen particulier de ces Vegetations,

[a] p. 209. & ſuiv. [b] p. 48. [c] p. 39. & ſuiv.
[d] V. les Mem. de 1710. p. 556. & ſuiv.

tations, ſur tout de celles de la 3eme eſpece.

Toutes en general reviennent à ceci. Dans une Diſſolution de ſel les parties aqueuſes s'évaporent, tandis que les ſalines ou ne s'évaporent pas, ou s'évaporent en moindre quantité. Comme dans un Vaſe, qui n'eſt pas plein, la preſſion de l'Air éleve un peu la liqueur le long des parois interieures du Vaſe, & tout à l'entour, les parties ſalines abandonnées par les aqueuſes s'attachent à ces parois, & s'y attachent plus ou moins ſelon la differente matiere du Vaſe. Elles forment un premier enduit, fort peu élevé, & fort peu épais.

Il pourra s'épaiſſir dans la ſuite, parce qu'il tient lieu d'une nouvelle ſurface du Vaſe, à laquelle par la même raiſon s'attacheront de nouvelles parties de la liqueur, mais il ne s'élevera pas s'il n'y a quelque choſe de plus. Il faut que les molecules dont il eſt compoſé s'arrangent entr'elles de façon à laiſſer des interſtices déliés, qui faſſent l'effet de Tuyaux capillaires, par où la liqueur montera au-deſſus de ſon niveau, moyennant quoi le premier enduit de la ſurface interieure du Vaſe augmentera toûjours & en hauteur, & en épaiſſeur. C'eſt-là la Vegetation, qui, comme il eſt aiſé le voir, peut prendre une infinité de figures differentes.

Non ſeulement elle s'éleve juſqu'au haut du Vaſe, mais quand elle y eſt parvenuë, les Tuyaux capillaires qui s'allongent encore ſe recourbent en dehors, pompent du dedans du Vaſe une nouvelle liqueur, &

la

la Vegetation plus étendue va le tapiſſer de l'autre côté, du moins en partie. Quelquefois quand il ne reſte plus dans le Vaſe qu'une liqueur aſſez claire, & peu propre à des concretions, elle paſſe du dedans en dehors par la Vegetation, qui fait l'office du Siphon recourbé.

Il eſt aiſé de voir quel aſſemblage de circonſtances eſt neceſſaire pour le ſuccès de cette operation. Il faut des matieres telles que l'évaporation ſépare à propos & dans un inſtant preſque indiviſible les parties propres à ſe cryſtalliſer d'avec celles qui ne le ſont pas. Il faut pour cela un degré de mouvement juſte, il faut entre les matieres qui ſe cryſtalliſent & les parois du Vaſe une certaine convenance qui aide à l'élevation & à l'adhérence des Cryſtaux, il faut que leurs figures élementaires ou primordiales ſoient telles qu'il ſe forme dans leur tiſſu des eſpeces de Tuyaux capillaires, il faut qu'il reſulte de leur amas quelque figure totale de Vegetation.

Les Sels que M. *Petit* a principalement employés ſont le Salpêtre rafiné, ou de la 3eme Cuite, le Cryſtal Mineral, le Sel Armoniac, le Sel Marin, le Sel de *Duobus*, ou un Sel tiré de la Tête morte de l'Eau forte faite de Salpêtre & de Vitriol &c. Les Diſſolvants ont été l'Eau commune, le Vin Blanc, le Vin Rouge, l'Eau de Chaux, les differens Eſprits, quelquefois mêlés avec l'Huile de Tartre par défaillance.

Aſſez ſouvent les differens Gobelets, de Grés, de Fayence, de Verre, même quelquefois des Gobelets de different verre, cauſent

cauſent de la difference dans les effets, ſoit pour la facilité & la promptitude dont ſe forme la Vegation, ſoit pour la figure.

Le temps ſec, le temps chaud, le Soleil, ſont plus favorables à l'operation que l'humide, le froid, & l'ombre.

Quelquefois certaines matieres ſont contraires aux Végetations qu'on attendroit de certaines diſſolutions. Ainſi la moindre particule de fer empêche ordinairement qu'il ne ſe forme de Vegetation du Salpêtre raffiné. Il ne faut ſeulement pas remuer avec une Spatule de fer ou avec un Coûteau ce Salpêtre diſſous, & prêt à vegeter. Pour peu qu'il y ait de metal mêlé dans une diſſolution de Sel Armoniac, quelle qu'elle ſoit, il ne ſe produira rien.

La plus prompte Vegetation ne ſe fait guere qu'en deux jours.

Une des plus promptes & en même-temps des plus agréables, eſt celle du Sel *de Duobus* diſſous par l'eau commune, ſurtout ſi elle ſe fait dans un Verre.

Le Sel Armoniac diſſous dans le Vin de *Bourgogne* ou de *Champagne* fait une Vegetation en Grappes de Raiſin. C'eſt dommage que cela n'arrive pas infailliblement, & même arrive, quand on met de l'eau commune au lieu de Vin, ce ſeroit bien la fameuſe & chimerique *Palingeneſie*, ou reproduction vantée par quelques Chimiſtes.

L'Alun & le Vitrol ne vegetent dans aucune des liqueurs où M. *Petit* les a diſſous. & il n'a trouvé pour le Sel Marin que l'Eſprit de Vitriol.

On ſent aſſez, & on le ſentiroit encore davan-

davantage par un plus grand détail de faits que nous ſupprimons, qu'il doit entrer dans tout cela une combinaiſon infinie, un jeu infiniment varié de figures & de mouvemens. M. *Petit* eſſaye d'en donner quelque idée, en ſe fondant ſur quelques figures de Sels les plus connues, ou les plus communément admiſes; par exemple on conçoit aiſément que parce que le Sel marin ſe cryſtalliſe en cubes, il ſeroit difficile que ces petits cubes laiſſaſſent entr'eux les interſtices ou eſpeces de Tuyaux Capillaires abſolument neceſſaires pour la Vegetation, mais après que l'on a conçû aſſez nettement un petit nombre de ces ſortes de particularités, on eſt encore obligé d'en laiſſer un nombre infiniment plus grand dans une vaſte poſſibilité, où l'on ne fait qu'entrevoir les objets.

La cauſe qui fait monter la liqueur ou pour former la Vegetation ou pour paſſer autravers & le long d'une Vegetation déja formée, a fourni à M. *Petit* un aſſez grand ſujet de recherches & d'experiences. Il a voulu s'aſſurer ſi cette cauſe étoit effectivement la preſſion de l'Air, ou plûtôt l'inégalité de ſa preſſion, ſelon que la plûpart des Phyſiciens le conçoivent.

Il a mis dans le Vuide un Gobelet plein d'une diſſolution de ſon Sel *de Duobus*, qui naturellement vegete avec viteſſe. Elle n'y a point vegeté, & cela ſemble prouver d'abord la neceſſité de la preſſion de l'Air. Mais la même diſſolution à l'air libre, couverte ſeulement d'un Recipient ou Cloche de verre, ne vegeta pas non plus, & comme

me elle n'étoit presque pas diminuée de poids, au lieu que si elle n'eût pas été couverte, & qu'elle eût vegeté, elle en auroit diminué très-considerablement, M. *Petit* vit sans peine que ce n'étoit pas la pression de l'Air, mais l'évaporation causée par l'Air, que la Vegetation demandoit indispensablement. En effet nous avons vû que tout dépend de l'évaporation, & même faite à propos.

Voici des faits encore bien plus forts contre la pression de l'Air. Il y a des Vegetations qui étant formées sont des filtres le long desquels monte la liqueur restée ou mise de nouveau dans le Gobelet, & se répand au dehors. Une Vegetation de cette espece mise dans le Vuide y fit le même jeu, &, ce qui est remarquable, jetta sa liqueur hors du Gobelet en aussi peu de temps qu'elle faisoit à l'air.

Comme ces Vegetations doivent ressembler par leur tissu & par la petitesse de leurs pores à des morceaux d'étoffes, M. *Petit* jugea que des filtres d'étoffes feroient le même effet dans le Vuide, & qu'ils feroient passer de l'eau du dedans d'un Vase au dehors, ou d'un Vase dans un autre, & cela arriva en effet, pourvû que l'on observât les regles ordinaires du Siphon. M. *Boyle* avoit déja reconnu que le Siphon devoit joüer dans le Vuide ; & que l'élevation des liqueurs dans les Tuyaux capillaires y subsiste.

Tous ces phenomenes qui peuvent paroître si surprenans, si paradoxes, si contraires au Systême établi de la pesanteur de l'Air,

ont été expliqués d'avance dans l'Hiſt. de 1705 *, & M. *Petit* adopte entierement cette explication. Nous n'y ajoûterons que deux mots pour un plus grand éclairciſſement.

Indépendamment de l'Air qui certainement peſe ſur une liqueur, ſi l'on y plonge un Tuyau d'un aſſés petit diametre la liqueur y montera juſqu'à une certaine hauteur, parce que la colomne de liqueur qui répond à l'ouverture du Tuyau étant en partie appuyée par les parois interieures du Tuyau, & d'autant plus appuyée qu'il eſt d'un moindre diametre, peſe moins ſur le fond du Vaſe que toutes les autres colomnes dont elle eſt environnée, & par conſequent eſt pouſſée en enhaut par elles, & élevée. Cela doit donc avoir lieu dans le Vuide.

De plus dans le Vuide l'Air que la liqueur contient étant ſoulagé du poids de l'Air exterieur qui le preſſoit, s'étend, ſe rarefie, monte au haut de la liqueur, & la fait monter avec lui audeſſus de ſon niveau, ſelon qu'il eſt plus engagé avec elle, qu'il a plus de force pour la ſoulever, qu'elle eſt elle-même plus appuyée par un Tuyau, ou par un filtre, & qu'elle a plus de facilité à s'y accrocher. Voilà un 2d principe d'élevation de la liqueur, tout contraire à celui de la preſſion. L'Air agit non en preſſant, mais en ſoulevant, non de haut en bas, mais de bas en haut.

Le 2d principe quelquefois favorable au jeu

* p. 27. & ſuiv.

jeu du Siphon dans le Vuide, y eſt quelquefois contraire. Les bulles d'air rarefiées arrêtent l'écoulement de la liqueur, quand elles interrompent entierement la conduite de ſes petits filets, & les coupent. Mais M. *Petit* a inventé une Machine au moyen de laquelle les bulles d'air qui ſe forment *dans* le Vuide y font toûjours couler le Siphon.

Tout cela ceſſeroit ſi on pouvoit employer aux experiences du Vuide de l'eau bien purgée d'air, mais M. *Petit* ne le juge guere poſſible. Qu'on faſſe bouillir l'eau tant qu'on voudra, qu'on la faſſe paſſer & repaſſer dans le Vuide à tant de repriſes differentes qu'on voudra, & ce ſont là les deux ſeuls moyens que l'on ait pour la purger d'air, elle en retiendra toûjours, & on le verra toûjours faire effervescence ou jetter des bulles dans le vuide.

Nous ne devons pas diſſimuler ici que *ſur* le fait des liqueurs qui contiennent plus ou moins d'air les unes que les autres, M. *Petit* eſt entierement oppoſé à feu M. *Homberg*. Quand nous avons expliqué en 1714. d'après M. *Homberg* que les petits Siphons s'arrêtent dans le Vuide à cauſe des groſſes bulles d'air qui ſe forment dans l'eau, nous avons dit ſelon ſon ſentiment que les Siphons ne s'arrêtoient point s'il y couloit des liqueurs graſſes, comme l'Huile ou le Lait, ce qui marque qu'elles contiennent moins d'air, ou de l'air plus engagé. M. *Petit* trouve le contraire par ſes experiences, ſes Siphons s'arrêtent, ſes liqueurs graſſes lui donnent beaucoup d'air. Il n'en

faut pas être ſurpris, il y a en Phyſique quantité de ſujets pareils ſuſceptibles d'expériences contraires, & qui pour être ſûrement décidés demanderoient plus de travail qu'ils ne paroiſſent quelquefois en meriter.

SUR LES SUPERCHERIES DE LA PIERRE PHILOSOPHALE.

* SI la paſſion des richeſſes n'étoit pas en nous auſſi puiſſante, & par conſequent auſſi aveugle qu'elle eſt, il ſeroit inconcevable qu'un homme qui prétend avoir le ſecret de faire de l'or, pût tirer de l'argent d'un autre pour lui communiquer ſon ſecret. Quel beſoin d'argent peut avoir cet heureux Mortel ? Cependant c'eſt un panneau où l'on donne tous les jours, & M. *Geoffroy* découvre les principaux tours de paſſe-paſſe que pratiquent les prétendus Adeptes, Enfans de l'Art, Philoſophes Hermetiques, Coſmopolites, Roſecroix &c. Gens qu'un langage myſterieux, une conduite fanatique, des promeſſes exorbitantes devroient rendre fort ſuſpects, & ne font que rendre plus importants. Nous ne repeterons point ce qu'a dit M. *Geoffroy* ſur leurs differentes ſupercheries, nous y ajoûterons ſeulement un mot ſur le fond de la choſe; il eſt preſque inſenſé de les écou-

ter,

* V. les M. p. 81.

ter, du moins dans l'eſperance de quelque profit.

Il pourroit bien être impoſſible à l'Art de faire de l'Or, c'eſt-à dire d'en faire avec des matieres qui ne ſoient pas or, comme il s'en fait dans le ſein de la Terre. L'Art n'a jamais fait un grain d'aucun des Metaux imparfaits, qui ſelon les Alchimiſtes ſont de l'or que la Nature a manqué, il n'a ſeulement jamais fait un Caillou. Selon toutes les apparences la Nature ſe reſerve toutes les productions. Cependant on ne démontre pas qu'il ſoit impoſſible de faire de l'or, mais on ne démontrera pas non plus qu'il ſoit impoſſible qu'un homme ne meure pas. Les impoſſibilités, horſmis les Geometriques, ne ſe démontrent guere, mais une extrême *difficulté*, prouvée d'une certaine façon par l'experience, doit être traitée comme une impoſſibilité, ſinon dans la Theorie, au moins dans la Pratique.

Les Alchimiſtes prétendent diſſoudre l'Or *radicalement*, ou en ſes principes, & en tirer quelque matiere, un ſouffre, par exemple, qui mêlé avec quelque autre Mineral, comme du Mercure où de l'Argent le change en Or, ce qui en multiplieroit la quantité.

Mais on n'a jamais diſſous radicalement aucun Metal parfait ou imparfait. On les altere, on les déguiſe, quelquefois à tel point qu'ils ne ſont plus reconnoiſſables, mais on ſait auſſi les moyens de les *revivifier*, de les faire reparoître ſous leur premiere forme. Leurs premiers principes n'étoient pas deſunis

Il eſt vrai que ſelon ce que nous avons dit nous-mêmes dans les Hiſtoires de 1702 * & 1709 * il s'eſt fait par le Miroir ardent des diſſolutions radicales que le feu ordinaire des fourneaux n'auroit pas faites. Mais un Alchimiſte n'en ſeroit pas plus avancé, car au feu du Soleil ou le Mercure ou le Souffre des Metaux, qui ſeroient les principes les plus actifs & les plus prétieux s'envolent, & le reſte demeure vitrifié, & inhabile à toute operation.

Quand même on auroit un Souffre d'Or bien ſeparé, & qu'on l'appliquât à de l'Argent, par ex. Il ne feroit que changer en Or une maſſe d'Argent égale à celle d'Or d'où il auroit été tiré. Je ſuppoſe qu'il lui auroit donné le poids, & toutes les autres qualités neceſſaires, mais malgré tout cela il valoit autant laiſſer ce Souffre où il étoit originairement, on n'a rien gagné, ſi ce n'eſt une experience très-curieuſe, & certainement on a fait des frais.

J'avoue que les Alchimiſtes entendent que ce ſouffre agiroit à la maniere, ou d'une ſemence qui vegete & devient une Plante, ou d'un feu qui ſe multiplie dès qu'il eſt dans une matiere combuſtible, & c'eſt à cela que reviennent les Contes de la Poudre de Projection dont quelques atomes ont produit de groſſes maſſes d'Or, mais quelle Phyſique pourroit s'accommoder de ces ſortes d'idées?

J'avouë auſſi que ſi de quelque matiere qui ne fût point Or, comme de la Roſée, de

* p. 45. & ſuiv. * p. 45. & ſuiv.

de la Manne, du Miel &c. on pouvoit, ainſi qu'ils le diſent, tirer quelque portion de l'*Eſprit univerſel*, propre à changer de l'Argent ou du Cuivre en Or, il pourroit y avoir du profit, mais quelles propoſitions! quelles eſperances!

Une choſe qui donne encore beaucoup de credit à la Pierre philoſophale, c'eſt qu'elle eſt un Remede univerſel. Ceux qui la cherchent, comment le ſavent-ils? Ceux qui la poſſedent, que ne gueriſſent-ils tout, &, s'ils veulent, ſans découvrir leur ſecret? Ils auront plus d'or que tous leurs fourneaux n'en pourroient faire. Quand on cherchera ce qui a fait donner à l'Or des vertus phyſiques ſi merveilleuſes, j'ai bien peur qu'on ne trouve que ce ſont ſes vertus arbitraires & conventionnelles, dont nous avons été extrêmement touchés.

CETTE année parut un Livre de M. de *Reaumur*, intitulé, *l'Art de convertir le fer forgé en Acier, & l'Art d'adoucir le fer fondu, ou de faire des Ouvrages de fer fondu auſſi finis que de fer forgé.* Il eſt partagé en differens Memoires, parce qu'effectivement il avoit été lû à l'Academie ſous cette forme à pluſieurs repriſes pendant le cours des trois dernieres années.

Le Fer eſt le plus utile de tous les Metaux, & les *Ameriquains* que nous avons tant trompés en leur donnant peu de fer pour beaucoup d'or, avoient raiſon de croire en même temps nous tromper, & étoient

toient réellement plus habiles que nous. La Phyſique Experimentale & la Chimie ne pouvoient s'attacher à un ſujet qui interesſât plus les Arts que le Fer, mais pour mieux faire entendre ce qu'elles ont produit de nouveau à M. de *Reaumur*, il faut commencer par faire une petite hiſtoire de ce Metal, pris dans ſes differens états.

La Mine de fer, telle qu'on la tire de la terre, eſt un aſſemblage confus de matiéres aſſés heterogenes, les unes ferrugineuſes, & veritablement metalliques, les autres ou ſulfureuſes, ou ſalines, ou ſimplement terreuſes. On met toute cette maſſe en fuſion par le moyen du feu, & parce que les parties metalliques plus peſantes que les autres tombent alors au fond des Vaiſſeaux, où elles ſont toutes contenuës, on ſépare aiſément ce qui les ſurnage, & n'eſt pas de leur nature. Il s'en faut bien que cette ſéparation ne puiſſe être parfaite. On coule le fer fondu dans un canal ouvert qui a la figure d'un Priſme triangulaire, il prend cette même figure en ſe refroidiſſant, & de longues piéces de ce fer ainſi conditionné s'appellent des *Gueuſes*.

On peut encore *affiner* ce fer, il n'y a qu'à le fondre de nouveau; comme il y eſt reſté beaucoup de matiere étrangere, on l'en ſeparera de la même maniere que la premiere fois, quoi qu'en moindre quantité. L'operation ſe peut renouveller tant qu'on le juge à propos. Le fer en cet état s'appelle *fonte de fer*, ou ſimplement *fonte*.

La fonte eſt une matiere dure & caſſante. Ce ne ſont point là deux qualités oppoſées.

posées. Il faut se representer cette matiere comme composée de grumeaux dont chacun a ses parties bien étroitement liées, mais les differens grumeaux ne le sont pas de même ensemble. La Lime qui voudra emporter une partie d'un grumeau, le Ciseau qui voudra le couper, ne le pourra pas, la fonte est donc dure. Mais si on frape dessus avec le Marteau, on détachera plusieurs grumeaux les uns d'avec les autres par l'ébranlement communiqué à toute la masse, & par consequent la fonte est cassante. On fait de fonte ce qui n'a besoin que de dureté, & ce qui n'est pas exposé à des coups, à des actions capables de casser un corps fragile. Ainsi on en fait les Contre-cœurs des Cheminées, des Poëles, des Marmites &c.

Une proprieté generale & essentielle des Metaux, est d'être malleables, c'est à dire, tels que leurs parties se laissent conduire sous les coups du marteau, qu'elles s'allongent, se détournent, se plient sans se quitter les unes les autres, ou, ce qui est le même, sans que le corps casse. La fonte n'est donc pas malleable. En termes de l'art, on appelle *corps* la soupleſſe & la flexibilité d'un métal, & métal *doux* celui qui a du corps. La fonte n'a point de corps, & n'est point un metal doux.

Elle n'est donc pas plus propre aux Ouvrages qui pour être façonnés demanderoient ou le Marteau ou la Lime ou le Ciseau, qu'à ceux qui étant faits devroient être à l'épreuve de quelques chocs violens. Mais comme elle est aisément fusible, on

la jette en Moule, où elle réüſſit bien, pourvû qu'elle ne ſoit deſtinée qu'à de certains Ouvrages groſſiers; car s'ils devoient être plus fins, s'ils devoient avoir des ornemens délicats, tels que quelques feuillages, la matiere fluide du metal, quel qu'il fût, ne prendroit jamais ſi bien toutes les façons du Moule, que l'Ouvrage n'eût beſoin enſuite d'être *reparé*, c'eſt-à-dire raccommodé, rajuſté plus exactement ſelon le Modele, ſoit avec le Marteau, ou la Lime, ou le Ciſeau. Or c'eſt ce que la fonte ne peut ſouffrir. Nous ſuppoſons d'ailleurs que la fonte, quoi qu'auſſi caſſante qu'elle eſt, convînt à cette ſorte d'Ouvrage.

Mais ces inconveniens de la fonte ne ſe trouvent point, ou du moins peuvent ne ſe pas trouver dans un fer *forgé*, pris de la même Gueuſe. Forger le fer, c'eſt le mettre au feu, de ſorte qu'il ſoit tout penetré de particules ignées, & enſuite le battre, le paitrir, pour ainſi dire, à coups de Marteau, tandis qu'il eſt ramolli. En cet état il eſt malleable, il prend telles figures que l'on veut, & les conſerve étant refroidi. Il eſt encore malleable à froid, quand il a naturellement aſſés de corps, mais il ne l'eſt jamais tant à beaucoup près que lorſqu'il étoit chaud. On peut le travailler froid à la Lime, & au Ciſeau, il n'eſt plus ſi dur, ni ſi caſſant que la fonte.

En même-temps il perd une des proprietés de la fonte, il n'eſt plus fuſible. Tout au plus en le mettant au feu, ce que les Ouvriers appelient *lui donner une Chaude*, on peut

peut le chauffer à tel point, qu'il s'en détachera quelques goutes fondues, qui tomberont. Cette chaude s'appelle *ſuante*. Mais ce n'eſt point là une fuſion, ni qui ſe faſſe toute à la fois, ni qui rende le fer aſſés fluïde. Il n'eſt reduit qu'en une eſpece de Pâte.

Apparemment la fonte & le fer forgé, qui ſont l'un & l'autre un mêlange de parties ferrugineuſes, ſulfureuſes & ſalines, different en ce que dans la fonte ces parties ſont beaucoup plus mêlées que dans le fer forgé. Dans l'une elles ſe ſont miſes en fuſion ſelon le même arrangement irregulier, où elles ſe ſont trouvées, dans l'autre, où le feu les tenoit toutes àuſſi en mouvement, elles ont été en même-temps obligées par le Marteau à s'arranger plus uniformément, & à ſe diſtribuer plus également; elles n'ont plus formé des eſpeces de petits tas, ou paquets ſéparés les uns des autres, les parties ſulfureuſes ou ſalines ont penetré les metalliques; de plus le feu a conſumé ou fait évaporer dans le fer que l'on chauffoit beaucoup de ſouffres, ou de ſels inutiles, ainſi la maſſe du fer forgé eſt devenue plus homogene en ſon total que celle de la fonte, & en même-temps ſes parties metalliques plus penetrées de ſouffres & de ſels en ont été moins metalliques & moins homogenes. En general l'homogeneité des parties en rend la ſéparation plus difficile; par conſequent le fer forgé plus homogene en ſon total eſt moins caſſant, & moins homogene en ſes parties metalliques, il y donne plus de priſe à la Lime

&

& au Ciſeau. Il eſt auſſi moins fuſible, parce que ſes ſouffres, d'où dépend la fuſion, diſtribués plus également ne font plus d'aſſés grand amas, pour avoir la force d'entraîner tout le reſte avec eux, quand ils ſont une fois liquefiés.

Il ſeroit très-difficile de faire de groſſes piéces de fer, on ne les fait que de fer fondu, qu'on a jetté en Moule. Mais comme ils ſont de leur nature extrêmement caſſants, on ne peut les rendre capables de reſiſter à l'effort de la Poudre que par une grande épaiſſeur, ce qui les rend plus chers, & de plus très-incommodes par leur peſanteur. Quand ils cedent à la Poudre, ils ne s'entrouvrent pas, ce qui n'emporteroit que la perte de la piéce, mais ils crevent en éclats, qui tuent les Canoniers. Il ſeroit à ſouhaiter qu'on les pût faire de fer forgé, avec moins de maſſe ils ſeroient moins ſujets à crever, mais on n'a pu encore y parvenir. On voit aſſés par tout ce que nous venons de dire quels peuvent être les uſages de la fonte & du fer forgé, & quelles ſont les compenſations des avantages & desavantages du fer pris dans ces deux differens états.

Une des plus grandes utilités du fer, & certainement la plus étendue, eſt celle dont il eſt par ſon changement en Acier. Alors il devient tous les Inſtrumens propres à couper, à tailler, à percer &c. & cela eſt infini. Mais la converſion du fer en Acier eſt une eſpece de myſtere, du moins pour ce Royaume, & bien des gens en ont cherché le ſecret à grands frais, & inutilement.

ment. Ce n'eſt pas qu'il ne ſe faſſe quelques Aciers en *France*, mais ils ne ſont ni bons ordinairement, ni eſtimés, ce qui eſt encore pis. Ceux qui nous viennent d'*Allemagne* ont le plus de reputation, & les *Allemands* ſont fort jaloux de ſe conſerver cet avantage. On vend l'Acier en morceaux d'une certaine forme, qu'on nomme des *Billes*.

L'Acier eſt plus dur que le fer forgé, & il eſt clair que cette qualité lui eſt neceſſaire pour les fonctions auſquelles on le deſtine. Si, par exemple, un Ciſeau d'acier qui doit couper du fer à froid n'eſt pas aſſés dur, il ſe *refoule*, c'eſt-à-dire, que les parties de ſon Taillant ſe rapprochent les unes des autres, ſe reſſerrent, forment un Taillant plus épais, & moins vif. D'un autre côté de ce que l'Acier eſt plus dur que le fer, il ſuit qu'il eſt auſſi plus caſſant, & le Ciſeau d'acier pourra être tel qu'en coupant il s'*égrainera*, que ſon Taillant s'en ira en petites parcelles, & deviendra inutile, du moins juſqu'à ce qu'on l'ait éguiſé ſur la Meule. Un bon Outil doit être fort dur, ſans être caſſant, il ne doit être ſujet ni à ſe refouler, ni à s'égrainer, quoique l'un de ces inconveniens prenne aſſés ſouvent la place de l'autre. De plus, il faut que l'Acier, quoique plus dur, & plus caſſant que le fer, ne le ſoit qu'au point de pouvoir encore être malleable. De tout cela vient la difficulté d'avoir de bons Aciers.

Tout le monde ſait que l'Acier prend ſa grande dureté par la Trempe. On lui don-

ne une chaude telle qu'on juge à propos, & on le plonge dans l'eau froide tout penetré de feu. On le retire auſſitôt, & il eſt trempé, voilà toute l'operation. Il eſt trempé d'autant *plus dur*, ou, ce qui eſt le même, il a acquis d'autant plus de dureté par la trempe, qu'il a été plongé plus chaud dans la même eau froide. Cette même dureté acquiſe par la trempe, il la perd ſi on le chauffe de nouveau.

Toutes les Billes d'acier qu'on débite ont été trempées. Quand on veut faire uſage d'une Bille, en faire quelque Outil, on la chauffe, on la forge pour lui donner la forme de l'Outil, & enfin on trempe l'Outil devenu tel qu'il doit demeurer. On a donc *détrempé* l'Acier quand on l'a forgé, mais après cela on le retrempe, & cette trempe repetée a le même effet que la premiere, & n'en eſt pas moins forte pour ne venir que la ſeconde. La Bille qui ne devoit pas reſter ſous cette forme n'avoit été trempée qu'afin que les Marchands fuſſent plus en état de juger de la qualité de l'Acier.

M. de *Reaumur*, en étudiant les Arts que l'Academie a entrepris de décrire, a eu très-ſouvent occaſion d'étudier auſſi le fer en ſes differens états, & de cette étude ſont nés les deux Arts nouveaux énoncés dans le titre du Livre dont nous parlons. Les Ouvriers n'inventent rien, à moins qu'ils ne ſoient des genies rares, ce ſont des eſpeces d'Automates montés pour une certaine ſuite de mouvemens, mais un Phyſicien habile qui les voit faire, & qui ſait les regarder

garder comme il faut, ne peut guere manquer d'inventer, ſur tout s'il eſt à portée de faire toutes les experiences que demanderont ſes reflexions, & s'il a la ſagacité d'eſprit & l'adreſſe d'execution, que les experiences demandent. M. de *Reaumur* a fait l'hiſtoire de ſes operations, des vûës qui l'ont conduit à chacune, de la maniere dont il les a variées, des differens ſuccès qu'elles ont eûs &c. cette methode eſt la plus inſtructive pour qui voudra operer auſſi, & même la plus agréable pour qui ne cherchera que la Theorie, mais les longs détails où elle nous engageroit nous obligent à en prendre une toute contraire, & à n'expoſer ici que les principes generaux, d'où tout dépend.

M. de *Reaumur* a reconnu que l'Acier ne differe du fer forgé qu'en ce qu'il a plus de ſouffres & de ſels. Delà il ſuit 1. que de la fonte qui ne differe auſſi du fer forgé que par ce même endroit peut être de l'Acier, & en effet il y en a telle qui l'eſt, ſurtout ſi c'eſt une fonte *blanche*, car les blanches ſont les plus fines, les mieux purgées de parties terreuſes. Celles-là pourront prendre par la trempe la dureté convenable à l'Acier. Il ſuit 2. que changer le fer forgé en Acier, c'eſt lui donner de nouveaux ſouffres, & de nouveaux ſels, mais pourquoi lui en donner, puiſque le fer dans l'état de fonte en a ce qu'il lui en faut pour être Acier? C'eſt que la fonte n'eſt pas malleable ou forgeable, & il faut ordinairement que l'Acier le ſoit. De plus on peut donner au fer forgé des

ſouffres

ſouffres & des ſels, qui conviennent mieux au caractere d'Acier, que ceux qu'avoit la fonte.

Il y a effectivement beaucoup de choix à ces ſouffres, & à ces ſels, & c'eſt une des choſes, qui a le plus occupé M. de *Reaumur*. Après un grand nombre de differens eſſais, il s'eſt enfin déterminé pour les matieres ſulfureuſes au charbon pilé, & à la ſuye de cheminée, & pour les matieres ſalines au ſel marin ſeul, le tout mêlé avec de la cendre pour intermede.

Non ſeulement ces matieres doivent avoir entr'elles une certaine doſe, qui n'eſt pourtant pas fort exacte, ni fort rigoureuſe, mais leur quantité totale doit avoir une certaine proportion à la quantité du fer qu'on veut convertir, & même à ſa qualité, car les fers de differentes Mines ſont ordinairement de differentes qualités, & ſe convertiſſent en Acier plus ou moins aiſément, & en Acier plus ou moins bon.

La maniere d'introduire dans le fer ces ſouffres, & ces ſels étrangers a été encore pour M. de *Reaumur* un grand ſujet de recherches, & de tâtonnemens ingenieux. Il eſt bien ſûr que c'eſt le feu qui doit faire cette introduction, mais on n'en eſt guere plus avancé pour le ſavoir. M. de *Reaumur*, qui tendoit toûjours à trouver ce qu'il pouvoit y avoir à cet égard de plus commode, de plus efficace, de plus prompt, & de moindre dépenſe, eſt enfin arrivé à un Fourneau d'une conſtruction toute nouvelle, & cette partie de ſes découvertes, quoiqu'acceſſoire, n'eſt pas la moins conſidera-

ſiderable, ni la moins fine. Il paroît s'être propoſé d'accorder tous les avantages d'un Fourneau les plus incompatibles. On jugera par-là que dans la pratique des Arts on ſe réſout trop aiſément à beaucoup de pertes ou d'incommodités ou de dépenſes qu'on pourroit s'épargner, & qu'on eſt bien éloigné de croire poſſible, tout ce qui l'eſt.

Puiſque l'Acier eſt du fer, où l'on a introduit des matieres étrangeres, il eſt clair que l'heterogeneïté de ſes parties le doit rendre plus caſſant, & en même-temps il peut devenir plus dur de la maniere que nous l'avons expliqué, & il le doit pour être propre à ce qu'on lui demande. Il faut auſſi que quoique dur & caſſant il ſoit *traitable*, c'eſt-à-dire qu'il ſe laiſſe forger, qu'il ſoûtienne le Marteau, que ſes parties frapées ſe raſſemblent, qu'il ne s'en détache point des *écailles*, ou des parcelles, du moins en nombre conſiderable. Toutes ces qualités difficiles à accorder ne peuvent ſe réünir, chacune au degré neceſſaire, que dans un certain point aſſés juſte. Les matieres qui opereront la converſion du fer en Acier étant ſuppoſées, auſſi bien que le fourneau, & toute la manipulation, tout dépend de la qualité du fer que l'on convertira, & ce fer étant converti, il faut des marques ſenſibles pour reconnoître s'il eſt devenu bon Acier.

C'eſt en caſſant des barres de fer qu'on juge de leur qualité. En general les caſſures montrent ou des lames, ou des grains, ou des fibres, quelquefois ces trois eſpeces de

de molecules à la fois, ſouvent deux, mais on juge facilement quelle eſpece domine. Ce n'eſt pourtant pas à dire que celle qui domine dans la caſſure doive dominer dans toute la barre de fer, il y a encore à cela beaucoup d'incertitude, mais l'uſage en leve une bonne partie, & donne des connoiſſances qui ſont à peu près des regles.

Les fers à lames, & les fers à fibres ſont les deux ordres extrêmes, les premiers ſont naturellement les plus caſſants, les ſeconds ſont les plus doux, & c'eſt auſſi ce que promettoit leur differente ſtructure. Par rapport à la converſion en Acier les fers à lames ſont les plus mauvais, & entre ceux-ci, ceux encore dont les lames ſont les plus blanches, les plus brillantes, les plus grandes, diſpoſées entr'elles le plus irregulierement, & ſelon des inclinaiſons plus differentes. M. de *Reaumur* commence par eux une Suite de fers, qui venant par degrés à avoir des lames toûjours plus petites, moins brillantes, mieux arrangées ſont enfin des fers à grains, qui étant neceſſairement plus petits que les lames, & à peu près ronds, ſont auſſi plus ternes. Il eſt aiſé d'en imaginer les nuances ſucceſſives. Après eux ſont les fers fibreux, dont on peut concevoir que les fibres ne ſont formées que de grains aſſés bien liés les uns aux autres pour paroître de longs filets.

Quoique cette Suite de fers commence par les moins propres à être convertis en Acier, ce n'eſt pas à dire qu'elle finiſſe par ceux qui y ſont abſolument les plus propres. Il eſt bien vrai qu'ils deviendront communément

nément ies Aciers les plus doux, les plus flexibles, qui auront le plus de corps, & ils ſeront préferables à tous les autres pour certains uſages, comme pour faire des Reſſorts de Pendules, mais ils pourront n'être pas aſſés durs, & ils ne ſeroient pas de bonnes Haches, de bons Raſoirs &c. En general les fers à grains fins donnent de bons Aciers, & d'une grande dureté. Ce qu'il y a de ſingulier c'eſt que les bons Aciers qu'on ſuppoſe n'avoir pas été forgés depuis leur converſion, ſont à lames, & ils ne viendroient pas des fers qui ont naturellement cette ſtructure. Mais auſſi les lames des bons Aciers ſont petites, ternes, & ſur tout arrangées regulierement, paralleles les unes aux autres, & aux deux faces des bouts de la barre. On a tout lieu de croire que le feu ayant fondu les éminences convexes des grains du fer en a réduit pluſieurs contigus en une même lame, & deplus que dans le temps aſſés long qu'il a été continué toûjours égal, & dans celui où toutes les parties de la maſſe paîtries par le marteau ſe ſont arrangées plus regulierement, il s'eſt fait dans le fer les routes les plus faciles, & qui ſe traverſoient le moins les unes les autres, & a par conſequent diſpoſé parallelement les particules ou lames entre leſquelles il couloit.

L'Acier n'ayant pas encore été forgé, des lames trop petites ſont une marque d'un mauvais Acier. A plus forte raiſon des grains fins.

Une barre de fer devenuë Acier ne l'eſt pas également dans toute ſa ſubſtance. Le feu

feu dont elle a été environnée a plus agi ſur ſa ſurface que vers ſon centre. Elle eſt donc plus Acier vers ſa ſurface, ou l'eſt trop, ſi le centre l'eſt autant qu'il faut. Mais heureuſement la nature de bon Acier n'eſt pas un point indiviſible, il y a pour toute la barre un certain dégré moyen où il faut ſe tenir, & ce dégré quoiqu'il ait quelque étenduë eſt aiſé à manquer. On peut dire generalement de cet Art qu'il faut toûjours s'y conduire entre des plus & des moins d'un grand nombre d'eſpeces differentes, qui ſont autant d'écueils dont on ne peut ſe ſauver qu'à force d'obſervations & d'attentions délicates.

Si la compoſition qui doit changer le fer en Acier eſt trop forte, ſi le feu a été trop long, le fer ſera trop Acier, trop de parties ſulfureuſes & ſalines introduites entre les metalliques les écarteront trop les unes des autres, & en empêcheront la liaiſon au point que le tout ne ſoutiendra plus le Marteau, cet Acier ſera intraitable quand on viendra à le forger, le déchet en ſera conſiderable par les écailles qui s'en détacheront, tout au moins il ſe fendra en quelques endroits & ſera *gerſeux*. M. de *Reaumur* en ſuivant toûjours le même principe a trouvé le moyen d'empêcher que ce mauvais Acier ne demeurât inutile. Il avoit trop de ſouffres & de ſels, il faut lui en ôter. Le feu appliqué immediatement conſumeroit des ſouffres, enleveroit des ſels, mais il lui en rendroit, ſur-tout des ſouffres, parce que la flâme n'eſt elle-même qu'un compoſé des

ſouffres

ſouffres du bois ou du charbon extrêmement diviſés & agités. C'eſt ce que M. de *Reaumur* a reconnu par la premiere experience & la plus naturelle qui lui vint en penſée ſur ce ſujet. Eclairé par le peu de ſuccès qu'il avoit eu, il comprit qu'il faloit enveloper le mauvais Acier de matieres alcalines, avides de ſouffres & de ſels, & celles qui après divers tâtonnemens lui parurent les plus propres à ſon deſſein, furent la Chaux d'Os, & la Craye. Avec une certaine durée de feu, elles remettent le mauvais Acier au point qu'il faut pour être bon. Cette eſpece de décompoſition de l'Acier eſt une nouvelle preuve que le principe de ſa compoſition étoit le veritable.

Il eſt même aiſé de voir qu'on pourroit ramener l'Acier à être entierement fer, & l'arrêter dans tel dégré moyen qu'on voudroit ſelon les differens uſages qu'on auroit en vûë. Ses deux qualités les plus oppoſées ſont la dureté & la flexibilité ou corps, ce qu'il gagne ſur l'une il le perd ſur l'autre; comme on ſait que le plus de dureté vient de ce que la quantité des parties ſulfureuſes & ſalines eſt plus grande par rapport à celle des metalliques, & le plus de corps au contraire, & qu'on eſt maître de la quantité de matieres ſulfureuſes & ſalines qu'on introduit dans le fer, & de l'activité & de la durée du feu qu'on employe à les introduire, on eſt maître auſſi de faire des combinaiſons aſſés juſtes de la dureté & de la flexibilité de l'Acier. L'Art

de

de M. de *Reaumur* ſemble ſe joüer de ce metal.

Le fer impregné de nouveaux ſouffres, & de nouveaux ſels n'eſt pas encore auſſi conſiderablement alteré que l'uſage dont il doit être le demande, c'eſt la trempe qui lui donne la dureté neceſſaire, il n'avoit qu'une diſpoſition prochaine à l'acquerir. Mais comment l'acquiert-il? C'eſt une difficulté de Phyſique plus embarraſſante qu'elle ne le paroît d'abord.

L'Acier tout penetré de feu étant ſubitement refroidi par l'eau, eſt fixé dans l'état où il a été ſurpris. Il étoit rarefié, dilaté, & il conſerve ſi bien cette nouvelle extenſion, que M. de *Reaumur* ayant très-exactement meſuré ſelon une experience faite par feu M. *Perraut* le volume de l'Acier trempé, l'a toûjours trouvé comme lui augmenté ſenſiblement. Qui ne croiroit en pouvoir conclure avec aſſurance que les mêmes particules de feu qui ont étendu la ſubſtance de l'Acier y ſont demeurées' empriſonnées par le refroidiſſement ſubit, comme il eſt certain qu'il demeure de ces particules, même ſans l'induſtrie de ce refroidiſſement, dans pluſieurs matieres calcinées? Elles ſe ſeront ajoûtées, unies aux particules propres de l'Acier, & l'auront rendu plus compacte & plus dur. Cela ſeroit très-naturel, mais il faudroit que l'Acier fût augmenté de poids, comme le ſont les matieres calcinées, & certainement par toutes les experiences, de M. de *Reaumur*, qui peut-être ſouhaitoit un peu qu'il le fût, il ne l'eſt point.

Il

Il faut donc avoir recours à une autre explication, qui ne mette dans la ſubſtance de l'Acier qu'un changement de ſtructure interieure, ou de tiſſu. Si un corps eſt compoſé d'un certain nombre de parties propres fort compactes, entre leſquelles il y ait des vuides, & que l'on prenne ſur ces parties compactes dequoi remplir les vuides, il eſt certain que quoi qu'on ait affoibli ou rendu moins compactes les parties propres, le corps en ſon total l'eſt devenu davantage, ou plus dur. Quand on a converti le fer en Acier, M. de *Reaumur* conçoit que les parties ferrugineuſes naturellement avides de ſouffres & de ſels s'en ſont extrêmement chargées, & que les interſtices qui étoient entr'elles en ont pris, en ont reçû beaucoup moins, que lorſqu'on chauffe l'Acier pour le tremper enſuite, le feu chaſſe de la ſubſtance des parties ferrugineuſes cet excès de ſouffres & de ſels trop accumulés, & les diſtribue dans les interſtices, & que de leur diſtribution plus égale dans tout le corps de l'Acier fixé en cet état par la trempe, vient ſon augmentation de dureté.

A cet avantage nouveau ſe joint un deſavantage qui l'accompagne infailliblement, l'Acier en eſt moins fin, il a le grain plus gros, & s'il reſiſte mieux au travail de couper, parce qu'il eſt plus dur; il ne coupera pas ſi bien ce qui demande un taillant fin. En même-temps auſſi l'Acier plus dur a moins de corps. Par les regles de M. de *Reaumur* on diſpoſe du degré de dureté, & par conſequent de tout le reſte. En ſe ſervant adroitement de l'oppoſition que les qua-

qualités de l'Acier ont entr'elles, & des compenſations qui en naiſſent, on trouvera que cette oppoſition, fâcheuſe en apparence, eſt aſſés ſouvent utile.

Il paroît étonnant que l'Acier devenu plus dur par la trempe, plus fort pour reſiſter aux preſſions, & aux frottemens, ſoit auſſi plus foible pour reſiſter aux actions. Un fil d'Acier qui ſuſpendu verticalement par une de ſes extremités ſoûtiendra par l'autre un certain poids ſans ſe rompre, ne le ſoûtiendra plus après avoir été trempé; & s'il n'a été trempé qu'à un certain endroit, ce ſera à cet endroit qu'il ſe rompra. C'eſt ce que M. de *Reaumur* a reconnu par ſes experiences. L'augmentation de la groſſeur du grain de l'Acier par la trempe lui donne la raiſon de ce phenomene. La rupture d'un Corps, de quelque maniere qu'elle ſe faſſe, ou la ſéparation de ſes parties eſt d'autant plus difficile qu'il y a de parties qui ſe touchent, & que les parties qui ſe touchent ſe touchent en plus de points. Les grains ſont ces parties dans l'Acier, il y en a moins dans l'Acier trempé, puiſqu'ils ſont plus gros, par conſequent moins d'attouchements. D'un autre côté, parce qu'ils ſont plus gros, ils ſe touchent en plus de points les uns les autres. Voilà deux principes contraires de facilité & de difficulté de ſeparation, ou de rupture, il faut que l'un ait plus de rapport aux preſſions, l'autre aux tractions, & que l'un l'emporte ſur l'autre ſelon qu'il s'agit de preſſion ou de traction.

Nous avons déja dit que l'Acier eſt d'autant plus dur qu'il eſt trempé plus chaud, il

y faut

y faut ajoûter, & d'autant plus que l'eau eſt plus froide. Le degré de chaleur de l'Acier qu'on trempe ſe juge aiſément par ſa couleur, & par diverſes nuances fort connues des Ouvriers. M. de *Reaumur*, qui n'a rien voulu laiſſer ſans l'étudier ſoigneuſement, a fait beaucoup d'experiences pour s'aſſûrer que de toutes les liqueurs où l'on peut faire la trempe, la meilleure eſt celle qu'on employe communément, l'eau froide, & qu'il n'y a guere à eſperer de plus des eaux où l'on mêleroit quelques autres matieres. Seulement le Vinaigre & le Verjus ont paru avoir plus de vertu que l'eau. Pour l'Eau forte, elle en a conſiderablement davantage, mais cela ne va qu'à endurcir au même point un Acier trempé beaucoup moins chaud, ce qui a peu d'utilité. L'eau froide endurcit autant qu'il eſt neceſſaire, & peut-être autant qu'il eſt poſſible l'Acier trempé fort chaud.

Pour le tremper plus dur, c'étoit une pratique aſſés ordinaire de le tremper *en paquet*. On le chauffoit environné de certaines matieres qui étoient le paquet, après quoi on faiſoit la trempe. M. de *Reaumur* avoue que ce ſont ces trempes en paquet qui lui ont donné le plus de lumiere ſur la converſion du fer en Acier, car réellement ces matieres qui le rendoient plus propre à s'endurcir par la trempe, le rendoient auſſi plus Acier, & par conſequent étoient de celles qui peuvent operer la converſion du fer. On peut encore conſerver cette même pratique pour de l'Acier qui ne ſera pas aſſés bon, mais M. de *Reaumur* obſerve

que les matieres qui ont operé la premiere converſion du fer en Acier, & celles qu'on employera dans le nouveau *recuit* qu'on donnera à l'Acier avant la trempe, ne doivent pas être tout à fait les mêmes. Quand on a converti le fer il a fallu avoir un Acier malléable, aiſé à travailler, qui pût prendre la forme de tel Outil qu'on voudroit; quand on fait le nouveau recuit ou la trempe en paquet, l'Outil eſt forgé, & tel qu'il demeurera; il n'importe plus qu'il ſoit malleable, ni flexible. Cela met de la difference dans le choix des matieres.

Si l'Acier trempé peche par excès de dureté, il y a une maniere très-ſimple de le ramener à tel degré moyen de dureté qu'on voudra. Il faut le remettre au feu, le feu lui enlevera ſelon ſa force & ſa durée plus ou moins de matieres étrangeres; il pourroit le faire redevenir entierement fer.

Le ſecond Art énoncé dans le titre de l'Ouvrage de M. de *Reaumur*, n'eſt qu'une application de tout ce que nous venons de dire, qui ſe fait preſque d'elle-même. Nous avons expliqué d'abord en quoi conſiſte la difficulté de faire en fer fondu ce que l'on feroit en fer forgé, le fer fondu eſt trop dur & trop caſſant, trop rebelle au Marteau, au Ciſeau, à la Lime; il s'agit donc de le rendre auſſi doux que le fer forgé.

La fonte chargée comme elle eſt, & même trop chargée de ſouffres & de ſels reſſemble plus à l'Acier qu'au fer forgé, & on la peut regarder comme de l'Acier trop Acier. Par conſequent il ne faut pour la rendre douce & traitable qu'operer ſur elle comme

comme nous avons dit qu'on devroit operer ſur de l'Acier trop Acier, ou trop endurci, lui ôter ce qu'elle a de trop de ſouffres & de ſels comme on les ôteroit à cet Acier, & M. de *Reaumur* a trouvé qu'il n'y faloit que les mêmes matieres de la Chaux d'Os, & de la Craye, elles ſont préferables à toutes les autres qu'il a tentés. Il donne cependant ſur toute cette pratique pluſieurs avertiſſemens utiles, dont nous rapporterons deux exemples.

Il pouvoit prendre en deux états differens le fer fondu qu'il vouloit adoucir, ou dans le ſimple état de fer fondu, & avant qu'il fût jetté en Moule pour y recevoir une certaine forme, où après qu'il l'a reçûë, & lorſqu'il ne demande plus qu'à être réparé avec la Limé ou le Ciſeau. C'eſt dans ce dernier état qu'il le prend. Il a éprouvé que la Chaux d'Os, qui eſt extrêmement denuée de ſouffres & de ſels, & qui a été choiſie pour cela même, abſorboit trop ceux de la ſurface de l'Ouvrage de fer fondu, la deſſechoit trop, deſorte que quand on venoit à la travailler elle s'en alloit par écailles qui emportoient tout le délicat & tout le fin de l'Ouvrage. Le remede à cet inconvenient eſt de moderer l'effet exceſſif de la Chaux d'Os par de la poudre de Charbon, qui eſt une matiere ſulfureuſe & ſaline.

Il ne faut pareillement employer la Craye qu'avec une précaution. Elle réüſſit fort bien, ſi le feu n'a pas eu beſoin d'être long, ni vif, mais s'il l'a été, elle vient à jetter

dans le fer des ſouffres & des ſels qu'elle cachoit, & qu'elle n'eût pas donnés à un moindre feu, & le fer au lieu de s'adoucir s'endurcit conſiderablement.

Le fourneau pour adoucir le fer fondu eſt le même que pour convertir le fer forgé en Acier, ce qui eſt une commodité & une épargne M. de *Reaumur* le conſtruit de maniere qu'il y a pour l'une & l'autre operation des eſpeces de Tiroirs où l'on met des Eſſais que l'on peut retirer quand on veut, & qui marquent à quel point en eſt l'operation.

Une recherche des plus ſubtiles en cette matiere eſt celle des ſignes auſquels on reconnoît ſi le fer forgé a été bien converti en Acier, ou le fer fondu bien adouci, mais cette ſubtilité nous empêche d'en parler.

Nous ne paſſerons pas ſous ſilence un fait ſingulier fourni par le hazard, mais que le raiſonnement & les reflexions mettront à profit. M. de *Reaumur* adouciſſoit un Marteau de Porte-Cochere aſſés orné. Quand il le retira du fourneau, il le trouva extrêmement diminué de poids, & en effet ſes deux groſſes branches de maſſives qu'elles étoient, étoient devenues creuſes en conſervant leur forme, il s'y étoit fait au bas un petit trou par où avoit coulé le Metal du dedans qui s'étoit fondu. M. de *Reaumur* conçût auſſitôt que la ſurface de ce qui eſt expoſé à l'action du feu étant plûtôt & plus violemment attaquée que l'interieur, la ſurface de cette piéce avoit été d'abord adoucie, ou reduite à l'état du fer forgé

forgé qui n'eſt plus fuſible, & qu'elle étoit devenue une eſpece de creuſet capable de contenir ſans ſe fondre de la matiere fondue ; delà s'enſuit tout le reſte de l'explication, que M. de *Reaumur* a encore verifiée par des Cylindres maſſifs qu'il a rendus creux très-aiſément. Cela donnera dans la pratique le moyen de diminuer la maſſe des piéces qui n'en auront pas beſoin, & quant à l'ouverture par où ſortira le metal fondu, il ſera facile de la déterminer à ſe faire en tel endroit qu'on voudra, il n'y aura qu'à affoiblir cet endroit.

Outre pluſieurs autres obſervations importantes pour la pratique, & que M. de *Reaumur* convient que l'experience multipliera encore de jour en jour, il rapporte tous les uſages que peut avoir ſon nouvel Art d'adoucir le fer, mais avec la rare précaution de ne point exagerer & de renfermer tout dans ſes juſtes bornes. *Il croit qu'on pourra faire des Canons* de fer fondu, qui auront le double avantage d'être & plus legers, & moins caſſants.

Nous finirons par deux choſes de fait, qui donneront une idée de l'épargne que les deux Arts de M. de *Reaumur* peuvent valoir au Public. Dans les temps ordinaires le fer vaut 3 ſous la livre au plus, & les Aciers fins 18 ou 20 ſous; le fer converti en Acier par ſa methode ne lui revient qu'à 4 ſous. Le Marteau de la Porte de l'Hôtel *de la Ferté* ruë de *Richelieu*, qui eſt de fer forgé & d'une beauté rare, a coûté 700 livres dans ce temps dont nous

parlons, & M. de *Reaumur* en a fait pour 25 livres un tout pareil de fer fondu. Les Arts y gagneront toûjours en toutes manieres quand la Philoſophie ne dédaignera pas de s'y appliquer, & elle trouvera qu'ils le meritoient plus qu'elle ne penſoit peut-être elle-même.

BOTANIQUE.

SUR LE NOSTOCH.

* TOUT eſt conduit dans la Nature par dégrés & par nuances. Il y a des Animaux qui n'ont preſque pas de mouvement, comme l'Oeil de Bouc, c'eſt par-là que le Genre commence, & il finit à cet égard par les Aigles & les Faucons. Les derniers Vegetaux, ceux qui confinent au Genre des Animaux, paroiſſent avoir preſque du ſentiment, telle eſt la Senſitive, les premiers ne paroiſſent preſque pas vegeter, telles ſont les Truffes, M. de *Reaumur* y ajoûte le Noſtoch, dont M. *Geoffroy* le cadet avoit déja parlé dans les Memoires de 1708 †.

Le Noſtoch ainſi nommé par *Paracelſe* eſt

* V. les M. p. 165. † p. 293. & ſuiv.

eſt un corps d'une figure irreguliere, d'un vert brun, un peu tranſparent, tremblant au toucher comme une gelée, qui ne ſe fond pourtant pas entre les doigts, que l'on a quelque peine à déchirer comme ſi c'étoit une feuille, & qui n'a cependant ni fibres, ni nervûres. On le trouve ſur divers terrains, mais principalement ſur des ſables, ſur des Allées de Jardin, & après de grandes pluyes d'Eté. Il ſe conſerve tant que le temps eſt humide, & ſe deſſeche & perit par le Vent & par le Soleil,

On n'a pas ſoupçonné d'abord que ce pût être une Plante, il venoit ſubitement par une eſpece de miracle ou de la Terre ou même du Ciel, on l'appelloit *flos terræ*, *flos cœli*, & il a tiré de l'obſcurité de ſon origine cet avantage qu'on a cru qu'il contenoit l'Eſprit univerſel deſtiné à la tranſmutation de Metaux en Or. M. *Magnol* de *Montpellier*, & M. de *Tournefort* ont été les premiers qui ont oſé le ranger parmi les Plantes.

Sa nature n'avoit pourtant pas été approfondie par eux comme elle l'a été par M. de *Reaumur*. Il a trouvé que le Noſtoch eſt une feuille qui boit très-avidement l'eau; quand elle s'en eſt abreuvée & remplie elle paroît dans ſon état naturel, hors delà elle ſe pliſſe, ſe chiffonne, n'eſt plus reconnoiſſable, ni même facile à apercevoir. Delà vient qu'elle paroît naître ſubitement, & preſque miraculeuſement après la pluye. Qu'il revienne de la pluye ſur du Noſtoch bien deſſeché, bien déguiſé, il renait ou reparoît auſſitôt, & ſemble toûjours

jours également disposé à souffrir ces alternatives.

M. *Geoffroy* avoit cru lui trouver des racines, M. de *Reaumur* s'est assûré qu'il n'en a point. Il avoit observé sur la surface de quelques Nostochs en certains temps une infinité de petits grains ronds de differentes grosleurs, qu'il soupçonna qui pouvoient être la semence de la Plante, il en sema dans des Vases, & en effet les graines leverent, mais jamais il ne vit nulle apparence de racines aux petits Nostochs qu'il en tiroit; il remettoit dans le Vase ces feuilles naissantes, qui étoient la Plante entiere, du côté opposé à celui où elles étoient d'abord, & d'où seroient sorties leurs racines, mais elles n'en vegetoient pas plus mal, du moins ne perissoient-elles pas.

Si le Nostoch est sans racines, il vegete donc à la maniere des Plantes de Mer, qui n'en ont point, & qui s'imbibent par tous les pores de leur substance d'une eau qui les nourrit. Ces Plantes-là n'en manquent jamais, mais le Nostoch en manque souvent, & apparemment il ne croît que dans les temps où il est suffisamment abreuvé, & croît toûjours à chaque fois qu'il l'est. M. de *Reaumur* se tient certain par ses observations qu'il peut croître au moins pendant un an.

On peut douter s'il n'y a pas deux especes de Nostoch, l'un qui n'est qu'une feuille plate, l'autre qui est frisé ou gaudronné par cette infinité de petits grains dont nous avons parlé. M. de *Reaumur* panche plus

à

à croire qu'il n'y a qu'une eſpece, les Noſtochs plats viennent certainement des petits grains, & les Noſtoch friſés peuvent bien ne l'être que par les grains, qui tiraillent en quelque ſorte leur ſurface. Mais cela s'éclaircira par de nouvelles experiences. Un Phyſicien ne jugera pas que le ſujet ſoit trop petit pour en meriter.

SUR LA VANILLE.

LA Vanille eſt du nombre des Drogues dont on uſe beaucoup, & que l'on ne connoît qu'imparfaitement. On ne peut pas douter que ce ne ſoit une Gouſſe ou *Silique*, qui renferme la graine d'une Plante, & delà lui vient le nom Eſpagnol de *Vaynilla*, *petite Gaine*, mais on ne ſait point encore quelles ſont les eſpeces les plus eſtimables de ce Genre de Plante, en quel terroir elles viennent, comment on les cultive, de quelle maniere on les multiplie &c. Les *Ameriquains* ſont ſeuls en poſſeſſion de la Vanille qu'ils vendent aux *Eſpagnols*, & ils conſervent ſoigneuſement ce treſor qui leur eſt du moins reſté. On dit qu'ils ont fait ſerment entr'eux de ne reveler jamais rien aux *Eſpagnols*, fût-ce la plus grande de toutes les bagatelles, c'eſt au moins une convention tacite, dont ils ne rendroient que de trop bonnes raiſons, & ſouvent ils ont ſouffert les plus cruels tourmens plûtôt que d'y manquer. On aſſûre

même que chacun d'eux cache avec beaucoup de ſoin à ſes Compatriotes le Canton d'où il tire ſa Vanille, ils ſont fort diſſimulés à l'égard des *Eſpagnols*, & voleurs entr'eux. D'un autre côté les *Eſpagnols* contens de leurs richeſſes, accoûtumés à une vie oiſive & à une douce ignorance, mépriſent aſſés juſqu'à preſent les curioſités d'Hiſtoire Naturelle & ceux qui s'en mettent en peine. Quelques Auteurs n'ont pas laiſſé de nous apprendre pluſieurs particularités touchant les differentes parties d'une ou deux eſpeces de ce Genre, mais il reſtoit toûjours à ſavoir ſi c'étoit celle qui nous eſt ſi recommandable par ſon odeur.

M. de *Juſſieu* a trouvé moyen d'avoir quelques inſtructions ſur la Vanille par M. d'*Aubenton*, qui chargea de cette recherche M. *Partiet* Conſul *François* à *Cadis*. Voici le précis de ſa réponſe.

La Vanille vient des pays les plus chauds de l'*Amerique*, & principalement de la *Nouvelle Eſpagne*. On la prend ſur des Montagnes acceſſibles aux ſeuls *Indiens*, dans les lieux où il ſe trouve quelque humidité.

Il y a trois ſortes de Vanille. La *pompona* ou *bova*, c'eſt-à-dire enflée ou bouffie, celle de *ley*, la marchande, ou de bon alloi, la *ſimarona* bâtarde.

Les gouſſes de la *pompona* ſont groſſes & courtes, celles de la Vanille de *ley* ſont plus déliées & plus longues, celles de la *ſimarona* ſont les plus petites en toute façon.

La

La ſeule Vanille de *ley* eſt la bonne. Elle doit être d'un rouge brun foncé, ni trop noire, ni trop rouſſe, ni trop gluante, ni trop deſſechée; il faut que ces gouſſes quoique ridées paroiſſent pleines, & qu'un paquet de 50. peſe plus de 5. onces. Celle qui en peſe 8. eſt la *Sobrebuena*, l'excellente. L'odeur en doit être penetrante & agréable. Quand on ouvre une de ces gouſſes bien conditionnée & fraîche, on la trouve remplie d'une liqueur noire, huileuſe, & balſamique, où nagent une infinité de petits grains noirs, preſque abſolument imperceptibles, & il en ſort une odeur ſi vive qu'elle aſſoupit, & cauſe une ſorte d'yvreſſe.

La *pompona* a l'odeur plus forte, mais moins agréable. Elle donne de grands maux de tête aux hommes, & des vapeurs & des ſuffocations dangereuſes aux femmes. La liqueur de la *pompona* eſt plus fluide, & ſes grains plus gros, ils égalent preſque ceux de la Moutarde.

La *ſimarona* a peu d'odeur, de liqueur & de grains.

On ne vend point la *pompona* & encore moins la *ſimarona*, ſi ce n'eſt que les *Indiens* en gliſſent adroitement quelques gouſſes parmi la Vanille de *ley*.

On doute ſi les trois ſortes de Vanille ſont trois eſpeces, ou ſi ce n'en eſt qu'une ſeule qui varie ſelon le terroir, la ſaiſon où elle a été cueillie &c.

Dans toute la *Nouvelle Eſpagne* on ne met point de Vanille au Chocolat, elle le

rendroit mal ſain & même inſuportable; ce n'eſt plus la même choſe quand elle a été tranſportée en *Europe*.

On a envoyé à M. de *Juſſieu* un échantillon d'une Vanille de *Caraca*, & de *Maracaybo*, Villes de l'*Amerique Meridionale*. Elle eſt plus courte que celle de *ley*, moins groſſe que la *pompona*, & paroît de bonne qualité. C'eſt apparemment une eſpece.

On parle auſſi d'une Vanille du *Perou*, dont les gouſſes ſechées ſont larges de deux doigts, & longues de plus d'un pied, mais dont l'odeur n'approche pas de celle des autres, & qui ne ſe conſerve point.

On ſavoit confuſément que la Plante qui porte la Vanille reſſemble aſſés à la Vigne, mais M. d'*Aubenton* en a eu plus de certitude par le P. *Fray Ignatio de Santa Thereſa de Jeſus Carme Déchauſſé*, qui ayant été long-temps Prieur du Couvent de *Oaxaca*, & Curé de la *Villalta* dans la *Nouvelle Eſpagne* arriva à *Cadis* en 1721. pour paſſer à *Rome*, où il devoit occuper un poſte conſiderable de ſon Ordre. Ce Religieux plus éclairé & plus curieux en Phyſique que ſes Compatriotes, ſe fit apporter par quelques Valets *Indiens* un grand Sep de la Plante où croît la Vanille. Comme il avoit déja quelques connoiſſances ſur cette Plante, il appliqna ſon Sep à un grand arbre, & entrelaſſa dans les branches de cet arbre tous les rejettons ou pampres du Sep. Il en avoit laiſſé le bout inferieur élevé de 4. ou 5. doigts de terre, &

& l'avoit couvert d'un petit paquet de mouſſe ſeche pour le défendre de l'air. En peu de temps la ſeve de l'arbre penetra le Sep, & le fit reverdir; au bout d'environ 2. mois il ſortit à travers le paquet de mouſſe 5. ou 6. filaments qui ſe jetterent en terre, c'etoient des racines qui devinrent groſſes comme des tuyaux de plumes au plus. Au bout de deux ans le Sep produiſit des fleurs, puis des Vanilles qui meurirent.

Les feuilles ſont longues d'un demi pied, larges de 3. doits, obtuſes, d'un verd aſſés obſcur. Les fleurs ſont ſimples, blanches, marquetées de rouge & de jaune. Quand elles tombent, les petites gouſſes ou Vanilles commencent à pouſſer. Elles ſont vertes d'abord, & quand elles jauniſſent, on les cueille. Il faut que la Plante ait 3 ou 4 ans pour produire du fruit.

La recolte commence vers la fin de Septembre, elle eſt dans ſa force à la Touſſaints, & dure juſqu'à la fin de Decembre.

Toute la préparation de ce fruit ne conſiſte qu'à le cueillir à temps. On le met ſecher 15 ou 20. jours pour en diſſiper l'humidité ſuperflue, ou plûtôt dangereuſe, car elle le feroit pourrir. On aide même à cette évaporation en preſſant doucement la Vanille entre les mains.

Les Sarmens de la Plante rampent ſur la terre comme ceux de la Vigne, s'accrochent de même & s'entortillent aux arbres qu'ils rencontrent, & s'élevent par leur

ſecours. Le tronc avec le temps devient auſſi dur que celui de la Vigne, les racines s'étendent & tracent au loin dans la terre. Elles pouſſent des rejettons qu'on tranſplante de bouture au pied de quelque arbre, & dans un lieu convenable. Cette plantation ſe fait à la fin de l'Hyver, & au commencement du Printemps.

Ce qu'il y a de ſingulier, c'eſt que, comme on a déja vû que le pratiqua le P. *Ignatio*, on ne met pas le bout du Sarment en terre, il s'y pourriroit. La Plante reçoit aſſés de nourriture de l'arbre auquel elle eſt attachée, & n'a pas beſoin des ſucs que la terre fourniroit. La ſeve des arbres dans ces pays chauds de l'*Amerique* eſt ſi forte & ſi abondante, qu'une branche rompue par le vent & jettée ſur un arbre d'eſpece toute differente s'y collera, & s'y entera elle-même comme ſi elle l'avoit été par tout l'art de nos Jardiniers. Ce phenomene y eſt commun. C'en eſt un autre commun auſſi que de gros arbres qui de leurs plus hautes branches jettant de longs filaments juſqu'à terre ſe multiplient par le moyen de ces nouvelles racines, & font autour d'eux une petite forêt, où le premier arbre, pere ou ayeul &c. de tous les autres, ne ſe reconnoît plus. Ces ſortes de generations répetées rendent ſouvent les Bois impratiquables aux Chaſſeurs. Ne diroit-on pas que dans ce nouveau Monde la Nature eſt auſſi plus nouvelle & plus jeune?

M.

M. *Marchant* a lû la Deſcription de l'*Helleborus niger officinarum*, de l'*Helleborus niger anguſtioribus foliis*, Inſt. R. H. Ellebore noir uſuel, de l'*Helleborus niger amplioribus foliis*, Inſt. R. H. & de l'*Helleborus niger trifoliatus*. Ald. Hort. Far.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

* L'Ecrit de feu M. *Vaillant* ſur la ſuite de l'Etabliſſement de nouveaux Genres de Plantes.

Et ſes Remarques † ſur la Methode de M. *Tournefort*.

* V. les M. p. 233. † V. les M. p. 331.

A L-

ALGEBRE.

SUR LA RESOLUTION DES EQUATIONS DETERMINE'ES DE TOUS LES DEGRE'S.

* CE Titre a beaucoup plus d'étenduë, & promet beaucoup plus que celui que M. de *Lagni* a donné au Memoire dont nous allons parler, mais nous ne nous ſommes pas crus dans l'obligation de nous aſſujettir à la modeſtie de ſon titre, & nous ſerons ſuffiſamment juſtifiés pourvû qu'on trouve ce que nous venons d'annoncer. Nous avions déja traité en 1705 † le même ſujet d'après le même Auteur, mais il avoit été beaucoup moins approfondi.

On ne ſauroit connoître ſi peu l'Algebre que l'on ne connoiſſe auſſi l'extrême difficulté, & ſouvent l'impoſſibilité de reſoudre les Equations déterminées dès qu'elles paſſent le 2d degré qui n'eſt proprement que le premier. Dès le 3eme on tombe dans des embarras & des labirinthes de calcul capables de laſſer la patience la plus opiniâtre. Il faut faire évanouïr les 2ds termes, transformer l'Equation donnée en d'autres, fai-

* V. les M. p. 363. † p. 103. & ſuiv.

faire quantité de ſubſtitutions, tirer des Racines quarrées & cubiques &c. Ce qui engage dans une multitude effrayante d'operations. Ce n'eſt pas tout, & cela mérite d'être un peu plus éclairci.

Les nombres qui ſont la réſolution d'une Equation, & en ſont les racines ne viennent jamais ſous une forme ſimple, mais complexe. Si, par exemple, c'eſt 10 qu'on doit trouver pour racine, il ne vient pas 10, mais 5 & 5, ou 6 & 4, ou 7 & 3, ou 8 & 2, ou 9 & 1. Ce ne ſeroit pas un inconvenient ſi cette grandeur complexe qui vaut 10 étoit toûjours auſſi ſimple que nous la venons de repreſenter, mais il y entre le plus ſouvent des termes affectés de ſignes radicaux, & ſi ces ſignes radicaux ſont pairs & tombent ſur des grandeurs negatives, on a des termes imaginaires qui ſont partie de l'expreſſion du nombre 10 ſuppoſé. Après de longs & énormes calculs qui n'ont été faits que pour en venir là, on a donc ce nombre qu'on cherchoit, mais on l'a déguiſé & envelopé ſous des expreſſions ſoit irrationelles ſoit imaginaires. Il faut encore du calcul, & un calcul très-penible pour le débarraſſer des expreſſions irrationelles, & quant aux imaginaires, il a été juſqu'à preſent impoſſible de l'en tirer. C'eſt ce qu'on appelle le *cas irreductible*. On ſait que le vrai qu'on cherchoit eſt dans cette expreſſion qu'on a trouvée, mais juſqu'ici nul art ne l'en peut tirer.

Entre 99 Equations du 3eme degré, dont 10 ſera la racine, & qui auront la forme de

de toutes la plus ſimple qui eſt celle où le Cube de l'inconnuë eſt égal à un certain nombre de fois ſa racine plus l'homogene de comparaiſon, il n'y en a que 5 où ſelon les methodes de l'Algebre le nombre 10 vienne ſous des expreſſions entierement rationelles, qui ſont celles que nous venons de donner. Il y en a 70 où il vient ſous des expreſſions irrationelles, qui engagent à des extractions de racines quarrées & cubiques, après leſquelles on trouve enfin 5 plus un certain nombre irrationel, & 5 moins ce même nombre irrationel, ce qui fait 10. Mais il reſte 24 Equations chargées d'imaginaires, & qui tombent dans l'irreductible. Pour ces 99 Equations du 3eme degré, dont la reſolution doit arriver à un but très-poſſible & très-vrai, les methodes prennent donc un ſi mauvais tour qu'elles n'arrivent au but dans 70 qu'indirectement & avec beaucoup de peine, & que dans 24 elles rendent ce but impoſſible à attraper. ce qui eſt abſolument contraire à l'intention de toute methode, & manifeſtement abſurde. Et que n'eſt-ce pas pour les degrés plus élevés quand on a le courage de les entreprendre? Enfin les travaux de tous les plus grands Algebriſtes n'ont encore pu produire de methode ou de formule abſolument generale que pour le 2d degré.

Tout cela peut aſſés legitimement faire croire que l'on n'étoit pas ſur les bonnes voyes, il eſt difficile en ces matieres que le vrai ſoit ſi horriblement embaraſſé. On en ſera pleinement convaincu, quand on verra

verra une Methode de M. de *Lagni* nouvelle, ſimple, generale pour toutes les Equations déterminées de tous les dégrés, qui procede toûjours de la même maniere, ſeulement avec un leger changement que demande, & qu'indique le changement de dégré, & qui n'employe que les plus ſimples de toutes les operations arithmetiques, l'Addition & la Souſtraction.

Il faut ſuppoſer que l'Equation quelconque donnée à réſoudre a été préparée à l'ordinaire, c'eſt-à-dire qu'elle eſt ſans fractions, & ſans ſignes radicaux, & que l'Inconnuë élevée à ſa plus haute puiſſance eſt ſans coëfficient. Il faut deplus, pour la methode de M. de *Lagni*, que le terme tout connu, qu'il appelle après *Viete* l'*homogene de comparaiſon*, ſoit lui ſeul le 2d membre de l'Equation, deſorte que l'Inconnuë ſera dans tous les termes du 1er membre. Enfin il faut que l'homogene de comparaiſon ſoit poſitif, & s'il ne l'étoit pas ſelon la forme de l'Equation donnée, il ſeroit bien aiſé de faire qu'il le devînt, il n'y auroit qu'à changer les ſignes de tous les termes, ce qui ne changeroit rien du tout aux valeurs de l'Equation. Il n'eſt beſoin de nulle autre préparation plus penible, point de transformation, point d'évanouïſſement du 2d terme.

J'ajoûte à ces ſuppoſitions, pour commencer par quelque choſe de plus facile, que toutes les racines de l'Equation, qui ſont toûjours en nombre égal à celui du dégré, ſoient réelles, rationelles, & poſitives.

Que

Que je me propoſe une Equation d'un degré quelconque ainſi conditionnée, par exemple, du 10eme degré, elle aura donc 10 racines dans la Suite des nombres naturels, c'eſt-à-dire qu'il y aura 10 nombres de la Suite naturelle tels que chacun d'eux & ſes puiſſances étant ſubſtitués dans l'Equation à la place de l'Inconnuë & de ſes puiſſances, l'Equation ſera réſoluë. L'homogene de comparaiſon ſe trouvera toûjours répondre aux ſubſtitutions qu'on aura faite de ces 10 nombres, & il ne répondra point aux ſubſtitutions qu'on feroit de tous les autres nombres poſſibles de la ſuite naturelle.

Si je ſubſtituois donc ſucceſſivement à la place de l'Inconnuë tous les nombres naturels juſqu'à ce que j'en euſſe 10 auſquels répondît l'homogene de comparaiſon, j'aurois mon Equation parfaitement reſoluë, & il eſt clair que cette maniere d'operer s'étendroit aux Equations d'un degré quelconque. Mais il eſt clair auſſi que ce ſeroit un long travail, & d'autant plus long non ſeulement que le degré ſeroit plus élevé, mais encore que dans des degrés peu élevés les coëfficiens de l'Inconnuë & de ſes puiſſances ſeroient plus grands, & les deux differens ſignes plus mêlés. Mais ce qui eſt encore pis, ce ſeroit un tâtonnement perpetuel, indigne de la Science Mathematique. Cependant cette maniere, qui ne merite pas le nom de Methode, ſeroit fort naturelle, & c'eſt en lui conſervant ce qu'elle a de naturel, & en la rendant ſcientifique & fort courte que M. de *Lagni* en

a

a fait le fond de ſa nouvelle Theorie.

Une Equation quelconque étant donnée, il laiſſe à part l'homogene de comparaiſon, comme s'il n'étoit pas à conſiderer, & il ſubſtituë à l'Inconnuë les nombres naturels l'un après l'autre, ce qui lui donne autant d'homogenes de comparaiſon qu'il fait de ſubſtitutions, & lui en donneroit par conſequent à l'infini. Or il a découvert & il démontre que la Serie de ces homogenes eſt une progreſſion arithmetique du même degré dont étoit l'Equation.

Il attache une nouvelle idée au mot de *Progreſſion arithmetique*. On n'entend par-là qu'une Progreſſion dont la difference eſt conſtante, mais il entend toute Progreſſion dont la difference ſoit 1^ere, ſoit 2^de, ſoit 3^eme &c. eſt conſtante. Dans la Suite naturelle la difference 1^ere 1 eſt conſtante, mais dans la ſuite des Quarrés naturels 1, 4, 9, &c, les differences 1^eres ſont 3, 5 &c, & la difference 2^de 2 eſt conſtante. De même dans la ſuite des Cubes naturels 1, 8, 27, 64 &c, les differences 1^eres ſont 7, 19, 37 &c, les 2^des 12, 18, & la 3^eme eſt 6, difference conſtante. Dans les Quaré quarrés naturels il faut aller juſqu'à la difference 4^eme pour trouver 24 difference conſtante, & en general à meſure que l'on éleve les nombres naturels à une puiſſance plus haute d'un degré la difference conſtante ſe recule auſſi d'un degré. Par exemple, pour leur 10^eme puiſſance ce n'eſt que la difference 10^eme qui eſt conſtante.

Il eſt à propos de remarquer qu'on trouve tout d'un coup ces differences conſtantes.

tes. Celle des nombres naturels élevés à la 2de puiſſance eſt le produit des deux 1ers nombres, 1, 2, c'eſt-à-dire 2; celle des mêmes nombres élevés à la 3eme puiſſance, eſt le produit des trois 1ers nombres, 1, 2, 3 ou 6; celle des nombres élevés à la 4eme puiſſance eſt le produit des quatre 1ers nombres 1, 2, 3, 4, ou 24 &c. Celle des nombres naturels élevés à la 10eme puiſſance ſera le produit continuel des dix 1ers de ces nombres, ou 3628800.

Cette proprieté d'avoir une derniere difference conſtante, plus ou moins reculée, on ne la connoiſſoit que dans les Series des puiſſances des nombres naturels, & M. de *Lagni* l'a trouvée auſſi dans les Series des homogenes de comparaiſon qui lui venoient par les ſubſtitutions de nombres naturels à la place de l'Inconnuë. Ainſi il appelle Progreſſion arithmetique du 1er, du 2, du 3eme degré &c, toute Suite de nombres dont la difference conſtante eſt ou la 1ere ou la 2de ou la 3eme &c, difference. Les Series des Puiſſances des nombres naturels ſont compriſes parmi ces Progreſſions. La Suite des Quarrés naturels eſt une Progreſſion arithmetique du 2d degré, celle des Cubes du 3eme &c.

Toute Suite de nombres n'eſt pas une Progreſſion arithmetique de quelque degré. Une Progreſſion geometrique n'a aucune difference conſtante, quelque loin qu'on pouſſe les differences, car les differences d'une Progreſſion geometrique ſont en progreſſion ſemblable à celle des termes; & les differences de ces differences ou differen-

rences 2des encore en progreſſion ſemblable, & ainſi à l'infini, & les differences 1eres n'étant pas conſtantes il n'y en aura jamais aucunes qui le ſoient. Mais cela ne fait rien à la Theorie de M. de *Lagni*, parce que la Suite qu'il cherche des homogenes de comparaiſon eſt toûjours une Progreſſion arithmetique de quelque degré en vertu de ce que les nombres ſucceſſivement ſubſtitués à la place de l'Inconnuë & qui donnent ces differens homogenes ſont les nombres naturels, dont la progreſſion eſt arithmetique. Et quand même les nombres ſubſtitués ne ſeroient pas les naturels, il ſuffiroit qu'ils fuſſent en une autre progreſſion arithmetique du 1er degré pour donner toûjours les homogenes de comparaiſon en une progreſſion arithmetique de quelque degré.

On ſent déja ſans doute que l'avantage de ces homogenes de comparaiſon en progreſſion arithmetique de quelque degré ſera que leur Serie étant parfaitement reguliere on la pourra continuer tant qu'on voudra par des regles ſûres. En effet cela s'execute très aiſément au moyen de la difference conſtante de ces progreſſions. Si, par exemple, cette difference eſt la 3eme & eſt 6, comme dans la ſuite des Cubes naturels, il faut ajoûter 6 à la derniere des differences 2des que l'on a, que je ſuppoſe être 18. la ſomme 24 doit être ajoûtée à la derniere des differences 1eres qui ſera 37, & 61 ſomme de 24 & de 37 étant ajoûté à 64 dernier Cube que l'on avoit, donné 125, Cube qui ſuit immediatement

64.

64. Ce petit exemple ſuffit pour faire voir comment avec la difference conſtante on continuera à l'infini la Serie des Cubes naturels par de ſimples additions, & par conſequent auſſi toutes les Progreſſions arithmetiques de quelque degré qu'elles ſoient. Seulement le nombre des additions ſera plus grand à meſure que le degré ſera plus élevé.

L'operation que nous venons d'indiquer pour la continuation de la Serie des Cubes naturels n'eſt point celle de M. de *Lagni*, il s'y prend d'un autre ſens, qui revient au même pour le fond, mais donne une methode plus convenable à ſa Theorie generale. Nous n'avons voulu que faire voir l'uſage de la difference conſtante pour former toutes les progreſſions arithmetiques. Elle ſert à trouver de degré en degré, comme on vient de le voir dans la formation du Cube 125, les differences qui la doivent preceder & par elles un terme de la progreſſion arithmetique, ou bien, & c'eſt la maniere d'operer de M. de *Lagni*, lors qu'on a aſſés de termes de la progreſſion aaithmetique on trouvera par les premieres des differences 1eres, 2des &c. la difference conſtante, & par-là on continuë la progreſſion. Ces differences de differens degrés par leſquelles jointes à un terme de la progreſſion, on forme ou l'on continuë la progreſſion, ſont appellées ici *nombres generateurs*.

Sur ce fondement general de la difference conſtante M. de *Lagni* conſtruit des Tables pour la formation de toutes les Suites

tes poſſibles de nombres en progreſſion arithmetique quelconque. Les Suites des nombres naturels élevés à toutes les puiſſances, les Polygones, les Figurés, ſont compris & abſorbés dans cette multitude immenſe. Et toûjours la ſeule addition produit tout.

Des operations ſi faciles portent avec elles leur démonſtration, la plus legere erreur s'appercevroit dans le moment, & le ſimple coup d'œil la découvriroit. Il n'y a point ici l'inconvenient des Tables d'une conſtruction plus difficile & plus compliquée où l'on eſt obligé de ſe fier aveuglément à l'habileté du Calculateur, & à l'exactitude de l'Imprimeur M. de *Lagni* donne pour exemple de l'extrême facilité de ſon Calcul & d'une eſpece d'impoſſibilité de s'y tromper une Table des 100 ieres Cubes naturels. Il a aſſûré qu'un ſimple Copiſte qui ne ſavoit que l'Addition lui avoit fait *en peu de jours* une Table des 3000 premiers Cubes.

On peut prendre pour former une progreſſion arithmetique d'un degré quelconque tels nombres generateurs que l'on veut, grands ou petits, poſitifs ou negatifs en telle combinaiſon que l'on veut, & delà naiſſent une infinité de Series inconnues juſqu'à preſent & d'autant plus nouvelles que le choix des nombres generateurs, ou leur diſpoſition aura été, pour ainſi dire, plus biſarre.

La difference conſtante eſt plus reculée ſelon le degré de la progreſſion, & plus elle eſt reculée plus il faut avoir de termes de la progreſſion pour la trouver. Ainſi

pour une progreſſion du 3eme degré la difference conſtante ne peut être qu'une difference 3eme, & pour avoir une difference 3eme il faut avoir 4 termes de la progreſſion & toûjours ainſi. D'un autre côté nous avons dit qu'il eſt démontré par M. de *Lagni* que la Serie des homogenes de comparaiſon reſultante des ſubſtitutions faites à la place de l'Inconnuë eſt une progreſſion arithmetique du même degré que l'Equation. Si l'Equation eſt, par exemple, du 3eme degré, la Serie des homogenes ſera donc une progreſſion arithmetique du 3eme degré, & dont la difference conſtante ſera une difference 3eme. Il faudra donc pour avoir cette difference que j'aye 4 homogenes de comparaiſon, & par conſequent que j'aye fait à la place de l'Inconnuë 4 ſubſtitutions de termes en progreſſion arithmetique du 1er degré, comme de 1, 2, 3, 4 ou 10, 20, 30, 40 &c. ou 100, 200, 300, 400 &c. Après cela il eſt facile par les Tables de M. de *Lagni* de continuer tant que l'on veut la Suite des homogenes. On voit en même temps à quel nombre ſubſtitué à la place de l'Inconnuë répond chaque homogene de comparaiſon.

Imaginons une Suite infinie de nombres ſubſtitués à la place de l'Inconnuë avec les homogenes correſpondans. Chaque nombre ſubſtitué ſera une valeur de l'Inconnuë ou une Racine dans une Equation qui ſeroit abſolument la même que celle qu'on a propoſée d'abord, excepté qu'elle auroit l'homogene de comparaiſon qui répond à

ce

ce nombre ſubſtitué. Et ſi les nombres ſubſtitués ſont les naturels pris de ſuite, on a toutes les Racines réelles, rationelles, & poſitives poſſibles de toutes les Equations qui ſeront la même que la propoſée & ne differeront entr'elles que par l'homogene de comparaiſon. La propoſée trouvera neceſſairement auſſi dans cette Suite infinie ſon homogene de comparaiſon, ſuppoſé qu'elle n'ait que des racines réelles, rationelles & poſitives, & elle l'y trouvera autant de fois que ſon degré contiendra d'unités, car un même homogene de comparaiſon peut répondre, & répond en effet à differentes ſubſtitutions.

Mais comme il n'eſt queſtion que de l'Equation propoſée & de ſes racines, il ne faut pas les aller chercher dans une Suite infinie, ou du moins très-grande, & dont preſque tous les termes ſeroient inutiles au deſſein qu'on auroit. Il faut voir à peu près par la grandeur de l'homogene donné, & par les coëfficiens & les ſignes de l'Equation où ſe doit trouver cet homogene, on eſt toûjours ſûr de la Serie où il ſe doit trouver, & c'eſt une grande avance. Il faut même voir de la même maniere ſi les nombres ſubſtitués à la place de l'Inconnuë doivent être les naturels, ou ceux d'une progreſſion arithmetique qui ait de plus grandes differences, telle que 10, 20, 30 &c., ou 100, 200, 300 &c C'eſt ordinairement par des Zero ajoûtés à la progreſſion naturelle qu'il faut former les autres progreſſions arithmetiques, dont on jugera avoir beſoin.

Tout cela ſuppoſe que l'Equation propoſée n'ait que des racines réelles, rationelles, & poſitives, & elle en peut avoir d'imaginaires, d'irrationelles, & de negatives. La methode de M. de *Lagni* ſatisfait à tous ces cas.

Celui des racines irrationelles eſt le plus aiſé. Alors dans la Serie des homogenes il y en a deux conſecutifs dont l'un eſt plus petit, l'autre plus grand que ce donné, & par conſequent une racine de l'Equation eſt entre les deux nombres ſubſtitués à l'Inconnuë correſpondans à ces deux homogenes trouvés dans la Serie. Si les deux nombres ſubſtitués ſont conſecutifs dans la Suite naturelle, la racine cherchée eſt donc entre deux nombres qui ne different que de 1. C'eſt donc un nombre irrationel, car ſelon la préparation préliminaire qu'on a donnée à l'Equation qui eſt délivrée de fractions, il eſt impoſſible que ce nombre moyen ſoit une fraction. Si les deux nombres ſubſtitués different de plus que de 1, ils ſeront toûjours des limites entre leſquelles ſera la racine cherchée qui n'en ſera pas moins irrationelle, & on la trouvera par le moyen de ces limites.

Les deux autres cas demandent une conſideration nouvelle. Les homogenes de comparaiſon qu'on poſe d'abord pour établir leur Serie, ou ceux qui viennent enſuite peuvent être tels que les uns ſoient poſitifs, les autres negatifs, ou tous negatifs, ou qu'enfin ils changent du poſitif au negatif, & du negatif au poſitif. Il ſe peut même que des nombres

tous

tous positifs ayent des differences negatives dans quelque ordre, parce qu'en prenant toûjours des differences de differences on aura été obligé de soustraire un plus grand nombre d'un plus petit. Ainsi ces 4 nombres 246, 486, 714, 924 qui appartiennent à une progression arithmetique du 3eme degré ont leurs differences 2des negatives, & la 3eme qui est la constante negative aussi. C'est 6 affecté du signe moins. Et comme les Series des homogenes se continuent par le moyen des differences, elles doivent faire entrer leurs signes negatifs dans ces Series.

Quand il ne se trouve par les substitutions faites à la place des Inconnuës que des homogenes negatifs, toutes les racines sont imaginaires, car par la préparation préliminaire que la methode exige, l'homogene donné étant toûjours positif, l'Equation est absolument impossible, ou, ce qui est le même, toutes ses racines sont imaginaires, dès qu'on voit que cette Equation ne peut avoir que des homogenes negatifs.

S'il vient des homogenes les uns positifs, les autres negatifs, & qu'aucun ne soit le donné, on voit quel est celui des positifs qui approche le plus de ce donné, & par-là on sait ce qu'il faudroit ajoûter à ce donné, ou en retrancher pour rendre l'Equation réelle, au lieu qu'elle étoit absolument imaginaire.

Si l'homogene donné se trouve & parmi les positifs & parmi les negatifs, il y a autant de racines de l'un & de l'autre genre qu'il se trouve de fois dans l'un & l'autre

genre. Ici les homogenes negatifs ne donnent pas des racines imaginaires, parce que l'Equation n'eſt indiſpenſablement obligée qu'à avoir un homogene poſitif & qu'elle n'eſt pas imaginaire pour en avoir de negatifs.

Si l'homogene donné eſt parmi les poſitifs un certain nombre de fois moindre que le nombre des racines ou du degré de l'Equation, & qu'enſuite il ne ſe puiſſe trouver parmi les homogenes negatifs, toutes les racines de l'Equation qui reſtoient à trouver ſont imaginaires.

On verra dans la ſuite les fruits de cette nouvelle Methode par les applications que M. de *Lagni* en fera aux Equations les plus embarraſſantes, & par des abregés d'operation qu'il donnera pour faciliter une pratique déja ſi facile. Il ſemble que la face de l'Algebre doive conſiderablement changer, à moins que d'anciennes habitudes ne prévalent étrangement. La Geometrie même en profitera, il naîtra de cette Theorie des methodes pour trouver les ſommes quelconques des progreſſions arithmetiques de tous les degrés, or de ces ſommes, ou de ces integrations dépendent les Quadratures & les Rectifications des Courbes. Les bonnes routes menent bien loin. Y en auroit-il une abſolument la meilleure de toutes? Et ſera-t-il poſſible de la trouver?

GEO-

GEOMETRIE.

SUR LES COURBES CONSIDERE'ES EXACTEMENT COMME COURBES, OU COMME POLYGONES INFINIS.

UN Religieux *Italien*, qui a du nom dans les Mathematiques, attaqua il y a pluſieurs années M. *Varignon* ſur quelques points de la Geometrie nouvelle. Celui-ci ayant negligé aſſés long-temps de répondre, s'y réſolut enfin, quoiqu'il eût pu ſe repoſer du ſoin de ſa défenſe ſur tous les grands Geometres de ce ſiécle, avec qui il étoit parfaitement d'accord ſur les points conteſtés. C'eſt-là le dernier Memoire qu'il ait donné à l'Academie. Nous en détacherons ce qu'il peut y avoir d'utile & d'inſtructif pour le Public, & nous donnerons même à cette partie un peu plus d'étenduë que n'avoit fait M. *Varignon*. Pour l'autre qui eſt toute perſonelle, & polemique, nous la retrancherons entierement, l'Aggreſſeur de M. *Varignon* y gagnera peut-être quelque choſe, & le Public n'y perdra rien, ſi ce n'eſt quelque petit

plaiſir de malignité, que M. *Varignon* ne lui auroit certainement donné qu'à regret. D'ailleurs le Public Mathematicien n'eſt pas ſi malin.

Les Courbes ſont telles que conſiderées en elles-mêmes l'Eſprit humain n'y peut trouver aucune priſe. Il peut bien découvrir les proprietés de lignes droites qui ſe rapportent à ces Courbes, celles, par exemple, des Ordonnées d'un Cercle, de ſes Cordes, de ſes Tangentes &c. Mais le Cercle en lui-même demeure inconnu, nous ne concevons point comment ſe fait cette *flexion* continuelle de ſes parties en quoi conſiſte ſa courbure, quelle eſt la grandeur de cette flexion, ni ſon rapport à une autre flexion plus ou moins grande qui fera une autre courbure.

Puiſque nous ne concevons diſtinctement que des lignes droites, la nouvelle Geometrie a rapproché les Courbes de la portée de notre Eſprit en les concevant comme compoſées de droites, à la maniere que tout le monde ſait. Il eſt vrai que ces droites ſont infiniment petites, que les angles qu'une d'entr'elles prolongée fait en dehors avec ſa contiguë ſont infiniment petits, & que toutes les grandeurs qui ſortent du fini, & vont dans l'infiniment grand ou l'infiniment petit s'y perdent, & nous échapent, mais c'eſt un grand avantage d'avoir réduit les Courbes à n'être que des aſſemblages de droites, & quoique la grandeur infiniment petite de ces droites ou de leurs angles ne ſoit pas diſtinctement conçûë, nous ſavons certainement ce qui doit ſuivre de la ſuppoſition qu'elle eſt infiniment petite. Les Courbes conſiderées de cette 2 de maniere

maniere ſont des Polygones rectilignes d'une infinité de côtés infiniment petits, ou ſimplement des Polygones infinis, & de la 1ere maniere, on les peut appeller, comme a fait M. *Varignon*, Courbes *rigoureuſes*.

La Courbe Polygone n'eſt qu'une Courbe *approchée*, ou infiniment peu differente de la *rigoureuſe*. Plus on augmente le nombre des côtés d'un Polygone regulier inſcrit dans un Cercle, plus ſon perimetre approche d'être le même que le perimetre ou la circonference du Cercle, & enfin quand ces côtés ſont en nombre infini, & par conſequent infiniment petits, le perimetre du Polygone differe infiniment peu de la circonference du Cercle. Mais à la rigueur il en differe encore, & il en peut differer infiniment moins. Il faut pour cela concevoir au lieu de ce 1er Polygone infini dont les côtés ſont infiniment petits du 1er ordre, un autre Polygone dont les côtés ſeront infiniment petits du 2d ordre, & par conſequent en nombre infiniment plus grand que ceux du 1er Polygone, ce 2d Polygone inſcrit au Cercle en differera infiniment moins que le 1er, qui en differoit infiniment peu. On dira la même choſe d'un 3eme Polygone dont les côtés ſeront des infinimens petits du 3eme ordre, & enfin aucun Polygone ne ſera le Cercle rigoureux que celui dont les côtés ſeront des infinimens petits d'un ordre infiniment bas, ou du dernier ordre, ſi cependant il y en a un dernier; & au cas qu'il y en ait un, les côtés du Polygone qui ſera le Cercle rigoureux, ne ſeront que des points abſolus. On voit aſ-

ſés par-là la difference eſſentielle des Courbes rigoureuſes & des Courbes Polygones.

On pourroit demander pourquoi on ſe contente de conſiderer les Courbes comme des Polygones dont les côtés ſont des infinimens petits du 1er ordre, & s'il ne vaudroit pas mieux pouſſer ces côtés à des ordres inferieurs, car on approcheroit davantage de la Courbe rigoureuſe, qui eſt la vraye. Je réponds que le 1er ordre ſuffit le plus ſouvent, qu'alors on ne gagneroit rien à aller plus loin, & que quand il y faut aller on s'en apperçoit auſſitôt par la nature de la choſe. Cela demanderoit une petite Theorie à part, & qui n'eſt pas du ſujet preſent.

Mais j'avance de plus ce paradoxe, qu'il me ſemble que je puis prouver ; il n'y a point de Courbes rigoureuſes, c'eſt-à-dire dont les parties diſtinguées entr'elles par leurs differentes poſitions, ne ſoient que des points abſolus. Cela eſt clair par cet énoncé même. Tous les Geometres conviennent qu'une Courbe eſt courbe parce que deux quelconques de ſes parties conſecutives ſont differemment poſées par rapport à un Axe commun ; ſi la 1ere lui eſt inclinée d'une certaine quantité, la 2de l'eſt plus ou moins, c'eſt là ce qui fait la flexion continuelle ou courbure. Ces deux parties conſecutives ne ſont donc pas deux points, car ils n'auroient ni l'un ni l'autre aucune poſition par rapport à l'Axe, ce ſont donc deux droites infiniment petites, auſſi capables de poſition malgré leur petiteſſe, que des droites finies.

En un mot, il n'y a qu'une étenduë qui puiſſe être ou perpendiculaire ou parallele ou oblique à une autre, donc une Courbe ou perpendiculaire ou parallele, &c. à ſon axe, l'eſt par une étenduë. Or ni un point, ni un nombre fini de points, quelque grand qu'il ſoit, ne font une étenduë, donc c'eſt par une ligne droite qu'une Courbe eſt poſée à l'égard de ſon axe de la maniere dont elle l'eſt en chacune de ſes parties, donc ſes parties ſont des droites, & il n'y a point de Courbes rigoureuſes.

En effet il n'y a point de Lignes que l'on ne puiſſe concevoir comme décrites par des mouvemens, les droites par des mouvemens qui ne changent point de direction, les Courbes par des mouvemens qui en changent à chaque inſtant. Or les mouvemens qui en changent à chaque inſtant, en ont donc une pendant chaque inſtant, & il eſt impoſſible qu'un mouvement ait une direction, s'il ne décrit une droite quelle qu'elle ſoit. Donc, &c.

J'ajoûterai encore que les Tangentes d'une Courbe rigoureuſe ne repreſenteroient point ſes differentes poſitions à l'égard de l'axe, comme tous les Geometres tombent d'accord qu'elles les repreſentent. Une Tangente n'aura qu'un point commun avec la Courbe, & ne paſſera point du dehors au dedans, mais ce point commun à la Tangente & à la Courbe, n'ayant point de poſition dans la Courbe, il n'en donnera point une à la Tangente qui lui ſoit commune avec la Courbe. Il eſt vrai que cette Tangente aura une poſition, mais parce

qu'elle ſera obligée de paſſer par un ſeul point de la Courbe, & d'éviter tous les autres, & non parce qu'elle aura pris la poſition de la Courbe.

C'eſt ainſi que l'hypotheſe des Courbes Polygones qui ſembloit n'être qu'une fiction commode ſubſtituée à un vrai intraitable, devient elle-même ce vrai, quand on la conſidere de plus près. On croyoit qu'elle approchoit infiniment du vrai, & il ſe trouve que le vrai ne doit pas aller plus loin. Cependant nous appellerons toûjours Courbes rigoureuſes, celles dont on concevroit que les *élemens* ne ſeroient que des points abſolus.

Euclide n'a connu que le Cercle rigoureux. Selon cette idée une Tangente étant tirée à un point quelconque du Cercle, elle fait avec l'arc qu'elle laiſſe au deſſous d'elle un angle *mixtiligne*, où *Euclide* a démontré qu'il ne pouvoit paſſer aucune ligne droite qui le diviſât. Cet angle qu'on appelle *d'attouchement* eſt d'une nature particuliere, & ne peut être comparé avec aucun angle meſurable. Tout cela eſt un peu confus, la nouvelle Geometrie le démêle. Un Cercle étant conſideré comme un Polygone infini, dont tous les angles, c'eſt-à-dire, ceux que comprennent deux côtés contigus, ſont infiniment peu differens de l'angle obtus de 180, ſi l'on prolonge un côté quelconque il fait avec ſon contigu au dehors du Cercle ou Polygone un angle qui eſt le complement de l'angle obtus interieur à deux droits ou à 180, & par conſequent eſt infiniment petit. Cet angle

eſt

eſt celui d'attouchement, & rectiligne, & le côté prolongé eſt une Tangente du Cercle. Il ne peut paſſer au dedans de cet angle, comme l'a dit *Euclide*, aucune ligne droite qui le diviſe, ce n'eſt pas parce qu'il eſt mixtiligne, car il ne l'eſt plus, c'eſt parce qu'il eſt infiniment petit. Il pourroit pourtant être ou plus petit ou plus grand, & il le ſera effectivement en differentes Courbes conçûës de même comme Polygones, mais tant qu'il demeurera infiniment petit, quoiqu'il varie de grandeur, il ſera impoſſible d'y faire paſſer une ligne droite, ou d'en aſſigner une qui y paſſe. Je dis *faire paſſer*, ou *aſſigner*, & non concevoir une droite qui y paſſe, car puiſque cet angle peut varier de grandeur il faut neceſſairement qu'on puiſſe le concevoir diviſé, mais il ne peut pas l'être actuellement à cauſe de ſon infinie petiteſſe. Cette même petiteſſe fait qu'il ne peut être comparé avec aucun angle meſurable ou fini.

M. *Varignon* a démontré contre ſon Aggreſſeur que cet angle exterieur rectiligne infiniment petit eſt égal à l'angle compris entre deux rayons du Cercle Polygone terminés aux deux extremités d'un côté quelconque. Nous appellerons cet angle l'*angle du centre*, & l'obtus compris entre deux côtés contigus du Polygone, l'*angle du Polygone*. Voici une démonſtration de la propoſition très ſimple, & generale pour tous les Polygones reguliers inſcrits au Cercle d'un nombre de côtés quelconque. Tout Polygone regulier inſcrit diviſe le Cercle en un certain nombre d'arcs égaux, en 3,

en 4, en 5, &c. ſoit en 10, par exemple. L'angle du Decagone a pour meſure la moitié de 8 arcs égaux ſur leſquels il eſt appuyé. Si un côté du Decagone eſt prolongé, l'angle exterieur qu'il fait avec le côté contigu ou conſecutif, eſt le complement de l'angle du Decagone à deux droits, donc il a pour meſure la moitié des 2 arcs reſtants du Cercle, ou un de ces arcs. L'angle du centre a un de ces arcs pour meſure, donc l'angle exterieur, & l'angle du centre ſont égaux. Il eſt viſible qu'il en ira de même de tout Polygone, ſoit d'un moindre nombre de côtés, ſoit d'un plus grand, juſque dans l'infini.

Cette démonſtration n'auroit pas lieu dans le Cercle rigoureux, car on n'y ſauroit déterminer un angle du centre correſpondant à l'angle exterieur; on le détermine dans le Polygone quelconque par un côté qui eſt ſa baſe, ou ſa ſoutendante; mais dans le Cercle rigoureux il n'y a point de côté, ni par conſequent de ſoutendante qui réponde à cet angle, ni par conſequent cet angle.

Si de l'extremité du côté avec lequel le côté prolongé fait l'angle exterieur on tire parallelement au rayon qui paſſe par le ſommet de cet angle une petite droite qui en ſera la baſe, il eſt très-aiſé de voir qu'on aura deux triangles l'un *exterieur*, l'autre *du centre*, qu'ils ſeront iſoſceles l'un & l'autre, & que leur angle du ſommet étant égal, ainſi qu'il vient d'être prouvé, ils ſeront ſemblables. Delà M. *Varignon* tiroit une expreſſion de la baſe de l'angle exre-

gone.

rieur, ou d'attouchement du Cercle Polygone. Elle eſt du 2d ordre d'infiniment petit.

Si l'on prend le Cercle rigoureux, c'eſt une autre Theorie. La Tangente n'eſt plus l'un des deux côtés contigus prolongé, c'eſt une ligne tirée par le point où les deux côtés contigus ſe joignoient, & faiſoient l'angle obtus. Il faut concevoir ainſi la Tangente du Cercle dans *Euclide*, & dans toute l'ancienne Geometrie. Elle diviſe en deux parties égales l'angle exterieur ou d'attouchement du Cercle Polygone, & réduit l'angle d'attouchement du Cercle rigoureux, & ſa baſe à n'être que la moitié de ce qu'ils étoient. Cette baſe eſt d'une grande importance dans la conſideration des Rayons Oſculateurs & des Forces Centrales, & l'on pourroit en ces matieres tomber dans quelques mépriſes, faute de diſtinguer aſſés entre le Cercle Polygone & le rigoureux. On y étoit tombé effectivement en accuſant M. *Varignon* d'avoir fait la formule des Rayons Oſculateurs, & celle des Forces Centrales trop grandes de la moitié; il ſe juſtifioit aiſément par la diſtinction que nous venons de dire, ſans compter d'autres raiſonnemens que la ſurabondance de droit lui fourniſſoit.

Son Aggreſſeur avoit commis une faute plus conſiderable en voulant lui prouver que le Cercle Polygone pouvoit conduire à l'erreur. Il trouvoit que ſi un Corps en décrivoit la circonference, & qu'en même-temps il reçût l'impreſſion d'une force Centrale toûjours tendante au Centre, cet-

te

te force venoit par le calcul deux fois plus grande qu'elle ne devoit être ſelon M. *Huygens*, ſuivi de tous les Geometres. Voici ou ſon raiſonnement, ou un équivalent.

Il faut conſiderer deux forces dans le Corps mu de la maniere ſuppoſée, l'une de projection uniforme par laquelle il décrit dans un inſtant un côté du Cercle Polygone, & décriroit dans l'inſtant ſuivant égal un prolongement égal de ce côté, l'autre, qui vient de la force centrale, l'empêche de s'échaper par le prolongement du côté, le retient ſur la circonference du Cercle, & par conſequent lui donne une impreſſion dont la meſure eſt la baſe de l'angle exterieur, car ſans la force centrale il s'ecarteroit du Cercle de toute l'étenduë de cette baſe. Toute force centrale eſt acceleratrice, donc il faut conſiderer la baſe de l'angle exterieur comme décrite par un mouvement acceleré. Donc le mouvement actuel par lequel le Corps au lieu de s'échaper dans un 2d inſtant par le prolongement du côté parcouru dans le 1er, parcourt dans ce 2d inſtant un 2d côté, eſt compoſé de deux mouvemens l'un uniforme, l'autre acceleré, & le 2d côté parcouru eſt la Diagonale du parallelograme formé par les deux lignes des deux mouvemens primitifs. Or ſelon le ſyſtême de *Galilée* une ligne donnée étant parcouruë d'un mouvement acceleré, le double de cette ligne ſeroit dans le même temps parcouru d'un mouvement uniforme, dont la viteſſe conſtante ſeroit égale à la derniere du mouvement acceleré. Donc pour réduire tout dans le cas preſent à des mouvemens uniformes, il

faut

faut doubler la baſe de l'angle exterieur, & en faire l'un des côtés du parallelogramme des mouvemens primitifs. Or cela fait, la force centrale eſt double de ce que M. *Huygens* l'a trouvée. Donc, concluoit-on, le Cercle Polygone conduit à l'erreur.

M. *Varignon* prouvoit au contraire que l'erreur étoit dans ce raiſonnement même, & il faut convenir qu'elle eſt aſſés délicate. Il eſt vrai que la force centrale eſt acceleratrice, & cependant dans la ſuppoſition où l'on étoit, il ne faloit pas regarder cette baſe qu'elle fait décrire, comme décrite par un mouvement acceleré.

Quand deux forces produiſent un mouvement compoſé, ou, ce qui eſt le même, font décrire la diagonale d'un parallelogramme, cette diagonale n'eſt une ligne droite qu'en cas que les deux forces produiſent chacune un mouvement uniforme; ſi l'une des deux eſt acceleratrice, la diagonale n'eſt plus droite, mais courbe. C'eſt ainſi qu'un Boulet de Canon tiré horiſontalement, & pouſſé par deux forces dont l'une eſt une projection horiſontale uniforme reçûë de la Poudre, & l'autre le mouvement acceleré de la Peſanteur, qui le tire en embas verticalement, décrit une diagonale courbe, qui eſt une Parabole. On ſuppoſoit le Cercle Polygone, & par conſequent le Corps qui circuloit en devoit dans un inſtant décrire un côté ou petite ligne droite qui étoit la diagonale réſultante de deux forces. Aucune de ces deux forces n'étoit donc acceleratrice. Il eſt vrai que la force centrale l'eſt neceſſairement, &

& par ſa nature, & qu'elle l'eſt même dans un inſtant infiniment petit tel qu'on le ſuppoſoit, mais nous avons prouvé en 1701 * que l'augmentation de viteſſe qu'elle y cauſe eſt infiniment petite par rapport à la viteſſe de cet inſtant, & par conſequent la force centrale y pouvoit être regardée comme uniforme, & devoit l'être à cauſe du Cercle Polygone. Pour ne l'avoir pas fait, & pour lui avoir fait décrire en la changeant en uniforme une ligne double de la vraye, on la trouvoit deux fois trop grande.

Si on eût pris le Cercle rigoureux, la diagonale reſultante du mouvement compoſé étoit un petit arc, & par conſequent courbe. Alors la ligne qui appartenoit à la force centrale, & qui eſt la baſe de l'angle d'attouchement, étoit décrite d'un mouvement acceleré, mais nous avons vû qu'elle n'eſt que la moitié de la baſe de l'angle d'attouchement du Cercle rigoureux. Ainſi pour changer la force centrale acceleratrice en uniforme on auroit eu le double de cette ligne, ou la baſe de l'angle d'attouchement du Cercle Polygone, & il ſeroit venu la même concluſion que M. *Huygens* a tirée pour le Cercle rigoureux, car il ne le conſideroit que ſous cette idée, & il n'a fait qu'entrevoir la nouvelle Geometrie.

Voilà les principales inſtructions que nous avons pu tirer du procès qu'on avoit fait à M. *Varignon*. Les Geometres une fois avertis de ces précautions avec leſquelles il faut marcher dans la Methode des infinimens

* p. 101. & ſuiv.

mens petits, trouveront d'eux-mêmes celles qu'il reſteroit peut-être encore à y ajoûter.

SUR UNE DIFFICULTE' QUI REGARDE L'ISOCHRONISME DE LA CYCLOIDE.

* M. *Huygens* a démontré qu'une demi-Cycloïde, car elle ſuffit ici, étant renverſée, un Corps peſant qui tombera le long de la concavité de cette Courbe juſqu'à ſon point le plus bas, ou ſon fond, employera toûjours un temps égal à en parcourir l'arc qu'il parcourra, de quelque longueur que ſoit cet arc, ou, ce qui eſt le même, de quelque point plus ou moins élevé que ſoit tombé le Corps. C'eſt-là, comme tout le monde ſait, l'iſochroniſme de la Cycloïde.

La démonſtration ſubſiſte juſque dans l'infiniment petit, & l'arc infiniment petit qui termine la demi-Cycloïde ne ſera parcouru que dans un temps fini égal au temps dans lequel eût été parcouruë la demi-Cycloïde entiere, car l'iſochroniſme de la Cycloïde étant abſolument indépendant de la grandeur des arcs, & ne ceſſant point, quelque petits qu'ils ſoient dans le fini, il doit paſſer ſans aucune alteration juſque dans l'in-

* V. les M. p. 94. & 174.

l'infiniment petit. Il eſt même aiſé de voir que le Corps ne peut parcourir le dernier arc infiniment petit de la demi-Cycloïde qu'en un temps fini. Cet arc eſt preſque horiſontal, il eſt la diagonale d'un parallelogramme rectangle dont un des côtés eſt une ligne horiſontale infiniment petite du 1er ordre, & l'autre une verticale infiniment petite du 2d, ce que les Geometres verront du premier coup d'œil. Le Corps qui a cet arc à parcourir ne ſe meut ou ne tombe qu'en vertu de la force verticale, & cette force qui eſt du 2d ordre eſt infiniment petite par rapport à l'eſpace qui doit être parcouru. Donc le Corps eſt dans le même cas que ſi avec une force infiniment petite du 1er ordre il avoit à parcourir un eſpace fini, & il eſt évident qu'il ne le parcouroit qu'en un temps infini, ou dans un temps de l'ordre ſuperieur à celui de l'eſpace. Donc le Corps qui doit parcourir le petit arc de la Cycloïde, ne le parcourra qu'en un temps fini. Quant à l'égalité de ce temps avec celui qu'il faudroit pour la demi-Cycloïde entiere, c'eſt une choſe qui dépend de la nature particuliere de la Courbe.

Selon tous les principes de la nouvelle Geometrie, cet arc infiniment petit de la Cycloïde peut être pris pour celui du Cercle qui ſeroit ſon Cercle Oſculateur dans ſon point le plus bas, car toute Courbe n'eſt que la Suite des arcs infinimens petits des Cercles qui la *baiſent* en ſes differens points. Selon les mêmes principes la corde d'un arc infiniment petit peut être priſe ſans aucune erreur pour l'arc même. D'un

autre

autre côté *Galilée* a demontré que des chûtes par les cordes quelconques d'un même Cercle ſont toutes iſochrones, & cet iſochroniſme va juſque dans l'infiniment petit auſſi bien que celui de la Cycloïde, deſorte que le temps d'une chûte par une corde infiniment petite qui part de l'extremité du diametre vertical d'un Cercle, eſt égal au temps d'une chûte par ce diametre. Donc le temps par la corde infiniment petite du Cercle Oſculateur de la demi-Cycloïde, ou par l'arc de ce Cercle, ou par l'arc de la demi-Cycloïde eſt égal au temps par le diametre vertical de ce Cercle.

M. *Huygens* a démontré que le temps par un arc de la demi-Cycloïde eſt au temps par le diametre de ſon Cercle generateur comme la demi-circonference d'un Cercle eſt au diametre. Tous les Geometres ont applaudi à cette détermination, qui a été confirmée par pluſieurs démonſtrations poſterieures.

D'un autre côté enfin on ſait que le Cercle Oſculateur de la demi Cycloïde dans ſon point le plus bas lorſqu'elle eſt renverſée a un diametre quadruple de celui du Cercle Generateur, d'où il ſuit évidemment, ſelon le Syſtême de *Galilée*, que le temps d'une chûte par le diametre vertical du Cercle Oſculateur eſt double du temps d'une chûte par le diametre du Generateur.

Voilà donc, pour raſſembler tout ſous un même coup d'œil, cinq propoſitions qui paroiſſent bien conſtantes.

1. Selon la Geometrie nouvelle un arc Circu-

Circulaire infiniment petit & ſa Corde, ne ſont que la même grandeur, & par conſequent le temps par l'une & par l'autre eſt le même.

2. Selon la même Geometrie, un arc infiniment petit d'une Courbe, & l'arc de ſon Cercle Oſculateur en ce point ſont le même, & par conſequent l'arc infiniment petit qui termine la demi-Cycloïde renverſée, & l'arc de ſon Cercle Oſculateur en ce point ſont le même, & le temps par les deux le même.

3. Selon le Syſtême de *Galilée* le temps par le diametre du Cercle Oſculateur de la demi-Cycloïde à ſon point le plus bas eſt double du temps par le diametre du Cercle Generateur.

4. Selon *Galilée* le temps par la Corde infiniment petite qui termine un demi-Cercle eſt égal au temps par le diametre de ce Cercle.

5. Selon M. *Huygens* le temps par le dernier arc infiniment petit de la Cycloïde eſt au temps par le diametre du Cercle Generateur comme la demi-circonference du Cercle au diametre, ou, en ſuppoſant que le diametre ſoit 1, & la circonference un peu plus de 3, comme un peu plus de 3 eſt à 2, ou, ſi l'on veut, comme 3 à 2.

De ces propoſitions comparées naît une difficulté très-conſiderable. Selon la 2de propoſition le temps par le dernier arc infiniment petit de la Cycloïde eſt le même que le temps par l'arc du Cercle Oſculateur, ſelon la 1ere celui-ci eſt le même que le temps par la corde correſpondante du Cercle

cle Oſculateur, ſelon la 4eme le temps par cette corde eſt le même que le temps par le diametre du Cercle Oſculateur, donc le temps par le petit arc de la Cycloïde eſt le même que le temps par le diametre du Cercle Oſculateur, donc ſelon la 3eme propoſition le temps par le petit arc de la Cycloïde eſt double du temps par le diametre du Cercle Generateur, & comment le rapport de ces deux temps eſt-il en même temps ſelon la 5ème propoſition celui de 3 à 2?

Feu M. *Parent* aperçut le premier cette difficulté. M. le *Chevalier* de *Louville* la trouva auſſi ſans ſavoir qu'elle eût déja été trouvée, & la propoſa à l'Academie. M. *Saurin* a entrepris de la reſoudre, & il en fait toute l'hiſtoire que nous ſupprimons ici.

Il y a certainement de l'erreur quelque part, & elle doit être bien ſubtile, puiſqu'elle a échapé à tant de grands Geometres qui ont ſouvent manié ces ſujets. M. *Saurin* la cherche dans tous les principes qui ont été employés, il prouve contre M. *Parent* qu'elle n'eſt point dans ceux qui ont donné à M. *Huygens* l'iſochroniſme des arcs quelconques de la Cycloïde, il eſt conſtant qu'elle n'eſt point dans ceux qui ont donné à *Galilée* l'iſochroniſme des Cordes du Cercle, & voici enfin où il la découvre, mais d'une maniere encore plus geometrique que nous n'allons faire ici.

On peut prendre au lieu de l'arc infiniment petit de la Cycloïde celui du Cercle Oſculateur, & au lieu de cet arc ſa corde,

il

il n'y a point là d'erreur, mais ce n'eſt pas à dire qu'on puiſſe prendre le temps par un arc circulaire infiniment petit pour le temps par ſa corde. Ce qui fait la confuſion ou l'identité de l'arc & de la corde, tous deux infiniment petits, c'eſt qu'ils n'ont qu'une difference infiniment petite du 2d ordre, nulle par rapport à eux; mais quand il s'agit des temps pendant leſquels ces deux eſpaces ſont parcourus, nous avons vû que la force verticale qui ſeule les fait parcourir eſt un infiniment petit du 2d ordre, par rapport auquel une difference de ce même ordre dans les eſpaces eſt une grandeur qui ne peut être negligée, & par conſequent les temps ſeront differens, comme s'il s'agiſſoit d'eſpaces finis inégaux, qu'une force finie fît parcourir.

Pour peu qu'on ſe preſſe de tirer des conſequences, il ſuit delà que puiſque la difference de grandeur qui eſt entre l'arc & la corde apartient à l'arc, ce ſera l'arc qui ſera parcouru en plus de temps. Mais c'eſt juſtement le contraire, & il eſt très-aiſé de le voir par ce qui a été établi ici.

Il reſte indubitable que le temps par l'arc du Cercle Oſculateur eſt égal au temps par l'arc de la Cycloïde. Il eſt indubitable auſſi que le temps par la corde de l'Oſculateur eſt égal au temps par le diametre de ce Cercle. Donc le temps par l'arc circulaire infiniment petit eſt au temps par ſa corde, comme le temps par l'arc de la Cycloïde au temps par le diametre du Cercle Oſculateur.

Le temps par l'arc de la Cycloïde eſt au

au temps par le diametre du Cercle Generateur comme 3 à 2, & par conſequent au temps double par le diametre du Cercle Oſculateur comme 3 à 4, donc ce rapport eſt celui du temps par un arc circulaire infiniment petit au temps par ſa corde.

M. le Chevalier de *Louville* a jugé que ce temps par l'arc plus court que par la corde étoit une verité aſſés paradoxe pour meriter d'être prouvée de plus d'une façon, & il le fait d'une maniere très-ſavante, & par des Series infinies. Il ſemble cependant qu'on devoit être déja préparé à cette merveille par la Courbe de la plus vîte deſcente. On ſait que c'eſt une demi Cycloïde renverſée qui eſt parcouruë en moins de temps que ſa corde ou que la ligne droite qui joint ſes deux points extrêmes. En general ce n'eſt pas la ſeule longueur d'une ligne qui fait la longueur du temps pendant lequel elle eſt parcouruë, c'eſt auſſi ſa poſition ſi elle eſt droite, & la combinaiſon de ſes differentes poſitions ſi elle eſt courbe, & à l'égard d'un moindre temps l'avantage de la poſition ou des poſitions peut réparer aiſément & ſurpaſſer le deſavantage d'une plus grande longueur.

On peut même ajoûter ici une reflexion. M. de *Louville* a démontré que le temps par l'arc circulaire infiniment petit eſt plus court que le temps par ſa corde. Lorſque cet arc circulaire eſt celui du Cercle Oſculateur de la Cycloïde il eſt auſſi celui de la Cycloïde, & ſa corde eſt la corde du dernier arc infiniment petit de la Cycloïde. D'un côté nous venons de dire, & tous

les Geometres le ſavent preſentement, que la demi Cycloïde entiere eſt parcouruë en moins de temps que ſa corde. Voilà donc une proprieté qui apartient à la Cycloïde priſe dans ſa plus grande étenduë finie, & qui lui apartient encore lors qu'elle eſt réduite à l'infiniment petit, & il y a tout lieu de juger que cette même proprieté lui apartiendra dans toutes ſes étenduës moyennes, c'eſt-à-dire qu'à quelque point de la Cycloïde que l'on tire une corde qui partira de ſon point le plus bas, l'arc Cycloïdal ſera parcouru en moins de temps que la corde correſpondante.

Quant au Cercle, on ſait donc que le temps par ſon dernier arc infiniment petit eſt plus court que le temps par ſa corde. *Galilée* a prouvé, & M. de *Louville* promet de le prouver mieux, & par une autre voye, que le temps par le Quart du Cercle eſt plus court que le temps par ſa corde, & par conſequent on peut juger de tout l'entre-deux.

Tandis que M. *Saurin* avoit la Cycloïde entre les mains, il s'eſt aperçû que ſon iſochroniſme pouvoit être démontré d'une maniere beaucoup plus ſimple, & plus naturelle qu'il ne l'avoit encore été, & nous allons découvrir cette ſource en remontant même encore un peu plus haut qu'il n'a fait.

L'iſochroniſme des Cordes du Cercle n'a peut-être pas encore été démontré aſſés ſimplement. Soit un demi-Cercle poſé verticalement, dont une Corde quelconque parte du point le plus haut de ſon diametre,

tre, elle eſt l'eſpace que le Corps doit parcourir. Que du point où elle rencontre la circonference on tire ſur le diametre une perpendiculaire, qui le diviſera en deux parties, l'une ſuperieure, l'autre inferieure, la Corde ſera moyenne proportionnelle entre le diametre & ſa partie ſuperieure, ou, ce qui eſt le même, le produit de la racine du diametre par la racine de ſa partie ſuperieure. C'eſt donc là l'expreſſion du chemin du corps. Que l'on diviſe cette expreſſion par celle de la derniere vîteſſe que le Corps aura acquiſe dans ſa chûte accelerée, on aura un temps égal à celui pendant lequel le corps parcourroit d'un mouvement uniforme un eſpace double de la Corde parcouruë d'un mouvement acceleré. La derniere viteſſe acquiſe par la chûte eſt la racine de la hauteur verticale d'où le corps eſt tombé, ou de la partie ſuperieure du diametre du demi-Cercle. Or en diviſant par la racine de la partie ſuperieure du diametre le produit de cette racine & de celle du diametre, il ne reſte pour l'expreſſion du temps que celle du diametre, qui eſt une grandeur conſtante. Donc quelle que ſoit la Corde que le corps parcoure, le temps eſt toûjours le même, & le diametre n'étant qu'une corde, le temps par le diametre n'eſt pas plus long que par la plus petite corde, fût-elle infiniment petite.

On voit aſſés que cet iſochroniſme vient d'une certaine combinaiſon préciſe de la longueur & de la poſition des eſpaces parcourus. Les plus longs ſont poſés plus verticalement, & font acquerir plus de vi-

teſſe dans la même raiſon qu'ils ſont plus longs, & au contraire, ce qui produit l'égalité des temps.

Depuis que l'on connoît la Cycloïde, on ſait que ſes Tangentes à des points quelconques ſont paralleles aux Cordes des arcs correſpondans du Cercle generateur, c'eſt-à-dire ſelon la Geometrie nouvelle, que les côtés infiniment petits ou élemens de la Cycloïde ont les mêmes poſitions que ces Cordes correſpondantes. Cela ſeul pouvoit faire conjecturer que la Cycloïde engendrée du Cercle avoit auſſi quelque iſochroniſme, & quand on a connu par d'autres voyes l'iſochroniſme de ſes arcs, il ſemble qu'il eût été fort naturel d'en chercher la ſource dans celui des Cordes du Cercle connu auſſi; cependant avant M. *Saurin* on ne l'avoit point encore fait, peut-être parce que l'on ſe contente d'amaſſer des verités, & qu'on ne ſe met pas tant en peine de les lier.

A S-

ASTRONOMIE.

SUR LA PARALLAXE DE MARS ET DE VENUS.

* TOUTE Parallaxe en general consiſte en ce qu'un même objet vû en même-temps de deux differens lieux ou points eſt rapporté à deux points differens. Une plus grande diſtance de ces deux points auſquels l'objet eſt rapporté eſt une plus grande parallaxe, & une plus grande diſtance des deux points d'où l'objet eſt vû cauſe une plus grande parallaxe, ſuppoſé dans ces deux cas qu'il n'y ait eu que les deux points où l'objet a été rapporté, ou les deux d'où il a été vû, qui ayent changé de diſtance entre eux.

Si les deux points d'où un objet eſt vû étant toûjours à même diſtance entre eux ſont toûjours plus éloignés de l'objet, ſa parallaxe diminuera toûjours, & enfin deviendra nulle ou inſenſible, quand la diſtance des deux points entre eux n'aura point de rapport ſenſible & meſurable à l'éloignement de l'objet. Les parallaxes de l'objet dimi-

* V. les *M.* p. 293.

diminuëront en même raiſon que ſon éloignement augmentera. Il faut dire la même choſe de differens objets differemment éloignés. Leurs parallaxes ſeront proportionelles à leurs diſtances.

Quand les anciens Aſtronomes chercherent les diſtances des Planetes à la Terre, ils jugerent avec beaucoup de vraiſemblance, & réellement ſelon la verité, que les Planetes qui faiſoient leur révolution annuelle dans le Zodiaque autour de la Terre en un temps plus long, étoient plus éloignées. Ils appliquoient facilement cette regle à la Lune, au Soleil, à Mars, à Jupiter, & à Saturne, mais Venus & Mercure leur faiſoient de la peine, car ces deux Planetes ne parcourent le Zodiaque que dans le même temps que le Soleil, du moins ſi on prend leur revolution moyenne, & par conſequent elles n'euſſent eu qu'une même diſtance à la Terre, ce qui ne paroiſſoit guere poſſible.

Ils imaginerent pour les diſtances des Planetes à la Terre une autre regle, ou, ſi l'on veut, un ſupplément à celle-ci. Ils avoient obſervé que Mercure & Venus ne s'éloignoient jamais du Soleil que d'un certain nombre de degrés, Mercure moins que Venus, au lieu que Mars, Jupiter, & Saturne s'en éloignent juſqu'à l'oppoſition, le plus grand de tous les éloignemens poſſibles; ils firent deux Claſſes de Planetes, & mirent le Soleil au milieu. Les diſtances des trois ſuperieures à la Terre, & par conſequent au Soleil, étoient reglées par la durée de leurs revolutions annuelles. les

diſtan-

distances des deux inferieures au Soleil, & par conſequent à la Terre, par leurs éloignemens du Soleil, deſorte que Mercure en étoit le plus proche, & par conſequent plus éloigné de la Terre que Venus, car la Terre étoit toûjours au centre de tout. Il eſt vrai que la Lune démentoit tout ce Syſtême, elle qui ne pouvoit être qu'au deſſous de Venus & de Mercure, & qui cependant s'éloigne du Soleil juſqu'à l'oppoſition; tant il eſt impoſſible qu'un Syſtême qui n'eſt pas parfaitement le veritable ſatisfaſſe à tout. On eſt toûjours averti de l'erreur par les embarras.

Peu contens apparemment de ces regles, les Anciens conçûrent que le meilleur moyen d'avoir les diſtances des Planetes, c'étoient les parallaxes, où l'on prendroit pour les deux points d'où une même Planete ſeroit vûë en même-tems le centre de la Terre, & un point de ſa ſurface, c'eſt-à-dire que le demi-diametre de la Terre ſeroit la baſe de l'angle de la parallaxe, ſelon ce qui a été expliqué en 1706 *. La parallaxe de la Lune s'offrit preſque d'abord, à cauſe de la grande proximité de cet Aſtre, & en effet le demi diametre de la Terre a un rapport aſſés ſenſible à la diſtance de la Lune, dont il eſt environ la 60eme partie. Mais la parallaxe du Soleil qu'ils chercherent auſſi n'étoit pas aiſée. Nous ſavons preſentement que le demi-diametre de la Terre n'eſt que la 2200eme partie de la diſtance du Soleil, nulle obſervation ne pouvoit déterminer un

* P. 121. & ſuiv.

rapport ſi peu ſenſible, & il faloit prendre des circuits, dont les Anciens n'étoient pas encore en état de s'aviſer.

M. *Maraldi* rapporte deux methodes qu'ils employerent, ingenieuſes toutes deux, mais qui demandoient des obſervations, qu'il étoit impoſſible de faire dans l'exactitude abſolument requiſe, deſorte que les Aſtronomes pouvoient varier beaucoup ſur la parallaxe du Soleil, & ſa diſtance à la Terre, & être tous fort loin du vrai. Si la parallaxe du Soleil demeuroit inconnuë, à plus forte raiſon celles des autres Planetes, ou plus éloignées, ou dont les mouvemens ſont plus difficiles à déterminer. On n'alla pas plus loin juſqu'à la renaiſſance des Lettres; les Aſtronomes s'aperçûrent qu'ils pouvoient avoir une nouvelle eſpece de parallaxe des Planetes, à laquelle les Anciens n'avoient point penſé.

La ſeconde inégalité des Planetes expliquée en 1704 *. étant bien déterminée, on a la difference du mouvement d'une même Planete vûë en même temps du Soleil & de la Terre. Cette difference, qui eſt optique, eſt donc une parallaxe compriſe ſous un certain angle toûjours plus petit à meſure que la diſtance de la Planete au Soleil ou à la Terre eſt plus grande par rapport à la diſtance de la Terre au Soleil. Cette derniere diſtance, où le rayon de l'Orbe annuel, eſt la baſe de l'angle de la parallaxe, au lieu que dans la maniere précedente & plus ordinaire de prendre les paralla-

* P. 80. & ſuiv.

rallaxes, c'eſt le rayon de la Terre qui en eſt la baſe. Et comme les diſtances ſont toûjours proportionelles aux parallaxes, on avoit par les ſecondes inégalités des Planetes, ou par leurs parallaxes dont le rayon de l'Orbe annuel étoit la baſe, tous les rapports de leurs diſtances entre elles exprimés en parties de ce rayon, & c'étoit-là un grand avantage ſur l'Aſtronomie ancienne, qui ne pouvoit nullement déterminer ces rapports, & qui n'avoit que la parallaxe de la Lune par le rayon de la Terre.

Mais dans toute cette Theorie le rayon de l'Orbe annuel, meſure fondamentale, étoit toûjours inconnu, on n'avoit que des rapports, & point de grandeurs abſoluës. Seulement au lieu du rayon de l'Orbe annuel on pouvoit prendre pour meſure de tous les rapports le diametre ou demi-diametre du Soleil, inconnu auſſi, ce qui quelquefois pouvoit avoir ſon uſage. Car que l'on conçoive deux lignes tirées du centre de la Terre, l'une au centre du Soleil, l'autre à un point de la circonference qui termine ſon diſque apparent, il ſe formera un Triangle rectangle dont un des angles aigus aura pour meſure le demi-diametre du Soleil que l'on ſait être de 16′, & par conſequent les trois angles connus donneront le rapport des trois côtés, dont un eſt le demi-diametre du Soleil, & un autre la diſtance de la Terre au Soleil, le rapport de ces deux côtés eſt celui de 1 à 210. Ainſi on aura les rapports des diſtances des Planetes exprimés en demi-diametres du Soleil.

Après tout cela a paru dans le Monde ſavant la belle Regle de *Kepler* pour les diſtances des Planetes, plus facile que les parallaxes priſes ſur l'Orbe annuel, toûjours d'autant plus confirmée que le Ciel a été plus connu, conforme au calcul geometrique des Forces centrifuges. Nous en avons parlé en beaucoup d'occaſions, mais comme il a été dit en 1706 à l'endroit cité ci-deſſus, elle ne donne encore qne des rapports, & l'on a vû comment feu M. *Caſſini* étoit parvenu à déterminer la parallaxe de Mars perigée vû du centre, ou d'un point de la ſurface de la Terre, ce qui lui donnoit les parallaxes de toutes les autres Planetes par la regle de *Kepler* pour leurs diſtances, & toutes les grandeurs exprimées en diametres de la Terre, & par conſequent abſolument connuës.

Il eſt clair que la parallaxe de toute autre Planete vûë de la Terre, ou pour parler plus exactement, toute parallaxe dont le rayon de la Terre ſeroit la baſe, produiroit à l'Aſtronomie les mêmes connoiſſances, mais il faut pour cela que la Planete puiſſe être aſſés proche de la Terre pour permettre au demi-diametre de la Terre d'avoir un rapport ſenſible à la diſtance de la Planete. Or c'eſt ce qu'on ne peut eſperer d'aucune des Planetes ſuperieures que de Mars lorſqu'il eſt dans ſon Perigée. Jupiter & Saturne ſont toûjours à de trop grandes diſtances.

Mercure, l'une des deux Planetes inferieures, eſt toûjours trop près du Soleil, & trop difficile même à apercevoir. Il ne

reſte

reſte que Venus, qui peut s'approcher de la Terre un peu plus que Mars. Ainſi tout le travail des Aſtronomes pour les parallaxes des Planetes doit ſe terminer à Mars, & à Venus.

La recherche de la Parallaxe de Mars étant très-délicate, & très-ſubtile, il s'y faut menager tous les avantages poſſibles, & prendre Mars non ſeulement dans ſon Perigée, mais encore dans ſon Perihelie, car il eſt clair que Mars dans ſon perigée étant entre la Terre & le Soleil, & par là plus proche de la Terre qu'en toute autre poſition, il eſt le plus proche de la Terre qu'il puiſſe être, ſi en même-temps il eſt le plus proche du Soleil, ou dans ſon perihelie. De plus Mars étant après Mercure celle de toutes les Planetes dont le mouvement eſt le plus excentrique au Soleil, la difference entre ſon Aphelie & ſon Perihelie eſt aſſés conſiderable, & s'il étoit dans ſon perigée & en même temps dans ſon aphelie ou aux environs, il ne ſeroit pas aſſés proche de la Terre. On l'avoit eu dans les deux circonſtances favorables en 1672, & en 1704, & on ne l'y retrouva qu'en 1721 aux mois d'Août & de Septembre.

M. *Maraldi* ne manqua donc pas de l'obſerver ſelon la methode de feu M. *Caſſini* expliquée en 1706, & dont l'artifice conſiſte en ce qu'un ſeul Obſervateur tient lieu de deux placés en des lieux éloignés, pourvû qu'il puiſſe faire dans une même nuit des obſervations ſéparées par un aſſés grand intervalle de temps. Nous ne repeterons

point cette methode. Il ſuffira de dire que tout ce qui avoit été déterminé en 1672, & en 1704 fut confirmé, à quelques differences près, ſi legeres qu'elles ne devoient pas être comptées.

La methode employée pour Mars, l'a été auſſi par M. *Maraldi* pour Venus perigée, c'eſt-à-dire lorſqu'elle étoit entre le Soleil & la Terre, mais on trouve dans cette application des difficultés particulieres. Il faut comparer la Planete à une Etoile fixe qui en ſoit proche, parce que les Fixes n'ont point de parallaxe, & alors comme on obſerve Venus en plein jour, avantage procuré par les grandes Lunettes, on a d'ailleurs l'incommodité que les Fixes voiſines du Soleil, & par conſequent de Venus, ſont effacées. On pourroit comparer Venus au Soleil, mais il a une parallaxe, & elle doit d'autant moins entrer dans cette methode qu'on cherche à la pouvoir conclurre elle-même de celle de Venus. Cependant en ſuppoſant la parallaxe du Soleil connuë par Mars, on peut trouver la difference des parallaxes du Soleil & de Venus, pourvû qu'on prenne Venus dans ſes circonſtances les plus favorables, ou dans une ſituation approchante. Pour avoir tout à ſouhait dans la methode de comparer Venus au Soleil, il faudroit que Venus paſſât devant le Soleil où elle ſeroit vûë comme une Tache, & que la conjonction fût centrale. Mais cela n'arrivera qu'en 1762. Ce qui en approche le plus, c'eſt que Venus hors de la conjonction, mais peu éloignée du Soleil, décrive le même parallele

que

que lui, car en general ce mouvement par le même parallele eſt preſque abſolument neceſſaire pour la comparaiſon exacte des deux mouvemens. Il eſt vrai qu'alors Venus étant hors de la conjonction ne ſera pas perigée, mais il s'en faudra peu. M. *Maraldi* ayant profité de Venus dans cette ſituation, trouva la difference de ſa parallaxe à celle du Soleil la même qu'elle reſultoit d'ailleurs de la regle de *Kepler* pour les diſtances, en y mettant pour fondement la parallaxe de Mars, telle qu'elle a été déterminée.

SUR LA RECHERCHE DES LONGITUDES EN MER.

IL n'y a rien de plus important pour la Navigation que de pouvoir connoître à chaque moment que l'on veut ſur quel point du Globe terreſtre eſt le Vaiſſeau. Ce point ne ſe peut déterminer que par l'interſection du Parallele, & du Meridien où l'on ſe trouve. Il faut donc connoître quel eſt ce Parallele, & quel eſt ce Meridien, c'eſt à-dire la latitude, & la longitude du lieu où l'on eſt.

Toutes les revolutions diurnes des Aſtres ſe faiſant d'Orient en Occident ſur les Poles de l'Equateur, ces deux poles ſont des points fixes, & viſibles ou déterminables, l'Equateur eſt un Cercle pareillement conditionné, & l'on a des termes naturels &

neceſſaires d'où l'on compte les latitudes ; mais il n'en va pas de même des longitudes, tout eſt en mouvement dans le Ciel en ce ſens-là, il n'y a rien de fixe, nul Meridien déterminé comme l'eſt l'Equateur. Ainſi pour compter les Meridiens, il en faut déterminer arbitrairement quelqu'un, & marquer les diſtances où en ſont tous les autres. La longitude d'un lieu eſt la diſtance de ſon Meridien à ce Meridien arbitraire connu.

La latitude & la longitude d'un lieu connuës ne font connoître quel eſt ce lieu ſur la ſurface du globe terreſtre, qu'en ſuppoſant la deſcription Geographique de ce globe exacte. Tout dépend neceſſairement de la bonté des Cartes.

Pour ne parler encore que des latitudes, & des longitudes priſes ſur terre, il eſt beaucoup plus aiſé d'avoir les unes que les autres. On a les latitudes par les hauteurs du Soleil ou de quelqu'autre Aſtre dont la diſtance à l'Equateur ou au Pole eſt connuë, & cette obſervation eſt facile, & ſe peut faire preſque auſſi ſouvent que l'on veut. Mais pour une longitude, ou difference de deux Meridiens, il faut dans le Ciel un ſpectacle commun à deux Obſervateurs placés ſous les deux Meridiens, & que de la difference des heures où chacun aperçoit ce même ſpectacle, on concluë la diſtance des Meridiens. Les Eclipſes de Lune ont été long-temps le ſeul phenomene celeſte qui ſervît à cet uſage, mais elles ſont rares, il n'en arrive guere qu'une en ſix mois, & toutes ne ſont pas vûës dans les lieux

où

où il y a des Aſtronomes. Delà ſont nées un nombre prodigieux d'erreurs dans la Geographie, parce qu'on a tâché de ſuppléer au manque d'obſervations par des eſtimes de diſtances toûjours très-incertaines. Feu M. *Caſſini* a beaucoup diminué le nombre de ces erreurs de la Geographie, en augmentant, pour ainſi dire, celui des ſpectacles celeſtes. Il a appris à faire ſervir les Eclipſes de Soleil au même uſage que celles de Lune *, & il a donné des Tables pour les Eclipſes des Satellites de Jupiter, qui ſont très-frequentes. Avec ces nouveaux ſecours la Geographie s'eſt déja extrêmement perfectionnée, & elle ſe perfectionnera de jour en jour d'autant plus rapidement qu'il y aura plus d'Obſervateurs répandus en differents Pays.

Les Eclipſes des Satellites de Jupiter ſe font ou par Jupiter, ou par ſon ombre. Elles ſe font par Jupiter, ſoit quand étant dans la partie inferieure de leur Orbite ils paſſent devant Jupiter, & diſparoiſſent à nos yeux parce que leur lumiere eſt effacée ou abſorbée par la ſienne, ſoit quand étant dans la partie ſuperieure de leur Orbite ils paſſent derriere Jupiter, & ſont cachés par ſon globe. Ils peuvent être obſervés dans tous ces cas, ou lorſqu'ils paroiſſent entrer dans le diſque de Jupiter, ou lorſqu'ils paroiſſent en ſortir, mais ces deux momens ne ſont pas aſſés précis, ni aſſés nets, parce que les Satellites ſont effacés un peu avant que d'entrer, & après être ſortis. Les Eclip-

* V. l'Hiſt. de 1700. p. 131. & ſuiv.

clipſes par l'ombre de Jupiter n'arrivent que dans la partie ſuperieure de leur Orbite, & ont auſſi deux momens, ou quand ils entrent dans l'ombre, ou quand ils en ſortent, ce qu'on appelle leur *Immerſion*, ou leur *Emerſion*. Ces deux momens ſont aſſés nets, & aſſés peu ambigus, mais on ne peut voir que l'un des deux.

Car qne l'on ſe repreſente la Terre préciſément entre le Soleil & Jupiter, ce qui eſt une oppoſition de Jupiter, ſon ombre ſe jette entierement derriere ſon globe, & n'eſt nullement compriſe dans l'eſpace expoſé à notre vûë. Ainſi les Immerſions ou Emerſions des Satellites ſeront inviſibles. Que la Terre ſoit à 90 degrés de cette premiere ſituation, ou Jupiter dans une de ſes quadratures, l'ombre ſe jettera à côté de Jupiter, deſorte que du Cone qu'elle forme nous en verrons une partie à droite ou à gauche de l'axe, & non l'autre. Ainſi on ne verra que les Immerſions ou les Emerſions ſelon celle des deux quadratures où ſera Jupiter. Il eſt aiſé de juger parlà des ſituations moyennes entre l'oppoſition & les quadratures, on y verra toûjours une partie de l'ombre, mais une moindre partie à meſure qu'on approchera de l'oppoſition, ce qui eſt abſolument indifferent. Il eſt évident que dans la conjonction Jupiter n'eſt point vû à cauſe du Soleil.

Les Satellites ont entre eux des conjonctions qui peuvent être auſſi des ſpectacles communs à differens Obſervateurs. Heureuſement les Orbites des Satellites autour

de

de Jupiter ſont paralleles à de certaines bandes très-remarquables ſur le diſque de Jupiter, & paralleles entr'elles. Quand deux Satellites ſont vûs comme poſés ſur une ligne perpendiculaire à ces bandes prolongées, ils ſont vûs en conjonction, mais cette perpendiculaire eſt trop difficile à juger bien juſte.

Pour trouver la difference de deux Meridiens, on ne ſe ſert donc ordinairement, ni des conjonctions des Satellites avec Jupiter, ou, ce qui eſt la même choſe, de leurs Eclipſes par le diſque de Jupiter, ni de leurs conjonctions entr'eux, mais de leurs ſeules Eclipſes par l'ombre de Jupiter, ou de leurs Immerſions, & Emerſions.

Dans chaque revolution de chaque Satellite autour de Jupiter il y a une Immerſion, & une Emerſion, & par conſequent il y a en un temps égal d'autant plus de ces phenomenes dans la revolution d'un Satellite, qu'elle eſt plus courte. D'un autre côté tout mouvement d'un Aſtre, tout inſtant marqué dans ce mouvement, eſt d'autant plus ſenſible, & d'autant plus aiſé à obſerver ſûrement, que ce mouvement ſe fait avec plus de viteſſe, & dans le cas particulier dont il s'agit, un Satellite eſt toûjours réellement quelque-temps à ſe plonger dans l'ombre de Jupiter, & à s'éclipſer entierement, mais il paroît l'être plûtôt, ou en moins de temps, parce que la grande diſtance fait que dès qu'il a perdu une certaine partie de ſa lumiere il nous eſt abſolument inviſible. On compte donc l'inſtant

l'inſtant de ſon Immerſion totale avant qu'il ſoit arrivé, & c'eſt-là une erreur, mais il eſt clair qu'elle ſera d'autant moindre que le mouvement du Satellite ſera plus vîte; & il y aura moins de difference entre les temps de l'Immerſion totale réelle, & de l'apparente. Le Satellite dont la révolution eſt la plus courte, c'eſt-à-dire le 1er, ou le plus proche de Jupiter, merite donc par deux raiſons la préference ſur les 3 autres.

Il fait ſa revolution en 1 jour 18h 28', & par conſequent 4 revolutions en une ſemaine. Ces 4 revolutions produiſent 4 Immerſions ou Emerſions, mais comme il en arrive une partie le jour & une partie la nuit, on n'en voit guere que 2 au plus pendant une ſemaine. Mais par rapport au petit nombre d'Eclipſes de Lune dont il faloit que les Aſtronomes ſe contentaſſent pour la recherche des longitudes, le nombre des Immerſions ou Emerſions du 1er Satellite donne un avantage prodigieux. Auſſi par l'aſſiduité qu'on a eûë à l'obſerver, quoique depuis peu de temps, & par la commodité du grand nombre ou de la viteſſe de ſes revolutions, ſon mouvement eſt-il pour le moins auſſi exactement connu que celui d'aucun des autres Corps celeſtes, qu'on obſerve depuis tant de ſiecles.

Il faut que deux differens Obſervateurs comptent auſſi préciſement qu'il eſt poſſible le même inſtant pour celui de l'Immerſion, ou de l'Emerſion. Mais avec une plus grande Lunette qui augmentera davantage les objets, un Obſervateur pourra voir le Satellite

Satellite encore lumineux, & ne le comptera pas pour plongé dans l'ombre, tandis qu'un autre Obſervateur avec une moindre Lunette ne le verra plus, & le comptera plongé. Ainſi pour la parfaite juſteſſe de la comparaiſon des obſervations, il eſt bon d'avoir égard à la difference des Lunettes.

Il eſt inutile d'avertir que les Immerſions ou Emerſions du 1er Satellite, annoncée pour chaque année, comme elles ſont dans la *Connoiſſance des Temps*, tiennent lieu d'un Obſervateur perpetuel placé ſur le Meridien de *Paris*, & que tous les autres n'ont qu'à comparer le temps de leurs obſervations correſpondantes au temps où ces phenomenes ont été marqués pour *Paris*. Réellement l'obſervation immediate, qu'on ne laiſſe pas de faire toûjours ici avec le même ſoin, ne s'éloigne preſque pas du calcul. Il eſt fait ſur les Tables de feu M. *Caſſini*, qui quoiqu'il n'ait pu employer les obſervations de ceux qui l'avoient precedé, toutes trop défectueuſes, a frapé au but avec une merveilleuſe juſteſſe.

La Theorie des 3 autres Satellites, dont il a donné auſſi le premier les veritables fondemens, ſe perfectionne de jour en jour, & quand elle ſera au même point, le nombre des phenomenes propres à la détermination des longitudes ſera encore beaucoup augmenté.

D'autres Eclipſes que l'on n'employoit point juſqu'ici à cette détermination, y peuvent être employées; ce ſont celles des Planetes ou des Fixes par la Lune, qui paſſe

paſſe ſous elles. Nous avons aſſés expliqué en 1705 * cette methode d'après M. *Caſſini* ſon inventeur. Elle demanderoit que le lieu vrai de la Lune ſe déterminât auſſi ſûrement dans toute l'étenduë de ſon cours, que dans les Conjonctions ou Oppoſitions, mais c'eſt à quoi l'Aſtronomie n'eſt pas encore parvenuë, & dequoi cependant elle ne deſeſpere pas. Nous avons parlé en 1702 † de cette biſarrerie du cours de la Lune.

Au défaut d'un ſpectacle commun on peut prendre la variation d'un mouvement celeſte, qui devant être d'une quantité connuë en un certain temps ſera differente pour des Obſervateurs placés ſous differens Meridiens. Telle eſt la déclinaiſon du Soleil, qui augmente ou diminuë perpetuellement. Je ſai la quantité dont elle doit croître ou décroître d'aujourd'hui à mon Midi juſqu'à demain pareillement à mon Midi. Il eſt certain qu'un Obſervateur plus Oriental que moi, & qui par conſequent aura Midi plûtôt y verra cette déclinaiſon plus ou moins grande que moi, deſorte que la difference des deux déclinaiſons ſera à la quantité totale dont la declinaiſon devoit varier en 24 heures, comme la difference des deux Meridiens des Obſervateurs eſt à 360 degrés, ou à la circonference de la Terre. Mais cette methode n'eſt guere pratiquable. La variation de la déclinaiſon du Soleil en 24 heures eſt abſolument inſenſible pendant quelques jours dans les Solſtices; elle eſt à la

* P. 53. & ſuiv. † P. 101. & ſuiv.

la verité de 24 Minutes dans les Equinoxes, mais une Minute y répond à 15 degrés de la Terre, une Seconde à 15 Minutes de cette circonference; or dans les obſervations les plus exactes des hauteurs des Aſtres, & avec les meilleurs inſtruments, on ne peut guere s'aſſûrer de la préciſion qu'à 10″ près, c'eſt-à-dire qu'il y aura toûjours dans la détermination de la longitude par cette voye une ambiguité de 2 ½ degrés de la circonference de la Terre, qui valent 50 lieuës, & cela dans les Equinoxes, qui ſont le temps le plus favorable.

La déclinaiſon de la Lune, dont la variation en certains temps va juſqu'à 5 degrés en 24 heures peut être beaucoup plus utilement employée dans cette methode. Elle eſt alors plus de 12 fois plus ſenſible, & plus aiſée à obſerver, que celle du Soleil dans les Equinoxes même.

Enfin il y a encore un moyen de déterminer par les mouvemens celeſtes une difference de longitude. Que le Soleil ſe ſoit trouvé aujourd'hui au Meridien de *Paris* avec une certaine Etoile fixe, il n'y reviendra demain que 3′ 56″ après cette Etoile, & par conſequent cette difference du temps de ſon retour & de celui de l'Etoile ſe diſtribuëra proportionellement ſur tous les Meridiens que le Soleil parcourra dans ces 23 heures, c'eſt-à-dire que plus il s'éloignera du Meridien de *Paris*, plus il y aura de difference entre le temps de ſon paſſage par un autre Meridien, & le temps du paſſage par un autre Meridien, & le temps

du

du paſſage de la Fixe. Mais comme 3′ 56″, ou ſi l'on veut 4′, ſont une très-petite quantité à diſtribuer ſur 360 degrés, $\frac{2}{3}$ de ſeconde d'erreur dans la détermination du temps, erreur beaucoup trop petite pour pouvoir être ſûrement évitée, donneroient 1 degré terreſtre d'erreur dans la longitude.

On voit aſſés que la Lune conviendra beaucoup mieux à cette methode. Le retardement de ſon retour au même Meridien eſt de 45′, au lieu que celui du Soleil n'eſt que de 4.

Parmi tous les moyens qu'on peut avoir ſur terre pour trouver les longitudes, nous ne comptons point les operations Trigonometriques, telles que celles qu'on a faites pour la deſcription de la Meridienne de l'Obſervatoire *. Elles ne peuvent guere être pratiquées, ou plûtôt il eſt preſque ſûr qu'elles ne le ſeront guere que dans de petites étenduës terreſtres, comme la *France*, & d'ailleurs elles ne peuvent donner par elles-mêmes que de fort petites differences de longitude. Elles ſeront excellentes pour la Carte d'un Pays.

Maintenant il s'agit des longitudes ſur Mer. Leur extrême importance a déterminé des Princes & des Etats, & en dernier lieu Mr. le Duc d'*Orleans* à promettre de grandes récompenſes à qui les trouveroit. Feu M. *Rouillé de Meſlay* ancien Conſeiller au Parlement de *Paris*, a fondé un prix annuel, dont il a laiſſé le jugement

* V. l'Hiſt. de 1721. p. 84. & ſuiv.

ment à l'Academie, pour qui feroit en cette matiere quelque découverte utile. On n'a été que trop encouragé à cette recherche, pluſieurs perſonnes très-incapables d'y réüſſir l'ont entrepriſe, & l'entreprennent encore tous les jours; quelques-uns même ne ſavent pas ce qu'il faut chercher, ni quel eſt l'état de la queſtion. C'eſt pour en inſtruire le Public, pour bien fixer les idées, & pour en donner même aux Mathematiciens, que M. *Caſſini* a fait ſur les Longitudes en mer un Ecrit, dont nous rapporterons ici le précis.

Comme la détermination des Longitudes en mer ſuppoſe une deſcription du Globe terreſtre exacte, il paroît que s'il s'agiſſoit de la recompenſe promiſe, ceux qui ont le plus contribué à la perfection de la Geographie, auroient droit d'y demander part, & plus que perſonne feu M. *Caſſini* auroit en ce droit fondé ſur ſa Theorie & ſur ſes Tables des Satellites de Jupiter, qui donnent aux connoiſſances Geographiques & tant de certitude, & un progrès ſi rapide. Mais en laiſſant-là cette eſpece de procès dont il ne s'agit point, & qui ne ſera jamais entrepris par perſonne, venons au point de la queſtion.

Tout le monde ſait ce que c'eſt que l'*eſtime* des Pilotes. La Route du Vaiſſeau étant comme elle l'eſt preſque toûjours oblique au Meridien du lieu *, il ſe forme un Triangle rectangle dont elle eſt l'hypotenuſe, les deux autres côtés ſont le chemin

* V. l'Hiſt. de 1702. p. 113. & ſuiv.

min fait dans le même-temps en latitude & en longitude. La latitude eſt connuë par l'obſervation de la hauteur de quelque Aſtre, on a par la Bouſſole l'angle de la route avec un côté du Triangle, on a la route en eſtimant quelle eſt en un certain temps donné la viteſſe du Vaiſſeau, & delà ſe tire très-aiſément la quantité de la longitude.

La plus grande difficulté eſt l'eſtime de la viteſſe du Vaiſſeau. Pour la rendre plus ſûre, on jette le Loc, piéce de bois attachée à une fiſſelle que l'on devide à meſure que le Vaiſſeau s'en éloigne, car la Mer n'ayant point de mouvement vers aucun endroit, le Loc y demeure flotant & immobile, & devient un point fixe par rapport auquel le Vaiſſeau a plus ou moins de viteſſe. Mais cette ſuppoſition ceſſe abſolument d'avoir lieu, ſi l'on eſt dans un Courant, ce qui n'eſt point du tout rare. Alors le Loc n'eſt plus immobile, il eſt emporté avec le Vaiſſeau. On s'en apercevroit parce que le Vaiſſeau n'auroit plus de viteſſe à l'égard du Loc, & l'on ſauroit du moins qu'on ſeroit dans un Courant, mais le Vaiſſeau à cauſe de ſa grande maſſe, & parce que le Vent a plus de priſe ſur lui, eſt emporté plus vîte que le Loc, & l'on prend pour viteſſe abſoluë du Vaiſſeau ce qui n'eſt que ſon excès de viteſſe ſur le Loc, erreur très-dangereuſe. On conclut une fauſſe poſition du Vaiſſeau, & ſelon la remarque de M. *Caſſini* qui pourroit s'étendre à beaucoup d'autres matieres, il vaut mieux ignorer abſolument où l'on eſt, & ſavoir

ſavoir qu'on l'ignore, que de ſe croire avec confiance où l'on n'eſt pas.

Quand même on auroit ſûrement les longitudes en mer par obſervation celeſte, le Ciel eſt ſouvent couvert, & quelquefois pluſieurs jours de ſuite, les pratiques communes de l'eſtime & du Loc ſeront toûjours neceſſaires, mais à quelque degré de perfection qu'on les pût porter, ſoit par une plus grande adreſſe d'execution, ſoit par quelque addition qu'on y feroit, ce ne ſeront jamais que des tâtonnemens, & non des methodes ſcientifiques & ſûres. Or on en demande quand on propoſe le Problême des Longitudes en mer, & l'on entend qu'elles ſoient auſſi ſûres que les Latitudes, ou, pour parler encore plus préciſement, on veut que les ambiguités ou erreurs ne ſoient pas plus grandes que celles de la Latitude par rapport à la détermination du lieu où eſt le Vaiſſeau.

Les Pilotes ne peuvent guere prendre les hauteurs des Aſtres qu'à 5, 6 ou 7′ près. Poſons 6′. On n'a point de Meridien fixe comme ſur terre, l'agitation continuelle du Vaiſſeau fait toujours varier la hauteur de l'Aſtre & la rend incertaine, les Inſtruments ſont d'ordinaire aſſés groſſierement faits. L'incertitude ou l'erreur qui eſt dans la hauteur de l'Aſtre eſt la même dans la latitude du lieu du Vaiſſeau, ainſi elle ſera pour ce lieu de 6′, ou de la 10eme partie d'un degré, qui vaudra 2 lieuës, ou 2 ½ ſelon qu'on poſera le degré de 20 ou de 25 lieuës. Il faut que la poſition du Vaiſſeau tirée de la Longitude aille à ce même point de préciſion.

Il eſt viſible d'abord que l'on n'y ſauroit aller par la déclinaiſon de la Lune priſe dans ſon temps le plus avantageux; car en ſuppoſant ce que nous avons dit ſur cette methode, l'ambiguité de la longitude ſe trouvera au moins de 7 ½ lieuës. On peut ajoûter que dans tous les temps où la déclinaiſon de la Lune ſeroit beaucoup moindre que de 5 degrés, ſur leſquels on a fait le calcul, & ces temps ſont les plus ordinaires, la methode ſeroit ou impratiquable, ou très-fautive. D'ailleurs le mouvement de la Lune, hors des Syzygies, n'eſt pas aſſés connu pour ſervir à des recherches auſſi ſubtiles.

En general ces inégalités du mouvement de la Lune, qui juſqu'à preſent ne ſont pas déterminées avec aſſés de préciſion, empêchent qu'on ne puiſſe employer la Lune dans les longitudes ſur mer. Je dis *ſur mer*, car ſur terre, où la commodité & la ſûreté de l'obſervation eſt beaucoup plus grande, on détermine bien mieux le mouvement de la Lune pour le moment dont on a beſoin, parce qu'on peut faire avant ou après ce moment autant d'obſervations qu'il faut pour rectifier l'inégalité, ou s'en aſſûrer. Par cette raiſon les Eclipſes des Fixes par la Lune réüſſiſſent très-bien pour les longitudes ſur terre. Elles ont même cet avantage que la difference de la grandeur des Lunettes ne met aucune difference de temps dans l'obſervation, ainſi que nous l'avons dit en 1705 à l'endroit cité ci-deſſus. En mer il faudroit des Tables de la Lune entierement ſûres.

Ce qu'il y auroit de mieux en mer pour avoir les longitudes par obſervation celeſte, ce

ce seroient les Satellites de Jupiter. Toute la difficulté est qu'il faut ordinairement pour les apercevoir des Lunettes de 15 à 16 pieds, & qu'on n'en peut guere manier sur Mer de plus longues que de 5 pieds ; car il faut qu'elles soient droites, & sans se courber, toûjours dirigées à l'Astre, immobiles, au mouvement près qui est necessaire pour suivre l'objet, or on voit combien tout cela est difficile à de longues Lunettes sur un Vaisseau agité.

Cependant M. *Cassini* ne croit pas impossible qu'on ne vienne à s'en servir assés commodément. On peut ménager à l'Observateur une espece de suspension telle qu'il se sentira peu de l'agitation du Navire. Alors la Lunette sera appuyée, & arrêtée presque comme sur terre. Sans ce secours on peut même par l'exercice & par l'habitude, car dequoi ne viennent-ils pas à bout ? acquerir la facilité de retrouver l'Astre dès qu'on l'a perdu, & de le juger assés juste de moment en moment, ce qui suffit. On tire bien en volant de dessus un Vaisseau.

Mais ce qui vaudroit encore mieux, ce seroit d'employer de petites Lunettes. On peut les pousser à tel degré de perfection qu'elles en vaudront de plus grandes. M. *Cassini* a fort bien observé sur terre avec une Lunette de 3½ pieds une Eclipse du 3eme Satellite. Il est vrai qu'il est le plus gros de tous, & qu'alors il étoit assés éloigné de Jupiter pour n'être pas affoibli par sa lumiere. Mais enfin une Lunette de 3½ pieds qui a vû ce Satellite, quoique dans des circonstances favorables, doit donner assés d'esperance.

Tout dépendra de l'Art de perfectionner les Lunettes, & il n'eſt pas encore épuiſé.

Comme les Immerſions & Emerſions paroiſſent plûtôt ou plus tard à differentes Lunettes, ainſi que nous avons dit, il ſera bon pour une plus grande juſteſſe de tenir compte de cette difference. Par exemple, une Immerſion eſt annoncée dans la *Connoiſſance des Temps* pour un certain moment au Meridien de *Paris*, où elle ſera vûë avec une Lunette de 16 pieds. A *Breſt*, d'où je ſuppoſe qu'un Vaiſſeau doit partir, on ſait par la difference de longitude connuë entre *Paris* & *Breſt*, à quel moment elle doit paroître, vûë avec une Lunette de même longueur, ou de même force. Si on ne la voit pas préciſément dans ce moment là à *Breſt*, où elle eſt obſervée avec une autre Lunette, la difference vient de la difference des Lunettes, & l'on en ſera encore plus ſûr ſi de pareilles comparaiſons étant pluſieurs fois repetées, on trouve toûjours une difference à peu près conſtante. On peut même, & on doit pour le mieux repeter ces comparaiſons dans des Immerſions ou Emerſions dont les circonſtances ſoient plus ou moins favorables à la difference, & l'on en feroit une Table qui ſerviroit à rectifier toutes les obſervations qui ſe feroient enſuite ſur Mer avec differentes Lunettes, & en differents cas.

Sans avoir recours aux obſervations celeſtes, ſi l'on pouvoit avoir en Mer une Horloge qui marquât l'heure du lieu du départ, comme de *Breſt*, la comparaiſon de cette heure à celle du lieu du Vaiſſeau donneroit parfaitement la longitude, mais il faudroit que

que l'Horloge qui marqueroit dans le Vaiſſeau l'heure de *Breſt* conſervât malgré l'agitation violente & irreguliere, & malgré les changemens frequens de Climat, une juſteſſe qu'à peine conſerveroit-elle à terre, & dans un lieu fixe. On a imaginé des ſuſpenſions comme celle de la Lampe de *Cardan*, qui épargnaſſent à l'Horloge les plus rudes ſecouſſes, on a imaginé de la tenir toûjours dans un air également chaud, qui fît l'effet d'un même Climat, tout cela eſt bon, & il ne faut point ſe laſſer d'imaginer encore dans la même vûë. M. *Caſſini* eſt d'avis que l'on perfectionne toutes les methodes ſans exception qui ont les longitudes pour objet. Si ce n'eſt pas là réſoudre le Problême dans le ſens qu'il eſt propoſé, & meriter la récompenſe promiſe, c'eſt du moins diminuer toûjours de plus en plus un grand péril de la Navigation, & travailler ſolidement à l'utilité publique. Une methode ſera employée au défaut de l'autre ſelon les occaſions, & il y en aura toûjours quelqu'une qui aura lieu; deplus l'incertitude qui reſtera à chacune, ſera ou levée ou amoindrie par le concours de pluſieurs, ſelon qu'elles s'accorderont plus ou moins.

Il n'eſt pas encore temps d'eſperer beaucoup pour les Longitudes du Syſtême de M. *Halley* ſur la Déclinaiſon de l'Aiman, dont nous avons parlé en 1701 *, 1706 †, 1708 ‡, 1710 *, & 1712 †. Tout y paroît juſqu'à

* p. 11. & ſuiv. † p. 4. & ſuiv. ‡ p. 23. & ſuiv.
* p. 3. & ſuiv. † p. 21. & ſuiv.

preſent dans un mouvement aſſés irregulier, & ſelon des eſpeces de Meridiens magnetiques aſſés biſarres, mais peut-être en tirera-t'on un jour pour les Longitudes quelque methode dont on augmentera le nombre des autres, qui ne peut être trop augmenté.

OBSERVATION.

ASTRONOMIQUE

M. *De Malézieu* a rendu témoignage aux Tables de feu M. *Caſſini*. Il étoit à *Etampes* pourvû de bons Inſtrumens Aſtronomiques bien verifiés. Il s'aſſûra avec toute l'exactitude poſſible que l'élevation de l'Equateur à *Etampes* étoit de 41° 34′ 30″. Cela fait, il obſervoit les hauteurs Meridiennes du bord ſuperieur du Soleil, & en tiroit celles du centre. Il calculoit par les Tables de M. *Caſſini* quelle devoit être pour le jour & le moment la Déclinaiſon de ce centre, ce qui lui donnoit l'élevation de l'Equateur à *Etampes*; & en huit mois entiers d'obſervation aſſiduë il retrouva toûjours ſes 41° 34′ 30″ ſans qu'il y eût jamais 5″ de difference, tant les Tables avoient donné les Déclinaiſons juſte.

Il trouva auſſi le 21 Juin 1720 jour du Solſtice d'Eté la déclinaiſon de l'Ecliptique de 23° 28′ 42″ moindre de 12″ que celle qui avoit été déterminée 60 ans auparavant par M. *Caſſini* ſur les obſervations de M. *Richer* faites à *Cayenne*.

Nous

NOus renvoyons entierement aux Memoires

* Les Reflexions de M. *Caſſini* ſur les obſervations Aſtronomiques du P. *Feuillée* faites à *Marſeille* pendant l'année 1720.

† L'Ecrit de M. *Maraldi* ſur des Refractions horiſontales, & ſur une détermination Geographique de l'Iſle de *Corſe*.

‡ Les Obſervations de l'Eclipſe Lunaire du 29 Juin, & de la Solaire du 8 Decembre par Mrs *Caſſini*, *Maraldi*, & *Deliſle* le Cadet.

* V. les M. p. 76. † V. les M. p. 482. ‡ V. les M. p. 224. 229. 453.

MECHANIQUE.

SUR LA REFLEXION DES CORPS.

LA Reflexion des Corps eſt un de ces ſujets ſur quoi il eſt fort naturel de n'avoir aucune difficulté, parce que tous les Philoſophes ſont du même avis, du moins quant à ce qui en paroît être l'eſſentiel. L'angle de la Reflexion eſt égal à celui de l'Incidence, tout le monde en convient, en voilà aſſés pour ſervir de fondement à toute la Catoptrique, & l'on peut ſans ſcrupule employer ce principe dans telle Theorie que l'on voudra. Il ne paroît pas d'abord que de vouloir ou le prouver ou le diſcuter, ce fût l'objet d'une recherche aſſés conſiderable, cependant nous allons faire voir le contraire d'après M. de *Mairan*.

On a prétendu expliquer la Reflexion ſans ſuppoſer de Reſſort ni dans le Corps refléchiſſant, ni dans le refléchi; & cette idée, qui a été celle de *Deſcartes*, étoit aſſés plauſible. Tous les Corps ſe refléchiſſoient, & il y en a beaucoup, la Lumiere, par exemple, qui ne paroiſſent pas être à reſſort. D'ailleurs, ſi la quantité du mouvement ſub-

* V. les M. p 7.

ſubſiſte toûjours la même, comme l'a cru *Deſcartes* avec beaucoup d'apparence, la Reflexion eſt neceſſaire, même ſans reſſort, car qu'un corps vienne perpendiculairement en fraper un autre inébranlable, s'il ne ſe refléchit point tout ſon mouvement eſt perdu.

Mais d'un autre côté quelle force peut avoir ce corps refléchiſſant inébranlable pour repouſſer en arriere celui qui l'a frapé? Il eſt inconcevable qu'il faſſe autre choſe que l'arrêter. A la verité, il y aura du mouvement perdu, mais c'eſt dans l'hypotheſe d'un corps inébranlable qui n'exiſte point. Quand on remettra tout dans l'état réel, & qu'on y fera entrer le reſſort, le principe de *Deſcartes* ſur la quantité du mouvement conſtante, ſubſiſtera, ſi l'on veut, du moins ne ſera-t'il pas détruit par là.

M. *de Mairan* prouve geometriquement que dans le cas du corps refléchiſſant inébranlable il ne ſe fera point de reflexion. Qu'au lieu d'être inébranlable il ſoit infiniment plus grand que celui qui le vient fraper, ce qui eſt le même pour l'effet preſent, il eſt certain qu'alors, puiſque le reſſort eſt exclus, ils doivent aller tous deux enſemble ſelon la direction du corps choquant, avec une quantité de mouvement égale à celle qu'avoit avant le choc le corps choquant ſeul. Or à cauſe des deux maſſes dont l'une eſt infinie, & l'autre finie, la viteſſe commune des deux ne pourra être qu'infiniment petite, & c'eſt-là un veritable repos *phyſique*. Donc le corps choquant de quelque viteſſe finie qu'il ſe meuve ne ſe refléchira point à la rencontre du corps infini en repos, ou du corps fini inébranlable.

Si la direction du corps choquant avant le choc, ou, ce qui eſt le même, ſon incidence ſur le choqué, qu'on peut conſiderer desormais ici comme un ſimple plan, étoit oblique, il faudroit, en ſuppoſant ce plan horiſontal, la décompoſer en deux forces, l'une horiſontale, l'autre verticale, qui auroient fait enſemble un parallelogramme, dont la diagonale auroit été l'incidence oblique. En ce cas, le reſſort étant toûjours exclus, la force verticale periroit par le choc, puiſque le plan n'a aucune autre vertu que celle d'en arrêter & d'en anéantir l'effet, mais la force horiſontale à laquelle le plan ne s'oppoſe point, puiſqu'il lui eſt parallele, ſubſiſteroit toute entiere, & le corps choquant iroit le long du plan ſans aucune reflexion, ce qui eſt bien éloigné de tous les phenomenes connus.

Si le plan eſt *mathematique*, c'eſt-à-dire parfaitement poli, le corps, qu'on peut concevoir ſpherique pour plus de facilité, & que l'on concevra toûjours ainſi dans la ſuite, ne fera que *gliſſer*, c'eſt-à dire ſe mouvoir de façon que les parties ſuperieures demeurent toûjours ſuperieures, & les inferieures inferieures. Mais ſi le plan eſt *phyſique*, c'eſt-a-dire d'une ſuperficie inégale, le corps continuëra de ſe mouvoir le long du plan à cauſe de la force horiſontale permanente, mais en même-temps ſes parties inferieures étant retardées par la rencontre du plan raboteux, & perdant de leur viteſſe, les ſuperieures qui n'auront rien perdu de la leur avanceront davantage ſelon la direction du mouvement, ce qu'elles ne pourront ſans fai-

faire *tourner* ou *rouler* le corps. Il avancera donc le long du plan en roulant, mais ſans le quitter.

Tout cela prouve que s'il n'y a point de reſſort la force verticale eſt anéantie par la rencontre du plan, & que ſi elle l'eſt il n'y a point de reflexion. Pour lever ces inconvenients, & ſatisfaire à tout, il faut poſer le Reſſort, & c'eſt ce que nous allons faire voir. Il ſera réellement dans le corps mu & dans le corps en repos, & agira également dans les deux, mais il ſuffira de le concevoir dans le corps mu, & on ne prendra l'autre que pour un plan inébranlable. La maniere de remettre tout dans le réel ſe preſentera enſuite d'elle-même.

Un Corps à reſſort pouſſé perpendiculairement contre un plan inébranlable s'aplatit, & de ſphérique qu'on ſuppoſe qu'il étoit, il devient elliptique, deſorte que ſon petit axe eſt dans la ligne de l'impulſion perpendiculaire au plan, & le grand eſt parallele à ce plan. L'aplatiſſement eſt d'autant plus grand, ou le petit axe d'autant plus petit par rapport au grand, que la force qui a pouſſé eſt plus grande. Mais cet aplatiſſement, quel qu'il ſoit, ne ſe fait que dans un temps fini, quoique toûjours très-court. Il eſt conduit par degrés & augmente toûjours juſqu'à ce qu'il ſoit le plus grand qu'il puiſſe être. Alors ſi le Reſſort n'avoit que la faculté paſſive d'être comprimé, & non la faculté active de ſe reſtituer, le corps aplati demeureroit appliqué contre le plan, & la force qui l'avoit pouſſé n'auroit plus d'effet, ou ſeroit éteinte. Cette force auroit donc toû-

jours diminué par degrés à meſure qu'elle cauſoit un plus grand aplatiſſement, & ſe ſeroit entierement épuiſée quand elle auroit cauſé le plus grand qu'il lui fût poſſible.

Mais il eſt neceſſaire que le reſſort ſe reſtituë, & s'il eſt parfait, comme il faut le ſuppoſer ici, il ſe reſtituë parfaitement, & rend au corps mu ſa premiere figure en le faiſant paſſer dans un ordre renverſé par les mêmes degrés & de figure & de mouvement par leſquels il avoit paſſé d'abord. La force éteinte renaît donc, & à la fin de la reſtitution du reſſort, ou de la figure du corps mu, elle ſe retrouve entiere, mais elle agit en ſens contraire à celui dans lequel elle agiſſoit auparavant, & elle renvoye le corps vers le lieu d'où il étoit parti, & le renvoye par la même ligne perpendiculaire au plan.

Cela poſé, l'incidence & la reflexion obliques n'ont aucune difficulté. L'incidence ſur le plan horiſontal eſt compoſée de deux forces, l'une horiſontale ou parallele au plan, l'autre verticale qui lui eſt perpendiculaire. Après le choc, & dans tout le temps de la compreſſion du reſſort, la verticale diminuë toûjours, mais l'horiſontale, à laquelle le plan ne s'oppoſe point, demeure la même, & à chaque inſtant infiniment petit de la compoſition il ſe forme un parallelogramme rectangle dont un des côtés étant conſtant, & l'autre toûjours moindre la diagonale qui repreſente la force totale agiſſante dans cet inſtant eſt toûjours differente & toûjours plus inclinée à l'horiſon, juſqu'à ce qu'enfin dans l'inſtant où la force verticale eſt nulle, cette diagonale ſoit horiſontale ou paral-

parallele au plan. Si dans un de ces inſtants le plan étoit ſubitement enlevé, le corps s'échaperoit par la diagonale de cet inſtant, & décriroit une ligne d'autant plus inclinée à l'horiſon, que l'inſtant auroit été pris plus proche de la fin de la compreſſion du reſſort.

Dans tout le temps ſuivant de la reſtitution du reſſort, c'eſt la même choſe renverſée. Le corps qui dans le dernier inſtant de la compreſſion, ou le premier de la reſtitution, tendoit à s'échaper par une ligne horiſontale, n'aura plus de tendance que par des lignes toûjours moins inclinées à l'horiſon, & enfin la derniere de ces lignes aura la même inclinaiſon qu'avoit eûë l'incidence, ſuppoſé le reſſort parfait qui remet tout en ſon premier état, mais en renverſant ce qui peut être renverſé. Il fait remonter le corps s'il deſcendoit avant le choc, mais il le fait remonter par une ligne également inclinée à l'horiſon. Quant à la force, ou au mouvement horiſontal, il n'y change rien ni dans le temps du choc, ni après le choc, car le reſſort n'agit, il n'eſt comprimé, ou ne ſe reſtituë que dans le ſens de la force ou du mouvement vertical.

Il eſt viſible que l'égalité des angles d'incidence & de reflexion dépend donc de ces deux principes, 1° la force horiſontale conſtante & inalterable, 2° la force verticale diminuée par le choc, détruite, & entierement rétablie.

Puiſque dans les inſtants ou parties infiniment petites du temps de la compreſſion du reſſort, la force horiſontale eſt conſtante, & la verticale décroiſſante, les diagonales infi-

nîment petites qui repreſentent les mouvemens compoſés, ou plutôt les tendances de ces inſtants, ne peuvent faire une droite finie, comme le ſavent tous les Geometres, mais ſeulement une Courbe, dont la premiere Tangente ſera la ligne d'incidence du corps, & la derniere une ligne horiſontale, toutes les Tangentes moyennes, à commencer par la premiere, étant toûjours de plus en plus inclinées à l'horiſon. Le centre de gravité du corps, ou ſon centre, puiſqu'il eſt ſpherique, décrit cette Courbe. Il s'approche toûjours du plan, ou deſcend toûjours, en avançant cependant également par rapport à l'horiſon. Dans le temps de la reſtitution du reſſort, c'eſt le contraire, le centre du corps remonte en décrivant une Courbe, ou plutôt une 2de portion de Courbe égale & ſemblable à la premiere, mais contrairement poſée, & ce n'eſt que quand il eſt parvenu à l'extremité de cette 2de portion, qu'il s'échape par la ligne droite qui eſt celle de la reflexion. Ainſi c'eſt par cette Courbe deſcendante & remontante que le centre de la Sphere eſt tranſporté de la ligne d'incidence dans celle de reflexion. Il eſt clair que pendant ce tranſport la Sphere avance horiſontalement ſur le plan de la quantité qui eſt entre les deux extremités de la Courbe.

Cela ſuppoſe, comme nous l'avons toûjours dit, la force horiſontale conſtante, & afin qu'elle le ſoit il faut que le plan refléchiſſant ſoit mathematique ou parfaitement poli, car s'il eſt phyſique ou raboteux, il diminuë la force horiſontale, & retarde d'autant

tant plus le mouvement qu'elle imprime qu'il eſt plus raboteux, deſorte que ſi le chemin de la Sphere ſur le plan pendant la compreſſion & la reſtitution du reſſort étoit aſſés long, la force horiſontale pourroit être détruite. En ce cas la verticale étant entierement rétablie par le reſſort, la reflexion ſe feroit par une perpendiculaire au plan, d'où il ſuit que la force horiſontale étant diminuée par le frottement du plan, & la verticale entierement rétablie par le reſſort, la reflexion ſe fera par une ligne moins inclinée au plan que n'étoit celle d'incidence, & par conſequent plus d'égalité des angles d'incidence & de reflexion.

Le chemin horiſontal que le corps fait ſur le plan dans le temps de la compreſſion & de la reſtitution du reſſort, il le fait en gliſſant ſi le plan eſt mathematique, & alors comme c'eſt le même point du corps, celui par lequel il a d'abord touché le plan, qui s'applique toûjours à differents points du plan, il n'y a nulle difficulté à comprendre comment la force verticale qui agit toûjours ſur ce même point & peſe ſur lui, pour ainſi dire, cauſe la compreſſion, & comment ſe fait enſuite la reſtitution dont il eſt le ſeul point d'appui. Mais ſi le plan eſt phyſique le corps roule, & s'applique toûjours au plan par differents points, ce qui paroît devoir troubler une compreſſion ſucceſſive & reguliere, car le premier point de contact de la Sphere, & ſur lequel s'eſt faite la compreſſion du premier inſtant, n'étant plus dans le ſecond inſtant le point de contact, il ſemble qu'il ſoit ſoulagé de l'action qui le comprimoit,

moit, & qu'il doive auſſitôt ſe remettre par ſon reſſort en ſon premier état, & ainſi des autres, ce qui ne produiroit qu'une compreſſion partiale de differents points ſuivie auſſitôt de la reſtitution, & ne donneroit aucun effet total de compreſſion, tel qu'il eſt neceſſaire de le trouver. M. de *Mairan* ſatisfait pleinement à cette objection. Elle ſeroit ſans réponſe ſi chaque point de contact étoit ſucceſſivement le ſeul ſur lequel agît la force comprimante, mais il eſt impoſſible qu'elle agiſſe ſur un ſeul. Un premier point de contact comprimé, c'eſt-à-dire qui s'approche du centre de la Sphere, en approche neceſſairement auſſi, à cauſe de la liaiſon des parties, un certain nombre de points voiſins dont il eſt environné, & en même-temps il en écarte de ce centre d'autres qui ſont plus éloignés de lui. Les plus voiſins déja rapprochés du centre ſont les premiers ſur leſquels agit la compreſſion ſuivante qui les en rapproche encore, tandis que les autres plus éloignés du premier point de contact & qui tendent à ſe rapprocher du centre par leur reſſort favoriſent l'action de ceux-ci, dont ils ſont devenus plus voiſins, & qu'ils tendent à rapprocher avec eux. Ce n'eſt là qu'une idée très-ſuperficielle d'un détail aſſés délicat où M. de *Mairan* eſt entré. Il ſuffit d'apercevoir que l'effet ſera bien different dans des points iſolés, pour ainſi dire, ou dans des points liés à d'autres auſquels ils communiquent de l'impreſſion, & differentes impreſſions ſelon les circonſtances.

Plus le plan phyſique ſur lequel le corps roule

roule eſt raboteux, & inégal, plus ſes inégalités s'oppoſent au mouvement direct que le corps tendoit à prendre, & qu'il auroit pris ſur un plan mathematique. Le roulement ou mouvement circulaire de la Sphere autour de ſon centre en eſt plus grand par rapport au mouvement direct qui lui reſte. La differente proportion du mouvement circulaire au direct marque la differente diminution de la force horiſontale, & par conſequent auſſi le changement qui arrive à l'angle de reflexion par rapport à celui d'incidence, auquel il eût du être égal.

Delà il ſuit que ſi des Spheres, qui auroient un tournoyement different ſur le centre, c'eſt-à-dire des mouvemens circulaires en differentes proportions avec le direct, qu'on leur peut ſuppoſer le même à toutes, tomboient obliquement ſur un plan phyſique en y faiſant le même angle, elles ſe reflechiroient toutes ſous des angles differents. Ce n'eſt là que la précedente propoſition renverſée. Si l'on ſuppoſe donc avec *Deſcartes* que les Couleurs conſiſtent dans le different tournoyement des globules de la lumiere, il faut qu'un rayon ſenſible de lumiere, c'eſt-à-dire un faiſceau de petits globules étant reçû ſur un plan très-poli, les globules ſe reflêchiſſent ſous differents angles, & que par-là les Couleurs ſe démêlent, comme elles font par les refractions du Priſme. C'eſt cependant ce qui n'arrive pas, & par ce raiſonnement très-ſimple M. de *Mairan* détruit le ſyſtême de *Deſcartes* ſur les Couleurs.

Les changemens, qui peuvent arriver à la force

force horiſontale après le choc, donneront ſelon la Theorie preſente l'explication de pluſieurs coups remarquables de Paume, de Billard &c. Elle dépendra de la differente proportion du mouvement circulaire cauſé par le plan reflêchiſſant, & du mouvement direct de reflexion. Quelquefois le plan reflêchiſſant s'incline differemment au corps, comme fait une Raquette, & lui donne differentes impulſions, & differentes déterminations au mouvement circulaire, qui ſe combinent avec le ſimple mouvement de reflexion, & l'alterent de façon à le rendre preſque méconnoiſſable. La balle peut être reflechie vers le même endroit d'où elle vient.

Si l'égalité des angles d'incidence & de reflexion demande que la force horiſontale ſoit conſtante, & ne reçoive nulle alteration par le choc, elle demande auſſi que la force verticale ſoit parfaitement rétablie à la fin de la reſtitution du reſſort, & par conſéquent que le reſſort ſoit parfait. Or il n'y en a point de tel dans la Nature, la matiere ne ſouffre nulle exactitude, nulle préciſion abſoluë. L'imperfection du reſſort ne peut qu'empêcher l'entier rétabliſſement de la force verticale, ou la diminuer, comme le frottement du plan ne peut que diminuer l'horiſontale. De la diminution de la force verticale il doit s'enſuivre que la ligne de reflexion ſera plus inclinée au plan, que celle d'incidence. C'eſt le contraire de ce qui s'enſuit de la diminution de la force horiſontale, & la même choſe que ce qui s'enſuivroit de l'augmentation de l'horiſontale, ſi cette

cette augmentation pouvoit arriver. Les differentes idées étant ainſi démêlées par M. de *Mairan*, & miſes dans un auſſi grand jour, elles deviennent enfin de nature à pouvoir être renfermées dans des formules algebriques, où les deux forces ſeront poſées ſuſceptibles d'une diminution quelconque, & même d'augmentation pour une plus grande generalité qui ne coûtera pas davantage; ces formules donneroient pour toutes les hypotheſes poſſibles le rapport de l'angle de reflexion à celui d'incidence, qui variera ſelon la variation des deux forces, ou de l'une des deux, & enfin ce rapport ne ſeroit celui d'égalité que dans le cas de l'horiſontale conſtante, & de la verticale entierement rétablie, ou du reſſort parfait. C'eſt auſſi ce qu'a fait M. de *Mairan*. Il a même donné le lieu geometrique qui repreſente toutes les differentes tendances de la Sphere dans le temps de la compreſſion du reſſort où la force verticale diminuë par rapport à l'horiſontale conſtante, & dans le temps de la reſtitution du reſſort où la verticale renaît par dégrés.

De tout ce qui a été dit on conclurroit aſſés legitimement qu'il n'y a jamais dans la Nature une parfaite égalité entre les angles d'incidence, & de reflexion, car il n'y a ni plan mathematique, ou exactement poli, ni reſſort parfait. Un Miroir même ne doit pas avoir une ſurface polie à l'égard d'un rayon de lumiere, qui étant compoſé de globules d'une petiteſſe inconcevable trouvera ſur cette ſurface des montagnes & des vallées. Cependant les Miroirs prouvent

'égal-

l'égalité parfaite des angles d'incidence & de reflexion de la Lumiere, & la prouvent ſi bien que ſur leur foi on la peut prendre, & qu'elle a été priſe pour un principe d'experience.

M. de *Mairan* répond après M. *Newton* que la reflexion de la Lumiere peut ne ſe faire pas ſur les particules même du Miroir, mais ſur celles d'une eſpece d'Atmoſphere très-ſubtile qui revêt tous les corps, & qui eſt de la même nature que le fluide qui en remplit les pores les plus étroits & les plus fins. Ce vernis rendra la ſurface des Miroirs incomparablement plus polie, & d'un poli proportionné à l'extrême délicateſſe des globules de la Lumiere. Cela peut être; il n'eſt pourtant pas abſolument ſûr que le poli du Verre tel qu'on le conçoit ordinairement ne ſuffiſe pas pour les phenomenes de Catoptrique, puiſqu'un reſſort imparfait, tel qu'il eſt ſelon toutes les apparences ſoit dans les globules de la Lumiere ſoit dans les particules du Verre, ſuffit bien pour ces mêmes phenomenes. L'égalité des angles d'incidence & de reflexion ne laiſſera pas de ſe trouver phyſiquement & ſenſiblement.

Cette égalité qui eſt déja rare par l'imperfection des reſſorts, & l'inégalité des ſurfaces, l'eſt encore par les figures des corps qui ſe reflêchiſſent. M de *Mairan* après avoir ſuppoſé que ces corps étoient ſpheriques vient à les conſiderer comme des Polyedres quelconques, mais il ne fait qu'effleurer cette matiere tant à cauſe de ſon extrême complication, que de ſon peu d'utilité. Il prouve ſeulement qu'il n'y a que les corps ſphériques

riques qui puiſſent ſe reflêchir toûjours par un angle égal à celui d'incidence, tout le reſte étant ſuppoſé tel qu'il doit être. La reflexion variera pour toutes les autres figures, & ne ſe trouvera que par une eſpece de hazard dans le cas de l'égalité. Il eſt donc démontré que les corpuſcules qui compoſent la Lumiere ſont effectivement des globules, s'ils ſont réellement mus, car ſi la Lumiere ne ſe fait que par une preſſion, la figure ſpherique n'eſt plus ſi indiſpenſable. Cependant les preſſions ou tendances au mouvement doivent ſuivre les mêmes loix que les mouvemens actuels.

Quand on fera attention à toute cette Theorie de M. de *Mairan* ſur la Reflexion des Corps, on s'apercevra aiſément qu'elle annonce & prépare celle de la Réfraction. Le plan que le corps mu rencontre a été ſuppoſé inébranlable, ou impenetrable, mais s'il ne l'étoit pas, ſi le corps mu rencontroit une eau, un corps poreux où il pût entrer, quelle direction de mouvement prendroit-il? Il pourroit paſſer d'un premier fluide ou Milieu dans un ſecond qui s'oppoſant autant que le premier au mouvement horiſontal s'oppoſeroit moins au vertical, & alors la force verticale ſeroit augmentée, non en elle-même, mais parce que ſon action s'exerceroit plus librement, & cette augmentation de la force verticale eſt un cas que nous n'avons point conſideré, parce qu'il n'étoit pas poſſible dans nos ſuppoſitions. C'eſt ce qu'on verra dans la ſuite avec toute l'étenduë que merite le ſujet. Ce n'eſt point retourner ſur ſes pas en

Phy-

Phyſique que de faire des recherches ſur deux modifications du mouvement auſſi conſtantes que la Reflexion & la Refraction, c'eſt éclaircir des principes plus conſtants que connus, & les rendre d'autant plus ſûrs & plus féconds qu'ils ſeront plus éclaircis.

M. *Le Bon* Horloger de l'Academie lui a fait voir une Pendule de ſon invention qui marque le Temps vrai. Feu M *de la Hire* en avoit déja donné une, mais differente, en 1717 *.

Tout ce que nous pouvons prendre de celle de M. *le Bon* eſt l'idée principale qui conſiſte à tracer une Courbe rentrante en elle-même en forme d'Ellipſe, par le moyen de laquelle le Roüage eſt tellement conduit que l'Horloge donne le temps vrai.

Cette Courbe ſe conſtruit ſur la Table de l'Equation de l'Horloge contenuë dans la *Connoiſſance des Temps*, qui ſe fait tous les ans par ordre de l'Academie, & voici quels ſont les principes de cette Table. Nous ſuppoſerons ce que nous avons dit ſur cette matiere en 1701 †.

Une Pendule bien reglée au mouvement moyen, & ſi juſte qu'il ne ſera point beſoin d'y toucher pendant tout un an, ayant été miſe ſur le Soleil à midi le 1 Novembre de cette anuée, elle avancera ſur le Soleil, qui eſt alors plus lent, pour ainſi dire, parce que les jours vrais ſont plus longs que les moyens.

* V. les M. de 1717. p. 306. † p. 142. & ſuiv.

moyens. Et quand les jours vrais ſeront plus courts que les moyens, ce qui commencera d'arriver vers le 10 Fevrier ſuivant, elle avancera encore à cauſe des *avances* acquiſes & accumulées, qui vont à plus de 31 Minutes, mais elle avancera toûjours de moins en moins, au lieu qu'elle avançoit auparavant de plus en plus, & le 15 Mai elle n'avancera plus que d'un peu plus de 12'. Alors les jours vrais recommencent à être plus longs que les moyens. Elle avancera donc de plus en plus juſqu'au 25 Juillet où elle avancera de plus de 22', & alors les jours vrais redevenant plus courts que les moyens elle n'avancera que de moins en moins, & enfin n'avancera plus du tout & ſe retrouvera avec le Soleil le 1 Novembre. La plus grande quantité dont la Pendule puiſſe avancer d'un jour par rapport au ſuivant eſt de 30 ou 31", & cela arrive vers le 24 Decembre. Elle n'avance point d'un jour à l'autre, du moins d'aucune Seconde entiere, dans les 4 Epoques marquées où les jours vrais ayant été plus longs que les moyens deviennent plus courts, & reciproquement.

La Table de *la Connoiſſance des Temps* donne la quantité préciſe dont la Pendule avance chaque jour à Midi.

M. *le Bon* diviſe un Cercle en 365 parties égales, & tire du centre à chaque diviſion des rayons qui répondent à tous les jours de l'année. Il coupe par la moitié celui qui répond au 1 Novembre, parce qu'il commence la Suite de ceux auſquels il faudra toûjours ajoûter quelque partie, afin que ces par-

parties ajoûtées repreſentent les Secondes dont la Pendule avance chaque jour. Le 10 Fevrier elle ſera avancée de 31′ 5″, qui font 1865″. Il diviſe donc la 2de moitié de ce rayon du 1 Novembre en 1865 parties, & porte ſur la 2de moitié de chacun de rayons ſuivans autant de ces parties que la Table de *la Connoiſſance des Temps* marque de Secondes dont la Pendule avance. Le rayon du 10 Fevrier ſe trouve égal au rayon total qui eſt de 3730 parties. Il eſt clair que par tous les points où ſe terminent ſur chaque rayon compris entre le 1 Novembre & le 10 Fevrier les parties ajoûtées il peut paſſer une Courbe ; du 10 Fevrier juſqu'au 15 Mai, c'eſt la même choſe quoique dans un ordre contraire, c'eſt-à-dire qu'on diminuë le rayon total du 10 Fevrier, & toûjours ainſi de ſuite pour les autres Epoques. On a donc ſur tous les rayons 365 points differemment placés ſur chacun, par leſquels on décrira mechaniquement une Courbe.

Il eſt vrai que ces 365 points ont des intervalles, & que rien ne détermine les petits arcs de la Courbe qui doivent y paſſer. Mais quand elle paſſe une fois par tous les points déterminés il ne peut y avoir qu'une erreur inſenſible ſur ceux des entre-deux ; & comme cette Courbe n'eſt deſtinée qu'à faire repreſenter par la Pendule la Table des Equations qui va d'un Midi à l'autre, la Pendule fera exactement cette fonction, & ne ſera pas abſolument ſi préciſe, non plus que la Table, pour les Heures moyennes.

Une plaque de Leton dont la circonference eſt taillée ſelon cette Courbe s'applique

que au mouvement de l'Horloge, & y produit les inégalités neceſſaires. Cette application elle-même a eu ſes difficultés & ſon merite, mais nous n'en parlerons point; l'Art de l'Horlogerie a été porté ſi loin depuis un temps, qu'il commence à ſe parer de ſes richeſſes ſuperfluës.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVE'ES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCXXII.

I.

UNE Machine de M. *du Quet* qui ſupplée au manque de Batteurs en Grange par le moyen d'une Manivelle coudée, qui communique fort ingenieuſement le mouvement alternatif des Fleaux.

Depuis on a ſû qu'elle a été miſe en uſage avec ſuccès.

II.

Une Pompe de M. *Perpoint* où le mouvement du Piſton eſt toûjours parallele au Corps de Pompe, qui par-là ſe conſerve mieux, que quand il eſſuye des frottements inégaux de la part du Piſton mû obliquement. On a trouvé excellente la maniere dont eſt executé le paralleliſme du Piſton. Mais comme cela dépend de Rouës dentées & de Cramaillieres qui auront beaucoup de frottement, il reſte à ſavoir ſi elles n'en

dans des Rivieres fort larges & dans des endroits où il faudroit ſuppléer au défaut d'un Pont rompu en attendant qu'on le racommodât.

VI.

Une nouvelle conſtruction de Moulins à Poudre propoſée par M. de *Moralec* Commiſſaire d'Artillerie. Il a penſé que ces Moulins étant ſujets à ſauter en l'air dès que le feu prend par quelque accident à la poudre d'un des Mortiers, parce qu'il ſe communique auſſitôt aux Mortiers voiſins, il falloit les mettre tous dans des Cellules ſeparées. Par là tout le deſordre ne ſe fera que dans une Cellule, & cela même arrivera d'autant plus rarement que le peril étant moindre les Ouvriers veilleront plus hardiment aux Mortiers. Il faudroit ſavoir par des experiences faites avec ſoin à quelle diſtance de la Poudre enflâmée on peut ou ne peut pas enflâmer d'autre Poudre ſelon la maniere dont elle eſt placée. Cela déterminéroit la diſtance & la diſpoſition des Cellules, & regleroit la conſtruction du Moulin.

ELOGE

DE M. COUPLET.

CLAUDE-ANTOINE COUPLET naquit à *Paris* le 20 Avril 1642. d'*Antoine Couplet*, Bourgeois de *Paris*. Son Pere le deſtina au Barreau ſans conſulter, & apparemment ſans connoître ſes talens, & ſon goût, qui le portoient aux Mathematiques, & principalement aux Mechaniques. Elles lui cauſerent beaucoup de diſtraction dans ſes études, cependant il fut reçû Avocat, mais il quitta bientôt cette profeſſion forcée, & ſe donna entierement à celle que la Nature lui avoit choiſie.

Il chercha de l'inſtruction & du ſecours dans le commerce de M. *Buhot*, Coſmographe, & Ingenieur du Roi, qui après avoir reconnu ſes diſpoſitions ſe fit un plaiſir de les cultiver. Il voulut même ſerrer par une alliance la liaiſon que la ſcience avoit commencée entre eux, & en 1665 il fit épouſer ſa Belle-fille à ſon Eleve âgé alors de 24. ans.

En 1666 fut formée l'Academie des Sciences. M. *Buhot* fut choiſi par M. *Colbert* pour en être, quelque-temps après M. *Couplet* y entra ; on lui donna un logement à l'Obſervatoire, & la garde du Cabinet des Machines. Il ſemble qu'un certain reſpect doive

doive être attaché aux noms de ceux qui ont les premiers compoſé cette Compagnie.

En 1670 M. *Couplet* acheta de M. *Bubot* la Charge de Profeſſeur de Mathematique de la grande Ecurie. Il étoit obligé d'aller fort ſouvent à *Verſailles*, & dans ces temps-là le feu Roi y fit faire ces grandes conduites d'eau qui l'ont tant embelli. La Science des Eaux, & des Nivellements fut perfectionnée au point qu'elle en devint preſque toute nouvelle, & M. *Couplet* qui ne demandoit qu'à s'inſtruire, & à s'exercer, en eut des occaſions à ſouhait. Nous avons parlé en 1699 * d'un Niveau qu'il s'étoit en quelque maniere rendu propre en le rendant d'une execution beaucoup plus facile.

Employé ſouvent à des ouvrages de Particuliers, il s'y conduiſoit toûjours d'une maniere, dont ſa famille ſeule pouvoit ſe plaindre. Il ne vouloit que réüſſir, & il mettoit de ſon argent pour hâter, ou pour perfectionner les travaux. Loin de faire valoir ſes ſoins & ſes peines, il en parloit avec une modeſtie, qui enhardiſſoit à le recompenſer mal, & ce n'étoit jamais un tort avec lui que le peu de reconnoiſſance.

Ce qu'il a fait de plus conſiderable, a été à *Coulanges la vineuſe*, petite Ville de *Bourgogne*, à 3 lieuës d'*Auxerre*. *Coulanges* eſt riche en vins, & delà vient ſon épithete, qui lui convient d'autant mieux, qu'elle n'avoit que du vin, & point d'eau. Les Habitans étoient reduits à des Mares, & comme

 elles

* p. 139. & ſuiv.

elles étoient ſouvent à ſec, ils alloient fort loin chercher un Puits qui tariſſoit auſſi, & les renvoyoit à une fontaine éloignée d'une lieuë. Afin que l'on ne manquât pas d'eau dans les Incendies, chaque Habitant étoit obligé par Ordonnance de Police à avoir à ſa porte un tonneau toûjours plein, & malgré cette précaution la Ville avoit eu trois grands incendies en 30 ans, & à l'un on avoit été obligé de jetter du vin ſur le feu. Ils avoient obtenu en 1516 un Arrêt du Conſeil qui leur permettoit de lever ſur chaque piéce de vin qui ſortiroit de leur territoire un Impôt dont le produit ſeroit employé à chercher de l'eau, & à toutes les dépenſes neceſſaires, mais tous les Ingenieurs qui avoient tenté cette entrepriſe, l'avoient tentée ſans ſuccès, quoique vivement animés, & par l'utilité, & par la gloire.

M. *Dagueſſeau* alors Procureur General, & aujourd'hui Chancelier de *France*, ayant acquis le Domaine de cette Ville, voulut faire encore un effort, ne fût-ce que pour s'aſſûrer qu'il n'en faloit plus faire, & en 1705 il s'adreſſa à M. *Couplet*, qui partit pour *Coulanges* au mois de Septembre. Ce mois eſt ordinairement un des plus ſecs de toute l'année. 1705 fut une année fort ſeche, & ſi l'on pouvoit alors trouver de l'eau, il n'étoit pas à craindre qu'on en manquât jamais.

En une infinité d'endroits de la Terre il court des veines d'eau, qui ont effectivement quelque rapport avec le ſang qui coule dans nos veines. Si ces eaux trouvent des terres ſablonneuſes, elles ſe filtrent au travers,

vers, & ſe perdent, il faut ces fonds qui les arrêtent, tels que ſont des lits de Glaiſe. Elles ſont en plus grande quantité ſelon la diſpoſition des terrains. Si, par exemple, une grande Plaine a une pente vers un Côteau & s'y termine, toutes les eaux que la plaine recevra du Ciel ſeront déterminées à couler vers ce côteau, qui les raſſemblera encore, & elles ſe trouveront en abondance au pied. Ainſi la recherche & la découverte des eaux dépend d'un examen fort exact, & aſſés fin des terrains, il y faut un coup d'œil juſte, & guidé par une longue experience.

M. *Couplet* arrivé à quelque diſtance de *Coulanges*, mais ſans la voir encore, & s'étant ſeulement fait montrer vers quel endroit elle étoit, mit toutes ſes connoiſſances en uſage, & enfin promit hardiment cette eau ſi deſirée, & qui s'étoit dérobée à tant d'autres Ingenieurs. Il marchoit ſon Niveau à la main, & dès qu'il put voir les maiſons de la Ville, il aſſûra que l'eau ſeroit plus haute. Quelques-uns des principaux Habitans, qui par impatience ou par curioſité étoient allés audevant de lui, coururent porter cette nouvelle à leurs Concitoyens, ou pour leur en avancer la joye, ou pour ſe donner une eſpece de part à la gloire de la découverte. Cependant M. *Couplet* continuoit ſon chemin en marquant avec des piquets les endroits où il faloit fouiller, & en prédiſant dans le même temps à quelle profondeur préciſément on trouveroit l'eau; & au lieu qu'un autre eût pû prendre un air impoſant de Divination, il expliquoit naïvement

ment les principes de ſon Art, & ſe privoit de toute apparence de Merveilleux. Il entra dans *Coulanges* où il ne vit rien qui traversât les idées qu'il avoit priſes, & il repartit pour *Paris*, après avoir laiſſé les inſtructions neceſſaires pour les travaux qui ſe devoient faire en ſon abſence. Il reſtoit à conduire l'eau dans la Ville par des tranchées & par des canaux, à lui menager des canaux de décharge en cas de beſoin, & tout cela emportoit mille détails de pratique, ſur quoi il ne laiſſoit rien à deſirer. Il promit de revenir au mois de Decembre pour mettre à tout la derniere main.

Il revint en effet, & enfin le 21 Decembre l'eau arriva dans la Ville. Jamais la plus heureuſe Vendange n'y avoit répandu tant de joye. Hommes, femmes, enfans, tous couroient à cette eau pour en boire, & ils euſſent voulu s'y pouvoir baigner. Le premier Juge de la Ville, devenu aveugle, n'en crut que le rapport de ſes mains, qu'il y plongea pluſieurs fois. On chanta un *Te Deum*, où les Cloches furent ſonnées avec tant d'emportement que la plus groſſe fut démontée; l'allegreſſe publique fit cent folies. La Ville, auparavant toute défigurée par des maiſons brûlées qu'on ne reparoit point, a pris une face nouvelle, on y bâtit, on vient même s'y établir, au lieu qu'on l'abandonnoit peu-à-peu, & pour tout cela M. *Couplet* n'a pas fait 3000" de dépenſe à cette même Ville, qui auroit été ravie de ſe charger d'un Impôt perpetuel. Auſſi crut-elle bien lui devoir une Inſcription, & une Deviſe. L'Inſcription eſt ce Diſtique Latin.

Non

Non erat ante fluens populis ſitientibus unda,
Aſt dedit æternas arte CUPLETUS *aquas.*

La Deviſe repreſente un *Moyſe*, qui tire de l'eau d'un Rocher entouré de Seps de Vignes, avec ces mots *Utile dulci.*

Auxerre & *Courſon*, qui ſont dans le voiſinage de *Coulanges*, ſe ſentirent auſſi de ſon voyage. Il donna à *Auxerre* les moyens d'avoir de meilleure eau, & à *Courſon* ceux de retrouver une Source perduë.

C'eſt dans ces ſortes de fonctions, & dans celles qu'il devoit à l'Academie & à ſa Charge, qu'il a paſſé une vie toûjours occupée, & toûjours laborieuſe. Une complexion d'une force ſinguliere le ſoûtenoit dans ſes fatigues. Enfin âgé de 79 ans il eut une premiere attaque d'Apoplexie & quelques-tems après une ſeconde, auſquelles ſuccéda une Paralyſie, qui tomba particulierement ſur la Langue, & ſur l'Oeſophage, deſorte qu'il ne pouvoit ni parler ni avaler ſans beaucoup de peine. Il fut deux ans à languir, mais avec courage. Il employa toûjours à des prieres, & à des diſcours édifiants le peu qui lui reſtoit d'uſage de la parole, & il mourut le 25 Juillet 1722, âgé de 81 an.

Ce qu'on appelle préciſément bonté étoit en lui à un haut point, & avec cet avantage qu'elle étoit ſenſiblement marquée dans ſa phyſionomie, dans ſon air, dans ſes manieres; on ſe fût fié à lui ſans autres garants que ceux-là. Heureuſes, du moins par rapport aux effets exterieurs, les vertus dont

la preuve eſt courte, & prompte ! Il étoit Treſorier de l'Academie, titre trop faſtueux, & aſſés impropre ; il étoit plûtôt le contraire d'un Treſorier, il n'avoit point de fonds entre les mains, mais il faiſoit des avances aſſés conſiderables par rapport à ſa fortune, & ne les retiroit pas ſans peine. Il a laiſſé un fils qui lui a ſuccedé dignement dans cette place.

ELO-

ELOGE

DE M. MERY.

JEAN MERY nâquit à *Vatan* en *Berry* le 6 Janvier 1645 de *Jean Mery* Maître Chirurgien, & de *Jeanne Mores*. On lui fit commencer ſes études, mais il s'en dégoûta bientôt par le peu de ſecours qu'il trouva dans de mauvais Maîtres, par le peu d'émulation, apparemment auſſi par le peu d'inclination naturelle. Il ne paſſa pas la Quatriéme, & s'attacha uniquement à la profeſſion de ſon Pere. Il vint à *Paris* à 18 ans s'inſtruire à l'Hôtel-Dieu, la meilleure de toutes les Ecoles pour de jeunes Chirurgiens. Non content de ſes exercices du jour, il deroboit ſubtilement un Mort quand il le pouvoit, l'emportoit dans ſon lit, & paſſoit la nuit à le diſſequer en grand ſecret.

En 1681 il fit à la priere de M. *Lami* Docteur en Medecine, qui donnoit une 2de Edition de ſon Livre de l'*Ame Senſitive* une Deſcription de l'Oreille. Il reconnoît dans une Lettre préliminaire adreſſée à ce Docteur & imprimée auſſi, qu'il n'eſt qu'*un ſimple Chirurgien de l'Hôtel-Dieu*, & par-là il inſinuë qu'il eſt bien hardi d'oſer décrire une partie auſſi délicate que l'Oreille, & auſſi inconnuë aux plus habiles Anatomiſtes, qu'on ne le croira pas en droit de faire des découver-

vertes, mais ſi on veut bien ne s'en pas tenir à des préjugez ordinairement ſi concluants, il s'engage à convaincre tout Incredule les piéces à la main. Dans la même année il fut pourvû d'une Charge de Chirurgien de la feuë Reine.

En 1683, M. de *Louvois* le mit aux Invalides en qualité de Chirurgien Major.

L'année ſuivante le Roi de *Portugal* ayant demandé au feu Roi un Chirurgien capable de donner du ſecours à la Reine ſa femme, qui étoit à l'extremité, M. de *Louvois* y envoya M. *Mery* en poſte, mais la Reine mourut avant ſon arrivée. Il n'y eut à *Lisbonne* aucun Malade qui ne voulût le conſulter, quelque peu digne qu'il en fût par ſon mal, ou au contraire quelque deſeſperé qu'il fût. On lui fit les offres les plus avantageuſes pour l'arrêter en *Portugal*, on en fit autant en *Eſpagne* à ſon paſſage, mais rien ne put vaincre l'amour de la Patrie.

A ſon retour M. de *Louvois* le fit entrer dans l'Academie des Sciences en 1684.

Cette même année la Cour allant à *Chambord*, le Roi demanda à M. *Fagon* un Chirurgien qu'il pût mettre pendant le voyage auprès de M. le Duc de *Bourgogne* encore enfant. M. *Fagon* fit choix de M. *Mery*. On ne peut pas mettre en doute s'il s'acquita de cet emploi avec toute l'application & tout le zele poſſible, mais il ſe trouvoit encore plus étranger à la Cour qu'il ne l'avoit été en *Portugal* & en *Eſpagne*, & il revint, auſſitôt qu'il le put, reſpirer ſon veritable air natal, celui des Invalides, & de l'Academie.

En 1692 il fit un voyage en *Angleterre* par

par ordre de la Cour, &, ce qui paroîtra ſans doute ſurprenant, on en ignore abſolument le ſujet. Peut-être s'eſt-on déja aperçû que les faits rapportés juſqu'ici ont été aſſés dénués de circonſtances, aſſés décharnés, c'eſt la faute de celui qu'ils regardent. Après qu'il avoit rempli dans la derniere exactitude ſes fonctions neceſſaires, il ſe renfermoit dans ſon Cabinet, où il étudioit non pas tant les Livres que la Nature même, il n'avoit de commerce qu'avec les Morts, & cela dans un ſens beaucoup plus étroit qu'on ne le dit d'ordinaire des Savans. Il s'inſtruiſoit donc infiniment, mais perſonne n'en eût rien ſû, ſi les operations qu'il faiſoit tous les jours n'euſſent trahi le ſecret de ſon habileté. Ceux qui ſont fortement occupés à exercer une profeſſion ou un talent, parlent du moins plus volontiers dans l'interieur de leur famille, ſoit de leurs occupations preſentes, ſoit de leurs projets, on eſt obligé de les écouter, & ils ont une liberté entiere de ſe faire valoir, mais il n'uſoit point de ſes droits à cet égard, on ne le voyoit qu'aux heures du repas, & il n'y tenoit point de diſcours inutiles. Enfin je le repete, on ne ſait rien du voyage d'*Angleterre*, dont il auroit du au moins à ſa femme & à ſes enfans vanter ou excuſer le ſuccès. Tout étoit enſeveli dans un profond ſilence; & il eſt preſque étonnant que M. *Mery* ait été connu. Il n'a rien mis du ſien dans ſa reputation que ſon merite, & communément il s'en faut beaucoup que ce ne ſoit aſſés.

En 1700 M. de *Harlai* premier Préſident

le nomma premier Chirurgien de l'Hôtel-Dieu. Il n'accepta cette place que quand il fut bien sûr qu'elle n'étoit pas incompatible avec celle de l'Academie, & je lui ai ouï dire que les deux ensemble rempliſſoient toute son ambition. Aussi l'ont-elles uniquement occupé. Des Malades quelque importans qu'ils fussent, quelque utiles qu'ils dussent être, n'ont jamais pu le faire sortir de chés lui. Tout au plus a-t-il traité quelques Amis, mais en amis, & en leur faisant très-peu de chose. Des Etrangers, qui souhaitoient passionnément qu'il leur fît des Cours particuliers d'Anatomie, n'ont pu le tenter par les promesses les plus magnifiques, & les plus sûres. Il ne vouloit point d'une augmentation de fortune, qui lui eût coûté un temps destiné à de nouveaux progrès dans sa Science.

Mais ce même temps qu'il estimoit plus que la richesse, il ne l'épargnoit point à ses devoirs; il conçut volontairement le dessein d'en donner à l'Hôtel-Dieu beaucoup plus qu'il ne lui en demandoit selon l'usage établi. Les jeunes Chirurgiens qui venoient y apprendre leur métier, n'y prenoient des leçons qu'au gré du hazard, qui leur mettoit sous les yeux tantôt une operation, tantôt une autre; rien de suivi, rien de methodique ne dirigeoit leurs connoissances. Il obtint de M. de *Harlai* que l'on construisît un lieu où il leur feroit des Cours reglés d'Anatomie. S'il eût pris cette occasion de demander des appointements plus forts, s'il ne l'eût même fait naître que dans cette vûë, on ne l'eût pas blâmé d'accorder son interêt

rêt avec celui du Public. D'ailleurs M. le premier Preſident l'honoroit d'une affection particuliere, & comme ce grand Magiſtrat avoit beaucoup d'eſprit, peut-être l'aimoit-il d'autant plus qu'il faloit de la penetration pour ſentir tout ce qu'il valoit, mais M. *Mery* ne ſongea dans ſon nouvel établiſſement qu'à l'utilité publique, & il ſe tint heureux qu'on lui eût accordé un ſurcroît conſiderable d'aſſujetiſſement & de travail.

Son genie étoit d'apporter une extrême exactitude à l'obſervation, & de ſe bien aſſûrer de la ſimple verité des choſes. Il ne ſe preſſoit point d'imaginer pourquoi telle diſpoſition, telle ſtructure, il voyoit les faits d'autant plus ſûrement qu'il ne les voyoit point au travers d'un Syſtême déja formé, qui eût pu les changer à ſes yeux. Son Cabinet Anatomique, auquel il avoit travaillé une bonne partie de ſa vie, ce nombre prodigieux de diſſections faites de ſa main avec une patience étonnante, avoient apparemment aidé à lui faire prendre cette habitude; il avoit été ſi longtemps appliqué à ne faire que voir, qu'il n'avoit pas eu le loiſir de ſonger tant à deviner, mais on doit convenir qu'il n'y a pas moins de ſagacité d'eſprit à bien voir en cette matiere qu'à deviner. Auſſi n'avoit-on pas à craindre que ce qu'il faiſoit voir aux autres il le leur déguiſât, ou l'embellît trop par ſes diſcours, à peine ſe pouvoit-il reſoudre à l'expliquer, il faloit preſque que les piéces de ſon Cabinet parlaſſent pour lui.

On y en compte juſqu'à 80 d'importantes, ſoit Squeletes entiers, ſoit parties d'Ani-

nimaux. 30 de ces Piéces regardent l'Homme, & celle où ſont tous les Nerfs conduits depuis leur origine juſqu'à leurs extremités a dû lui coûter des 3 ou 4 mois de travail. Une adreſſe ſinguliere, & une perſeverance infatigable ont été neceſſaires pour finir ces Ouvrages. Auſſi étoit-ce là ce qui l'enlevoit à tout. Il étoit toûjours preſſé de rentrer dans ce lieu où toutes ces Machines démontées & dépouillées de ce qui nous les cache en les revêtant, lui preſentoient la Nature plus à nud, & lui donnoient toûjours à lui-même de nouvelles inſtructions. Cependant pour ne ſe pas trop glorifier de la connoiſſance qu'il avoit de la ſtructure des Animaux, il faiſoit reflexion ſur l'ignorance où l'on eſt de l'action & du jeu des Liqueurs. *Nous autres Anatomiſtes*, m'a-t-il dit une fois, *nous ſommes comme les Crocheteurs de* Paris *qui en connoiſſent toutes les Ruës, juſqu'aux plus petites, & aux plus écartées, mais qui ne ſavent pas ce qui ſe paſſe dans les Maiſons.*

On a vû de lui dans nos Volumes quantité de morceaux, ſur ce que devient l'Air entré par les Poumons, ſur l'Iris de l'Oeil, ſur la Choroïde, &c; il a donné une nouvelle ſtructure au Nerf Optique, & a oſé avancer qu'un Animal ſe multiplie ſans accouplement, c'eſt la Moule d'Etang, dont il a donné la ſinguliere & biſarre Anatomie *. Mais ce qui a fait le plus de bruit dans ces Volumes a été ſon opinion ſur la Circulation du ſang dans le Fœtus, ou ſur l'uſa-

* V. l'Hiſt. de 1710. p. 38. & ſuiv.

l'uſage du Trou Ovale, directement oppoſée à celle de tous les autres Anatomiſtes. Il fut cauſe que l'Academie dès ſon renouvellement en 1699 fut agitée par cette queſtion. Un monde d'Adverſaires élevés contre lui tant au dedans qu'au dehors de l'Academie ne l'ébranla point. Il publia même en 1700 hors de nos Memoires un Traité exprès ſur ce ſujet, auquel il joignit ſes remarques ſur une nouvelle maniere de tailler de la Pierre pratiquée alors par un Frere *Jacques Francomtois*. C'eſt-là le ſeul Livre qu'on ait de lui. On ne ſait point encore aujourd'hui quel parti eſt victorieux, & c'eſt une aſſés grande gloire pour celui qui ſeul étoit un parti. Il paroît, ainſi que nous oſâmes le ſoupçonner il y a longtemps, que les deux Syſtêmes oppoſés pourroient être vrais, & ſe concilier; dénouement qui meriteroit d'être remarqué dans l'Hiſtoire de la Philoſophie, & qui condamneroit bien la grande chaleur de toute cette conteſtation.

M. *Mery* étoit ſi retenu à former, ou à adopter des Syſtêmes qu'il héſitoit à recevoir, ou ſi l'on veut, ne recevoit pas celui de la Generation par les Oeufs, ſi vraiſemblable, ſi appuyé, ſi generalement reçû. Il n'en ſubſtituoit pas d'autre à la place, mais des ſtructures de parties, qui effectivement ne s'y accordent pas trop, l'arrêtoient *, au lieu que les autres Anatomiſtes ſe laiſſent emporter à un grand nombre d'apparences très-favorables, & ſe repoſent en quelque ſorte ſur la Nature de la ſolution de quelques

* V. l'Hiſt. de 1701. p. 48. & ſuiv.

ques difficultés. Nous n'avons garde de décider entre leur hardieſſe, & la timidité oppoſée, ſeulement pouvons-nous dire qu'en fait de Sciences les hommes ſont nés Dogmatiques & hardis, & qu'il leur en coûte plus d'effort pour être timides & Pyrrhoniens.

Cependant M. *Mery* peu diſpoſé à prendre trop facilement les opinions les plus dominantes, ne l'étoit pas davantage à quitter les ſiennes particulieres. Le témoignage qu'il ſe rendoit de la grande ſûreté de ſes obſervations, & du peu de précipitation de ſes conſequences, l'affermiſſoit dans ce qu'il avoit une fois penſé déterminément. La vie retirée y contribuoit encore, les idées qu'on y prend ſont plus roides & plus inflexibles, faute d'être traverſées, pliées par celles des autres, entretenuës dans une certaine ſoupleſſe; on s'accoûtume trop dans la ſolitude à ne penſer que comme ſoi. Cette même retraite lui faiſoit ignorer auſſi des ménagements d'expreſſion neceſſaires dans la diſpute, il ne donnoit point à entendre qu'un fait rapporté étoit faux, qu'un ſentiment étoit abſurde, il le diſoit. Mais cet excès de naïveté & de ſincerité ne bleſſoit pas tant dans l'interieur de l'Academie, & ſi les ſuites aſſés ordinaires du ſavoir n'y étoient excuſées, où le ſeroient-elles ? On y a remarqué avec plaiſir que M. *Mery*, quelque attaché qu'il fût à ſes ſentimens, en avoit changé en quelques occaſions. Par exemple, il avoit d'abord fort approuvé l'operation du Frere *Jacques*, & il ſe retracta dans la ſuite. Il étoit de bonne grace d'avoir com-

commencé par l'approbation. Un Anatomiſte de la Compagnie raconte qu'il a convaincu M. *Mery* ſur certains points, qui lui avoient paru d'abord inſoûtenables, & il le raconte pour la gloire de M. *Mery* & non pour la ſienne.

Ce même Anatomiſte prétend que M. *Mery* avoit entrevû la Valvule d'*Euſtachius*, connu les Glandes de *Couper* longtemps avant *Couper* même, mais il faut laiſſer les découvertes aux noms qui en ſont en poſſeſſion, & quand même ce ne ſeroit que la faveur du ſort qui les leur auroit ajugées plûtôt qu'à d'autres, il vaut mieux n'en point appeller.

Malgré une conſtitution très-ferme, & une vie toûjours très-reglée d'un bout à l'autre, M. *Mery* ſe ſentit preſque tout d'un coup abandonné de ſes jambes vers l'âge de 75 ans, ſans avoir nulle autre incommodité. Il fut reduit à ſe renfermer abſolument chés lui, où il s'étoit tant renfermé volontairement. Tous ceux de l'Academie, qui pouvoient ſe plaindre de quelques unes de ces ſincerités dont nous avons parlé, allerent le voir pour le raſſûrer ſur l'inquietude où il eût pu être à leur égard, & renouveller une amitié, qui, à proprement parler, n'avoit pas été interrompuë. Il fut ſenſiblement touché & de ces avances qu'il n'attendoit peut-être pas, & de ces ſentimens qu'il meritoit plus qu'il ne ſe les étoit attirés, & il ne pouvoit ſe laſſer d'en marquer ſa joye à M. *Varignon*, ſon fidelle ami, & de tous les temps.

Il s'affoibliſſoit toûjours, quoiqu'en conſer-

ſervant un eſprit ſain, & enfin il mourut le 3 Novembre 1722, âge de 77 ans. Il a laiſſé ſix Enfans de *Catherine-Geneviéve Carrere*, fille de M. *Carrere*, qui avoit été premier Chirurgien de feuë Madame.

Il a eû toute ſa vie beaucoup de Religion, & des mœurs telles que la Religion les demande; ſes dernieres années ont été uniquement occupées d'exercices de pieté. Nous avons dit de feu M. *Caſſini* que les Cieux lui racontoient ſans ceſſe la gloire de leur Createur, les Animaux la racontoient auſſi à M. *Mery*. L'Aſtronomie & l'Anatomie ſont en effet les deux Sciences où ſont le plus ſenſiblement marqués les caracteres du ſouverain Etre, l'une annonce ſon immenſité par celle des eſpaces celeſtes, l'autre ſon intelligence infinie par la Mechanique des Animaux. On peut même croire que l'Anatomie a quelque avantage, l'intelligence prouve encore plus que l'immenſité.

ELO-

ELOGE

DE M. VARIGNON.

PIERRE VARIGNON nâquit à Caën en 1654 d'un Architecte Entrepreneur, dont la fortune étoit fort mediocre. Il avoit deux freres, qui ſuivirent la profeſſion du Pere, & il étudia pour être Eccleſiaſtique.

Au milieu de cette éducation commune, qu'on donne aux jeunes gens dans les Colleges, tout ce qui peut les occuper un jour plus particulierement vient par differents hazards ſe preſenter à leurs yeux, & s'ils ont quelque inclination naturelle bien déterminée, elle ne manque pas de ſaiſir ſon objet, dès qu'elle le rencontre. Comme les Architectes, & quelquefois les ſimples Maçon, ſavent faire des Cadrans, M. *Varignon* en vit tracer de bonne heure, & ne le vit pas indifferemment. Il en apprit la pratique la plus groſſiere, qui étoit tout ce qu'il pouvoit apprendre de ſes Maîtres, mais il ſoupçonnoit que tout cela dépendoit de quelque Theorie generale, ſoupçon qui ne ſervoit qu'à l'inquieter, & à le tourmenter ſans fruit. Un jour, pendant qu'il étoit en Philoſophie aux Jeſuites de *Caën*, feuilletant par amuſement differents Livres dans la boutique d'un Libraire, il tomba ſur un *Euclide*, & en lut les premieres pages, qui le charmerent non ſeu-

ſeulement par l'ordre & l'enchaînement des idées, mais encore par la facilité qu'il ſe ſentit à y entrer. Comment l'Eſprit humain n'aimeroit-il pas ce qui lui rend témoignage de ſes talents ? Il emporta l'*Euclide* chés lui, & en fut toûjours plus charmé par les mêmes raiſons. L'incertitude éternelle, l'embarras Sophiſtique, l'obſcurité inutile, & quelquefois affectée de la Philoſophie des Ecoles, aiderent encore à lui faire goûter la clarté, la liaiſon, la ſûreté des verités geometriques. La Geometrie le conduiſit aux Ouvrages de *Deſcartes*, & il y fut frapé de cette nouvelle lumiere, qui delà s'eſt répanduë dans tout le Monde penſant. Il prenoit ſur les neceſſités abſoluës de la vie dequoi acheter des Livres de cette eſpece, ou plûtôt il les mettoit au nombre des neceſſités abſoluës, il faloit même, & cela pouvoit encore irriter la paſſion, qu'il ne les étudiât qu'en ſecret, car ſes parens qui s'apercevoient bien que ce n'étoient pas-là les Livres ordinaires dont les autres faiſoient uſage, deſaprouvoient beaucoup, & traverſoient de tout leur pouvoir l'application qu'il y donnoit. Il paſſa en Théologie, & quoique l'importance des matieres, & la neceſſité dont elles ſont pour un Eccleſiaſtique, le fixaſſent davantage, ſa paſſion dominante ne leur fut pas entierement ſacrifiée.

Il alloit ſouvent diſputer à des Theſes dans les Claſſes de Philoſophie, & il brilloit fort par ſa qualité de bon argumenteur, à laquelle concouroient & le caractere de ſon eſprit, & ſa conſtitution corporelle, beaucoup de force & de netteté de raiſonnement d'un côté

té, & de l'autre une excellente poitrine, & une voix éclatante. Ce fut alors que M. l'Abbé de *S. Pierre* qui étudioit en Philoſophie dans le même College, le connut. Un goût commun pour les choſes de raiſonnement, ſoit Phyſiques, ſoit Metaphyſiques, & des diſputes continuelles, furent le lien de leur amitié. Ils avoient beſoin l'un de l'autre pour approfondir, & pour s'aſſûrer que tout étoit vû dans un ſujet. Leurs caracteres differents faiſoient un aſſortiment complet & heureux, l'un par une certaine vigueur d'idées, par une vivacité féconde, par une fougue de raiſon, l'autre par une analyſe ſubtile, par une préciſion ſcrupuleuſe, par une ſage & ingenieuſe lenteur à diſcuter tout.

M. l'Abbé de *S. Pierre* pour jouïr plus à ſon aiſe de M. *Varignon* le logea avec lui, & enfin toûjours plus touché de ſon merite, il réſolut de lui faire une fortune, qui le mît en état de ſuivre pleinement ſes talens & ſon génie. Cependant cet Abbé, cadet de *Normandie*, n'avoit que 1800 liv. de rente : il en détacha 300 qu'il donna par Contrat à M. *Varignon*. Ce peu qui étoit beaucoup par rapport au bien du Donateur, étoit beaucoup auſſi par rapport aux beſoins & aux deſirs du Donataire. L'un ſe trouva riche, & l'autre encore plus d'avoir enrichi ſon ami.

L'Abbé perſuadé qu'il n'y avoit point de meilleur ſéjour que *Paris* pour des Philoſophes raiſonnables, vint en 1686 s'y établir avec M. *Varignon* dans une petite maiſon du Fauxbourg *Saint Jacques*. Là ils penſoient chacun de ſon côté, car ils n'étoient plus

plus tant en communauté de penſées, l'Abbé revenu des ſubtilités inutiles & fatigantes s'étoit tourné principalement du côté des reflexions ſur l'Homme, ſur les mœurs & ſur les principes du gouvernement. M. *Varignon* s'étoit totalement enfoncé dans les Mathematiques. J'étois leur compatriote, & allois les voir aſſés ſouvent, & quelquefois paſſer deux ou trois jours avec eux ; il y avoit encore de la place pour un ſurvenant, & même pour un ſecond, ſorti de la même Province, aujourd'hui l'un des principaux Membres de l'Academie des Belles Lettres, & fameux par les Hiſtoires qni ont paru de lui. Nous nous raſſemblions avec un extrême plaiſir, jeunes, pleins de la premiere ardeur de ſavoir, fort unis, &, ce que nous ne comptions peut-être pas alors pour un aſſés grand bien, peu connus. Nous parlions à nous quatre une bonne partie des differentes Langues de l'Empire des Lettres, & tous les Sujets de cette petite Societé ſe ſont diſperſés delà dans toutes les Academies.

M. *Varignon*, dont la conſtitution étoit robuſte, au moins dans ſa jeuneſſe, paſſoit les journées entieres au travail ; nul divertiſſement, nulle recreation, tout au plus quelque promenade à laquelle ſa Raiſon le forçoit dans les beaux jours. Je lui ai ouï dire que travaillant après ſouper ſelon ſa coûtume, il étoit ſouvent ſurpris par des Cloches qui lui annonçoient deux heures après minuit, & qu'il étoit ravi de ſe pouvoir dire à lui-même que ce n'étoit pas la peine de ſe coucher pour ſe relever à quatre heures. Il

ne

ne sortoit delà ni avec la tristesse, que les matieres pouvoient naturellement inspirer, ni même avec la lassitude que devoit causer la longueur seule de l'application, il en sortoit gai & vif, encore plein des plaisirs qu'il avoit pris, impatient de recommencer. Il rioit volontiers en parlant de Geometrie, & à le voir on eût cru qu'il la faloit étudier pour se bien divertir. Nulle condition n'étoit tant à envier que la sienne, sa vie étoit une possession perpetuelle & parfaitement paisible de ce qu'il aimoit uniquement. Cependant si on eût eu à chercher un homme heureux on l'eût été chercher bien loin de lui, & bien plus haut, mais on ne l'y eût pas trouvé.

Dans sa solitude du Fauxbourg Saint Jacques, il ne laissoit pas de lier commerce avec plusieurs Savans, & des plus illustres, tels que Mrs. *du Hamel*, *du Verney*, *de la Hire*. M. *du Verney* lui demandoit assés souvent des lumieres sur ce qu'il y a en Anatomie qui apartient à la Science des Mechaniques, ils examinoient ensemble des positions de Muscles, leurs points d'appui, leurs directions, & M. *du Verney* apprenoit beaucoup d'Anatomie à M. *Varignon*, qui l'en payoit par des raisonnemens mathematiques appliqués à l'Anatomie.

Enfin en 1687. il se fit connoître du Public par son *Projet d'une nouvelle Mechanique* dedié à l'Academie des Sciences. Elle étoit nouvelle en effet. Découvrir des verités, & en découvrir les sources, ce sont deux choses qui peuvent d'abord paroître inse-

inſeparables, & qui cependant ſont ſouvent ſeparées, tant la Nature a été avare de connoiſſances à nôtre égard. En Mechanique dont il s'agit ici, on démontroit bien la neceſſité de l'Equilibre dans les cas où il arrive, mais on ne ſavoit pas préciſément ce qui le cauſoit. C'eſt ce que M. *Varignon* aperçut par la Theorie des Mouvemens compoſés, & ce qui fait tout le ſujet de ſon Livre. Les principes eſſentiels une fois trouvés, les verités coulent avec une facilité délicieuſe pour l'eſprit, leur enchaînement eſt plus ſimple, & en même temps plus étroit, le ſpectacle de leur generation, qui n'a plus rien de forcé, en eſt plus agréable, & cette même generation plus legitime en quelque ſorte eſt auſſi plus féconde. La nouvelle Mechanique fut reçûë de tous les Géometres avec applaudiſſement, & elle valut à ſon Auteur deux places conſiderables, l'une de Geometre dans cette Academie en 1688, l'autre de Profeſſeur de Mathematiques au College *Mazarin*. On vouloit donner du relief à cette Chaire, qui n'avoit point encore été remplie, & il fut choiſi.

Il mit au jour en 1690 ſes *Nouvelles Conjectures ſur la Peſanteur*. Il conçoit une Pierre poſée dans l'Air, & il demande pourquoi elle tombe vers le centre de la Terre. L'Air eſt un Liquide, dont par conſequent les differentes parties ſe meuvent en tous les ſens imaginables, & une direction quelconque étant déterminée, il n'eſt pas poſſible qu'il n'y en ait un grand nombre qui

qui s'accordent à la ſuivre. On peut imaginer toutes celles qui s'accordent dans une même direction comme ne faiſant qu'une même Colonne. La Pierre eſt donc frapée par des Colonnes qui la pouſſent d'Orient en Occident, d'Occident en Orient, de bas en haut, de haut en bas. Les Colonnes qui la pouſſent lateralement d'Orient en Occident, ou au contraire, ſont égales en longueur, & par conſequent en force, & il n'en reſulte à la Pierre aucune impreſſion. Mais celles qui la pouſſent de haut en bas ſont beaucoup plus longues que celles qui la pouſſent de bas en haut, & cela à quelque diſtance de la Terre où la Pierre ait jamais pu être portée, elle ſera donc pouſſée avec plus de force de haut en bas, que de bas en haut, & elle tombera, & tombera vers le centre de la Terre, ou, ce qui eſt le même, perpendiculaire à ſa ſurface, parce que les Colonnes laterales égales en force, l'empêchent de s'écarter, ni à droite, ni à gauche. Si la Pierre étoit à une égale diſtance & de la Terre, & de la derniere ſurface de l'Air, elle demeureroit en repos, plus loin elle monteroit. Ce qu'on a dit de l'Air, on le dira de même de la matiere ſubtile, & de tout autre Liquide où des Corps ſeront poſés. Telle eſt en general l'idée de M. *Varignon* ſur la cauſe de la Peſanteur. Pluſieurs grands Hommes ont prouvé par l'inutilité de leurs efforts l'extrême difficulté de cette matiere, & j'avouë qu'il pourroit bien auſſi l'avoir prouvée. Du moins ce Syſtême a-t-il eu peu de See-

tateurs, & quoique ſimple, bien lié, bien ſuivi, il eſt vrai qu'un Phyſicien, même avant la diſcuſſion, ne ſe ſent point porté à le croire. L'Auteur l'auroit plus aiſément défendu que perſuadé. Auſſi ne l'a-t-il point donné avec cette confiance & cet air triomphant, qui ont accompagné tant d'autres Syſtêmes, le titre modeſte de *Conjectures* répondoit ſincerement à ſa penſée. Il ne croyoit point qu'en matiere de Phyſique, & principalement ſur les premiers principes de la Phyſique on pût paſſer la conjecture, & il ſembloit être ravi que ſa chere Geometrie eût ſeule la certitude en partage.

Dans ſes recherches Mathematiques, ſon genie le portoit toûjours à les rendre les plus generales qu'il fût poſſible. Un Païſage dont on aura vû toutes les parties l'une après l'autre, n'a pourtant point été vû, il faut qu'il le ſoit d'un lieu aſſez élevé, où tous les objets auparavant diſperſés ſe raſſemblent ſous un ſeul coup d'œil. Il en va de même des verités Geometriques, on en peut voir un grand nombre diſperſées çà & là, ſans ordre entr'elles, ſans liaiſon, mais pour les voir toutes enſemble, & d'un coup d'œil, on eſt obligé de remonter bien haut, & cela demande de l'effort & de l'adreſſe. Les formules generales Algebriques ſont les lieux élevés où l'on ſe place pour découvrir tout à la fois un grand Pays. Il n'y a peut-être pas eu de Geometre, ni qui ait mieux connu, ni qui ait mieux fait ſentir le prix de ces formules que M. *Varignon*.

Il

Il ne pouvoit donc manquer de ſaiſir avidement la *Geometrie* des Infiniment Petits dès qu'elle parut; elle s'éleve ſans ceſſe au plus haut point de vûë poſſible, à l'Infini, & delà elle embraſſe une étenduë infinie. Avec quel tranſport vit-il naître une nouvelle Geometrie, & de nouveaux plaiſirs? Quand cette belle & ſublime Methode fut attaquée dans l'Academie même *, car il faloit qu'elle ſubît le ſort de toutes les nouveautés, il en fut un des plus ardens Défenſeurs, & il força en ſa faveur ſon caractere naturel ennemi de toute conteſtation. Il ſe plaignit quelquefois à moi que cette diſpute l'avoit interrompu dans des recherches ſur le Calcul Integral, dont il auroit de la peine à reprendre le fil. Il ſacrifia les Infiniment petits à eux-mêmes, le plaiſir & la gloire d'y faire des progrès au devoir plus preſſant de les défendre.

Tous les Volumes que l'Academie a imprimés rendent compte de ſes travaux. Ce ne ſont preſque jamais des morceaux détachés les uns des autres, mais de grandes Theories completes ſur les Loix du Mouvement, ſur les forces Centrales, ſur la Reſiſtance des Milieux au mouvement. Là par le moyen de ſes formules generales, rien ne lui échape de ce qui eſt dans l'enceinte de la matiere qu'il traite. Outre les verités nouvelles, on en voit d'autres déja connuës d'ailleurs, mais détachées, qui viennent de toutes parts ſe rendre dans ſa

* V. l'Hiſt. de 1701. p. 109. & ſuiv.

Theorie. Toutes enſemble font corps, & les vuides qu'elles laiſſoient auparavant entr'elles ſe trouvent remplis.

La certitude de la Geometrie n'eſt nullement incompatible avec l'obſcurité & la confuſion, & elles ſont quelquefois telles qu'il eſt étonnant qu'un Geometre ait pu ſe conduire ſûrement dans le labyrinthe tenebreux où il marchoit. Les ouvrages de M. *Varignon* ne cauſent jamais cette deſagréable ſurpriſe, il s'étudie à mettre tout dans le plus grand jour, il ne s'épargne point, comme font quelquefois de grands hommes, le travail de l'arrangement, beaucoup moins flateur, & ſouvent plus penible que celui de la production même, il ne recherche point par des ſous-entendus hardis la gloire de paroître profond.

Il poſſedoit fort l'Hiſtoire de la Geometrie. Il l'avoit appriſe non pas tant préciſément pour l'apprendre, que parce qu'il avoit voulu raſſembler des lumieres de tous côtés. Cette connoiſſance hiſtorique eſt ſans doute un ornement pour un Geometre, mais de plus ce n'eſt pas un ornement inutile. En general plus l'Eſprit a eté tourné & retourné en differens ſens ſur une même matiere, plus il en devient fécond.

Quoique la ſanté de M. *Varignon* parût devoir être à toute épreuve, l'aſſiduité & la contention du travail lui cauſerent en 1705. une grande maladie. On n'eſt guere ſi habile impunément. Il fut 6 mois en danger, & 3 ans dans une langueur qui étoit un épuiſement d'eſprits viſible. Il m'a

conté

conté que quelquefois dans des accès de fiévre il se croyoit au milieu d'une forêt, où il voyoit toutes les feuilles des Arbres couvertes de calculs algebriques. Condamné par ses Medecins, par ses amis, & par lui-même à se priver de tout travail, il ne laissoit pas, dès qu'il étoit seul dans sa chambre, de prendre un Livre de Mathematique, qu'il cachoit bien vîte s'il entendoit venir quelqu'un. Il reprenoit la contenance d'un Malade, & n'avoit pas besoin de joüer beaucoup.

Il est à remarquer par rapport à son caractere que ce fut en ces temps-là qu'il parut de lui un Ecrit, où il reprenoit M. *Wallis* sur de certains Espaces plus qu'Infinis que ce grand Geometre attribuoit aux Hyperboles. Il soutenoit au contraire qu'ils n'étoient que finis *. La critique avoit tous les assaisonnemens possibles d'honnêteté, mais enfin c'étoit une critique, & il ne l'avoit faite que pour lui seul. Il la confia à M. *Carré*, étant dans un état qui le rendoit plus indifferent pour ces sortes de choses, & celui-ci, touché du seul interêt des Sciences, la fit imprimer dans nos Memoires, à l'insçû de l'Auteur, qui se trouva Aggresseur contre son inclination.

Il revint de sa maladie, & de sa langueur; & ne profita nullement du passé. L'édition de son *Projet de nouvelle Mechanique* ayant été entierement débitée, il songea à en faire une seconde, ou plûtôt

* V. l'Hist. de 1706. p. 59.

un ouvrage nouveau, quoique sur le même plan, mais beaucoup plus ample, & auquel le titre de *Projet* ne convenoit plus. On y devoit bien sentir la grande acquisition de richesses qu'il avoit faite dans l'intervalle. Mais il se plaignoit souvent que le temps lui manquoit, quoiqu'il fût bien éloigné d'en perdre volontairement. Une infinité de visites soit de François, soit d'Etrangers, dont les uns vouloient le voir pour l'avoir vû, & les autres pour le consulter & s'instruire, des Ouvrages de Mathematique que l'autorité ou l'amitié de quelques personnes l'engageoient à examiner, & dont il se croyoit obligé de rendre le compte le plus exact, un grand commerce de Lettres avec les principaux Geometres de l'*Europe*, & des Lettres savantes & travaillées, car il ne faloit pas plus se negliger avec ces amis-là qu'avec le Public même, tout cela nuisoit beaucoup au Livre qu'il avoit entrepris. C'est ainsi qu'on devient celebre parce qu'on a été maître de disposer d'un grand loisir, & qu'on perd ce loisir si precieux, parce qu'on est devenu celebre. De plus ses meilleurs Ecoliers, soit du College *Mazarin*, soit du College Royal, car il y occupoit aussi une Chaire de Mathematique, étoient en possession de lui demander des leçons particulieres. La joye de voir qu'ils en demandassent, son Zele pour les Mathematiques, sa bonté naturelle, son inclination à étendre un devoir plûtôt qu'à le resserrer, leur avoient donné ce droit, & ôté la crainte d'en user trop

libre.

librement. Il ſoupiroit après 2 ou 3 mois de Vacances qu'il avoit pendant l'année, il fuyoit à quelque Campagne, où les journées entieres étoient à lui, & s'écouloient bien vîte.

Malgré ſon extrême amour pour la paix, il a fini ſa vie par être embarqué dans une conteſtation. Un Religieux *Italien*, habile en Mathematique, l'attaqua ſur la Tangente, & l'Angle d'attouchement des Courbes, tels qu'on les conçoit dans la Geometrie des Infiniment petits *. Il ſe crut obligé de répondre, & à dire le vrai les indifferens ne l'euſſent pas trop crû. Je ne croi pas ſortir du perſonnage de ſimple Hiſtorien en aſſûrant que ſa gloire ne couroit aucun peril, mais il étoit ſenſible de ce côté-là, ou plûtôt toute ſa ſenſibilité y étoit raſſemblée, il répondit par le dernier Memoire qu'il ait donné à l'Academie, & qui a été le ſeul où il fût queſtion d'un different. Son inclination pacifique y dominoit pourtant encore, il n'y nommoit point ſon Adverſaire qui l'avoit nommé à tout moment, que tout le monde connoiſſoit, qui ne ſe cachoit point, & quoiqu'on lui repreſentât la parfaite inutilité, & même la ſuperſtition de cette reticence, il s'obſtina toûjours à ne le nommer que *l'Agreſſeur*. Il eſt vrai qu'il n'en uſoit pas ſi honnêtement à l'égard des Paralogiſmes, & qu'il leur donnoit leur veritable nom.

Dans les deux dernieres années de ſa vie, il fut fort incommodé d'un Rhumatiſme

* V. ci-deſſus p. 103. & ſuiv.

me placé dans les Muſcles de la Poitrine, il ne pouvoit marcher quelque tems ſans être obligé de ſe repoſer pour reprendre haleine. Cette incommodité augmenta toûjours, & tous les remedes y furent inutiles, ce qui ne le ſurprenoit pas beaucoup. Il n'en relâcha rien de ſes occupations ordinaires, & enfin après avoir fait ſa Claſſe au College *Mazarin* le 22 Decembre 1722. ſans être plus mal que de coûtume, il mourut ſubitement la nuit ſuivante.

Son caractere étoit auſſi ſimple que ſa ſuperiorité d'eſprit pouvoit le demander. J'ai déja donné cette même louange à tant de perſonnes de cette Academie, qu'on peut croire que le merite en apartient plûtôt à nos Sciences qu'à nos Savans. Il ne connoiſſoit point la jalouſie, il eſt vrai qu'il étoit à la tête des Geometres de *France*, & qu'on ne pouvoit compter les grands Geometres de l'*Europe* ſans le mettre du nombre, mais combien d'hommes en tout genre élevés à ce même rang ont fait l'honneur à leurs inferieurs d'en être jaloux, & de les décrier? La paſſion de conſerver une premiere place fait prendre des précautions qui dégradent. Il faut convenir cependant que quand on lui preſentoit quelque idée qui lui étoit nouvelle, il couroit quelquefois un peu trop vîte à l'objection, & à la difficulté, le feu de ſon eſprit, des vûës dont il étoit plein ſur chaque matiere, venoient traverſer trop impetueuſement celles qu'on lui offroit, mais on parvenoit aſſés facilement à obtenir de lui une atten-

tion

tion plus tranquille, & plus favorable. Il mettoit dans la diſpute une chaleur que l'on n'eût jamais cru qu'il eût du terminer par rire. Ses manieres d'agir nettes, franches, loyales en toute occaſion, exemptes de tout ſoupçon d'interêt indirect & caché, auroient ſeules ſuffi pour juſtifier la Province dont il étoit des reproches qu'elle a d'ordinaire à eſſuyer; il n'en conſervoit qu'une extrême crainte de ſe commettre, qu'une grande circonſpection à traiter avec les hommes, dont effectivement le commerce eſt toûjours redoutable. Je n'ai jamais vû perſonne qui eût plus de conſcience, je veux dire, qui fût plus appliqué à ſatisfaire exactement au ſentiment interieur de ſes devoirs, & qui ſe contentât moins d'avoir ſatisfait aux apparences. Il poſſedoit la vertu de reconnoiſſance au plus haut degré, il faiſoit le recit d'un bienfait reçû avec plus de plaiſir que le Bienfaicteur le plus vain n'en eût eu à le faire, & il ne ſe croyoit jamais acquité par toutes ces compenſations, dont on s'établit ſoi-même pour juge. Il étoit Prêtre, & n'avoit pas beſoin de beaucoup d'efforts pour vivre conformément à cet état. Auſſi ſa mort ſubite n'a-t-elle point alarmé ſes amis.

Il m'a fait l'honneur de me leguer tous ſes Papiers par ſon Teſtament. J'en rendrai au Public le meilleur compte qu'il me ſera poſſible. La nouvelle Mechanique eſt en aſſés bon état, & paroîtra au jour, j'eſpere que les Lettres la ſuivront. Du reſte je promets de ne rien détourner à mon uſage

ſage particulier des Treſors que j'ai entre les mains, & je compte que j'en ſerai cru, il faudroit un plus habile homme pour faire ſur ce ſujet quelque mauvaiſe action avec quelque eſperance de ſuccès.

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRES DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCXXII.

OBSERVATIONS
Sur differents Meteores de l'Année M. DCCXXI.

Par M. MARALDI.

NOus avons encore observé plusieurs fois pendant l'année 1721 la Lumiere Septentrionale qui a paru si souvent depuis 1716. Nous la vîmes foiblement le 17 de Janvier & le 22 du même mois. Elle a été fort éclatante le 17 de Fevrier vers les 7 heures du soir, mais elle se dissipa en moins d'une heure ; elle parut plus foible le 22 du même mois,

mois, & dura toute la nuit. Nous obſervâmes de nouveau le 15 d'Août. Elle avoit ce jour là un mouvement extraordinaire, & formoit de grandes ondulations. Le 22 Septembre & le 21 Octobre la Lumiere a paru fort grande depuis 7 heures & demie du ſoir juſqu'à minuit, ayant augmenté & diminué pluſieurs fois à differentes repriſes.

On ne fait que marquer les jours de l'apparence de ce phenomene, parce qu'il a été ſemblable à celui des années précedentes, étant formé en arc convexe vers le Zenith, & placé au deſſus d'un brouillard épais qui s'élevoit de 3 ou 4 degrés ſur l'horiſon. Les jours que la Lumiere étoit grande & belle, elle occupoit entre le Nord-oüeſt un arc de l'horiſon de près de 100 degrés, & elle s'élevoit juſqu'à la hauteur de 20 ou 25 degrés.

Le ſoir du 31 Mai & pendant toute la journée du premier Jnin le Soleil a paru ſi foible, qu'on le pouvoit regarder attentivement ſans qu'il fît aucune impreſſion incommode ſur la vûë. Il faiſoit l'apparence de la Lune pleine, lorſqu'elle eſt vûë à travers de quelques nuages déliés, ce qui a fait croire à pluſieurs qui l'ont vû, que c'étoit une Eclipſe de Soleil; mais cette apparence étoit cauſée par des nuages déliés & répandus également dans l'air, qui empêchoient de voir le Ciel, & qui affoibliſſoient extraordinairement la lumiere du Soleil, comme font les Verres affumés dont les Aſtronomes ſe ſervent dans leurs Obſervations.

Cette apparence a été auſſi remarquée par M. de *Mairan*, qui étoit en *Normandie* à *Breuil-pont*, à 17 lieuës de *Paris*, & par M. *Caſſi-*

Caſſini, qui étoit à *Thuri* en *Picardie*, éloigné de *Paris* de 13 lieuës vers le Nord, ce qui marque que dans cette étenduë de pays il y avoit dans l'air la même diſpoſition.

Obſervations ſur la quantité de Pluye.

On a meſuré comme les années précedentes la quantité de pluye qui eſt tombée pendant l'année 1721.

	lignes		lignes
En Janvier . .	$3\frac{1}{2}$	En Juillet .	6
Fevrier . . .	$9\frac{5}{6}$	Août . .	17
Mars . . .	$6\frac{1}{6}$	Septembre .	$13\frac{1}{6}$
Avril	16	Octobre .	$14\frac{1}{3}$
Mai	$8\frac{2}{3}$	Novembre.	$20\frac{1}{6}$
Juin	$16\frac{5}{6}$	Decembre .	$19\frac{5}{6}$

La ſomme totale de la quantité de pluye eſt de 151 lignes $\frac{1}{3}$ ou 12 pouces 7 lignes & un tiers. Comme la pluye qui tombe dans les années moyennes entre les pluvieuſes & les ſéches eſt de 19 pouces, il paroît que cette année a été ſéche, & qu'il s'en faut près de 6 pouces & demi qu'elle n'arrive à l'état moyen. Les trois premiers mois de l'année n'ont donné qu'un pouce & 7 lignes. Les trois mois de Juin, de Juillet & d'Août en ont donné 6 pouces & 5 lignes, c'eſt-à-dire, la moitié de ce qu'il en eſt tombé pendant toute l'année, comme il arrive ordinairement.

Depuis 32 ans que l'on obſerve regulierement la quantité de pluye, il n'y a que deux années plus ſéches que la précedente, ſavoir l'année 1719, pendant laquelle il ne plut que

9 pouces 4 lignes, & l'année 1694 qui en donna 11 pouces 9 lignes, toutes les autres en ont donné davantage. Sans ces obſervations qui ont été faites avec ſoin, on auroit cru l'année 1721 une des plus abondantes en pluye. Il eſt vrai qu'il a plu ſouvent, mais comme la pluye étoit fine & déliée, elle n'a pas beaucoup fourni d'eau. Cela étant, il ne faut pas s'étonner ſi un grand nombre de ſources qui ont diminué ou tari entierement par la ſéchereſſe exceſſive de 1719, n'ont preſque pas augmenté pendant cette année. Cependant malgré la ſéchereſſe de cette année, on a fait une recolte abondante de toutes ſortes de Grains, parce que la pluye, quoi qu'en petite quantité, eſt tombée dans des temps propres pour la fecondité des campagnes; outre cela les nuages qui, durant le cours de cette année, ont très-ſouvent couvert le Ciel, n'ont pas permis aux rayons du Soleil d'échauffer beaucoup la terre & la deſſecher; deſorte que par cette raiſon encore les campagnes n'ont pas eu tant de beſoin de pluye pour être fecondes.

Malgré le temps couvert & les pluyes frequentes, le Barometre ſimple s'eſt ſoutenu le plus ſouvent à une grande hauteur; il a été à 28 pouces 6 lignes, ce qui eſt le plus haut point où il ſoit arrivé le 18 & le 20 de Janvier, l'air étant ces jours-là tranquille & le Ciel couvert. Il a été à 27 pouces 2 lignes, qui eſt le plus bas où il ſoit deſcendu le 3 de Novembre par un vent de Sud-oüeſt & un temps de pluye.

Le plus grand froid de l'année précedente 1721 marqué par le Thermometre, a été le 22 de Fevrier, ayant deſcendu ce jour-là au

19me,

19me. degré, la terre étant couverte de neige. Cette obſervation a été faite au lever du Soleil, qui eſt le temps du jour le plus froid; l'air étoit alors tranquille & ſerein, avec un peu de brouillard.

La plus grande chaleur de l'Eté marquée par le Thermometre, a été le 7 d'Août & le 8 du même mois, ayant monté ce jour-là à 72 degrés. Cette obſervation a été faite à 3 heures après midi, qui eſt le temps de la plus grande chaleur du jour. Ces jours-là le vent étoit Sud & Sud-eſt, & le Ciel en partie couvert. Il arriva encore au même terme de 72 degrés le 7 & le 28 de Septembre, le Ciel étant ſerein, & ayant fait le jour précédent un vent de Sud-eſt. Nous avons remarqué pluſieurs fois que les plus grandes chaleurs de l'Eté arrivent dans le temps que regnent ces vents de Sud eſt.

Ce Thermometre marque à 48 degrés l'état de l'air temperé comme eſt celui des Caves de l'Obſervatoire; Puiſque dans le plus grand froid de l'année précedente il eſt deſcendu à 19 degrés, il étoit alors 29 degrés plus bas que le temperé; & puiſque dans les grandes chaleurs il eſt monté à 72, il a été ſeulement 24 degrés plus haut que le temperé; donc par rapport au temperé, le froid l'a fait deſcendre 5 degrés plus bas qu'il n'eſt monté par la plus grande chaleur de l'Eté.

Nous remarquerons ici que l'eau n'a pas toûjours gelé au même degré du Thermometre, mais il nous a paru qu'il y a quelque diverſité qui dépend en partie de l'état different de l'air. Nous avons obſervé que le matin du 14 d'Octobre, le Ciel étant ſerein, l'air tran-

tranquille, & le Thermometre à 35 degrés, l'eau s'étoit glacée dans la Cour de l'Obſervatoire. Elle ſe glaça encore plus fort le 15 de Decembre, le Ciel étant ſerein, l'air tranquille, & le Thermometre étant au 30me degré. Cependant le premier & le 2 de Janvier de cette année, l'air étant tranquille, mêlé de brouillards épais, & le Thermometre à 30 degrés, comme le 15 de Decembre & 5 degrés plus bas que le 15 d'Octobre, l'eau n'avoit point gelé. Il n'y avoit donc point d'autre difference dans ces circonſtances, ſinon que le Ciel étoit ſerein, lorſque l'eau fut glacée, & qu'elle ne ſe glaça point, lorſque le Ciel étoit couvert, & qu'il y avoit dans l'air beaucoup de vapeurs.

De la Déclinaiſon de l'Aiman.

On a obſervé le 16 d'Octobre 1721 & le 4 de Janvier 1722 la déclinaiſon de l'Aiman avec une Aiguille de 4 pouces. Cette déclinaiſon étoit de 13° 0′ Nord-oueſt, telle préciſément qu'on la trouva par les obſervations de l'année 1720. Elle n'a donc point changé dans ces deux dernieres années, & paroît ſtationaire, comme elle l'avoit été par les obſervations faites depuis 1716 juſqu'en 1719, comparées enſemble; mais comme elle a augmenté d'un demi-degré entre 1720 & 1721, on ne ſauroit encore décider ſi elle eſt ſtationaire, ou ſi elle augmente encore.

Ce doute vient de ce qu'il eſt difficile de déterminer les minutes dans un Cercle qui n'a que 4 pouces de diametre, comme celui des Bouſſoles ordinaires, ainſi une Aiguille peut

peut faire une petite variation, ſans qu'elle ſoit ſenſible par ces inſtrumens, outre que l'Aiguille peut n'être pas toûjours également libre, quelque précaution qu'on y prenne. On a connu par experience que lorſqu'on veut ſe ſervir des grandes Bouſſoles pour avoir les degrés plus ſenſibles, l'Aiguille ne marque pas toûjours la même déclinaiſon comme elle devroit faire dans le même jour, & comme font ordinairement les plus petites, ce qui vient peut-être de ce que la matiere magnetique qui circule autour de la grande Aiguille & la fait diriger vers le Nord, n'a pas aſſés de force pour vaincre la reſiſtance qu'elle fait par ſon poids, & l'obliger à prendre la même direction, ce qui nous a fait préferer les Bouſſoles de 4 pouces à de plus grandes faites avec une égale attention.

RECHERCHES PHYSICO-MATHEMATIQUES SUR LA REFLEXION DES CORPS.

Par M. DE MAIRAN.

* VOICI le Memoire que j'avois commencé de lire à la Compagnie dès le mois de Fevrier 1719, peu de tems après avoir

* 18 Juillet 1722.

avoir eu l'honneur d'y être reçu. Je ne le donnai point pour l'impreſſion avec les ouvrages de cette année-là, dans le deſſein de ne le faire paroître qu'avec une ſuite, qui en devoit faire la ſeconde partie.

J'avois montré ici ce qui doit arriver à une Sphere qui rencontre obliquement un plan inébranlable. Dans la ſeconde partie je devois faire voir ce qui arrive à une Sphere pouſſée obliquement contre un plan mobile. J'embraſſois par-là ſous la ſeule idée de la Reflexion, & la Reflexion & la Refraction; & cette maniere de les expliquer l'une & l'autre me paroiſſoit non ſeulement très-naturelle, & très-conforme aux loix de Mechanique les plus connuës, mais encore très-propre à en rendre la Theorie applicable aux Phenomenes qui en dépendent.

Je n'ai point changé de ſentiment depuis. Les nouvelles obſervations que j'ai faites ſur cette matiere, ce que j'en ai lû, & tout ce qui en a été dit dans nos Aſſemblées à l'occaſion des Ouvrages qui ont concouru pour les Prix, & des Memoires qu'un ſavant Geometre de la Compagnie a lûs ſur la cauſe de la dureté des corps, & du reſſort; en un mot, tout ce que j'ai pû recueillir de lumieres ſur ce ſujet, m'ont perſuadé de plus en plus de la certitude de mes principes, & de leur utilité pour la Phyſique.

Neanmoins je n'ai pû finir mon ouvrage; cette ſeconde partie où je devois traiter de la Refraction, & dont les materiaux étoient prêts depuis long-temps, je ne l'ai point miſe encore ſous la forme, & dans l'étenduë que je devois lui donner ſelon mon premier

plan

plan. Car je voulois entrer dans un assés grand détail, & j'esperois expliquer d'une maniere sensible les questions curieuses qui ont du rapport à la Refraction. Mais j'ai attendu pour cela un loisir qui n'est point venu, ou que de frequentes indispositions m'ont rendu inutile.

Cependant les circonstances presentes, je veux dire les sujets que l'Academie a proposés, ou qu'elle doit proposer à l'avenir pour les Prix, & les questions que ces sujets ont fait naître sur les effets du ressort, & sur la Reflexion des corps, m'ont souvent obligé de dire de vive voix, & par lambeaux, une partie de ce que j'ai écrit dans ce Memoire. Je crois donc que je ne dois pas differer davantage de le donner tel qu'il est, & que je ne saurois trouver d'occasion plus favorable pour profiter des lumieres de l'Academie & du public sur la matiere que j'y traite.

PREMIERE PARTIE,

De la Reflexion des Corps poussés contre un plan inébranlable.

Des Corps sans ressort.

I. JE ne vois point de principe de Reflexion là où il n'y a point de ressort.

* Soit *AL* un plan horisontal fixe & inébranlable, inflexible & parfaitement dur. Soit de même une Sphere *S*, dont le centre est *C*, parfaitement dur. Soit de même une Sphere *S*, dont le centre est *C*, parfaitement dure & in-

* Fig. 1.

inflexible, & d'une maſſe finie, qui vienne frapper le plan AL, en X, ſelon la direction perpendiculaire DCX, & avec une viteſſe finie.

Il n'y a rien dans le corps ſpherique S, conſideré en lui-même, & dans l'inſtant indiviſible du choc, qui doive le faire aller, ni tendre à aller de X vers D. Car par l'hypotheſe, ſa viteſſe ou ſa direction eſt de D vers X, & il eſt ſans reſſort. Le mouvement contraire de X vers D ne ſauroit donc lui venir que du plan. Mais ce plan eſt ſuppoſé inébranlable; donc il n'a aucun mouvement de X vers D, & par conſequent il ne peut communiquer aucun mouvement de X vers D à la Sphere S. Ce plan eſt encore ſuppoſé parfaitement dur & inflexible; donc aucune de ſes parties en X ne peut ceder par le choc, ni acquerir aucun mouvement particulier en quelque ſens que ce puiſſe être, indépendemment de toute la maſſe, ni par conſequent en communiquer à aucun autre corps. Donc on ne ſauroit trouver ni dans la Sphere S, ni dans le plan AL, aucun principe de mouvement vers D, après le choc, & par conſequent on ne ſauroit concevoir dans leur rencontre aucun principe de Reflexion.

Si l'on demande, quel ſera donc l'effet de la réaction du plan? que devient le mouvement qui exiſtoit avant le choc, & s'il eſt abſolument éteint dans la nature? Je réponds que la réaction du plan eſt uniquement employée à détruire le mouvement de la Sphere, & par conſéquent qu'il perit après le choc. S'il eſt vrai qu'il ſe doive toûjours conſerver une égale quantité de mouvement dans

la

la nature, c'eſt dans la nature telle qu'elle eſt, & non dans un aſſemblage de corps inflexibles, & en partie inébranlables, qui n'eſt qu'une pure fiction.

On peut encore appliquer ici un raiſonnement purement geometrique. Le corps inébranlable *AL* doit être regardé comme une maſſe infinie en repos, &, ſi l'on veut, infiniment infinie par rapport à la Sphere *S*. Selon les loix du choc des corps ſans reſſort, le mouvement du corps *S*, ſe diſtribuë ſur toute cette maſſe infinie, dans l'inſtant du choc, après quoi les deux maſſes *AL*, & *S*, vont énſemble, & par conſéquent, avec la même viteſſe. Mais cette viteſſe eſt égale à la quantité finie de mouvement qui exiſtoit avant le choc, diviſée par les deux maſſes, ou, ce qui revient au même, par la ſeule maſſe infinie. Donc cette viteſſe ſera infiniment petite, &, ſi l'on veut, infiniment petite de l'infinitiéme genre. La quantité de mouvement ſera donc la même après le choc qu'avant le choc, il n'y aura point de mouvement perdu dans la nature, & il n'y reſtera neanmoins qu'uue viteſſe infiniment petite, qui n'eſt autre choſe, phyſiquement parlant, que le repos.

II. Suppoſons maintenant, 1.° Que la Sphere *S* (*Fig.* 2.) ſoit muë obliquement contre le plan *AL*, avec une force finie quelconque, *y*, & ſelon la direction *DCY*. 2.° Que cette direction, & par conſéquent les points *C*, *X*, *Y*, & le cercle *XEF*, ſont dans un plan perpendiculaire au plan *AL*. 3.° Que dans l'inſtant du choc, une puiſſance *z*, dont la direction eſt parallele au plan *AL*, &

& passe par le centre C, pousse ce centre de C vers E, tandis qu'une autre puissance x, dont la direction est perpendiculaire au plan, la pousse de C vers F. 4.° Que ces trois puissances, y, z, x, dont je suppose toûjours les directions dans un seul & même plan, sont entre elles comme les trois côtés, CY, XY, CX, du triangle rectangle CXY.

Cela posé, on sait par les Elemens de Statique que la Sphere S, sera arrêtée, & demeurera en équilibre sur le point X. Mais si l'on imagine que la puissance z cesse tout à coup d'agir ou soit supprimée, il est évident que la Sphere s'échappera par la ligne CZ, parallele à LA, & avec la force z, proportionnelle ou égale à XY. Car la puissance y, qui pousse C vers Y, ne sauroit le faire avancer selon cette direction, à cause de l'obstacle du plan. La Sphere ne sauroit non plus être repoussée du point X vers C, étant sans ressort, & parce que la puissance y fait équilibre à la puissance x, entant qu'elle tire C vers X. Et enfin, en quelque point que la Sphere se trouve sur AL, elle lui presentera toûjours un rayon ou des fibres CX, semblablement posées. L'obstacle sera donc toûjours le même: donc elle doit toûjours aller vers CZ.

Il est clair que c'est là ce qui doit arriver à un corps spherique supposé infiniment dur & inflexible, qui vient choquer obliquement un plan inébranlable de même nature.

Je regarderai toûjours dans la suite de ce Memoire la puissance y, comme composée des deux, z, & x, dans lesquelles on peut imaginer qu'elle se resout à l'instant du choc,

&

comme ayant avec elles le même rapport que la diagonale CY, du parallelogramme rectangle $CXYZ$, avec les côtés CZ, CX. Je suppoſerai auſſi toûjours, à moins que je ne diſe expreſſement le contraire, & que je n'en apporte la raiſon, que la Sphere ſe meut dans le plan des directions de ces trois puiſſances, avant & après le choc. Ce qui eſt évident, & qui revient à l'axiome reçû, que *les angles d'Incidence & de Reflexion ſont dans un ſeul & même plan.*

Voilà tout ce que j'ai crû devoir dire des corps inflexibles & ſans reſſort, avant que de paſſer aux corps flexibles & à reſſort, pour faire mieux ſentir la neceſſité de ces derniers, & la difference qu'il y doit avoir entre les uns & les autres. Cette difference s'évanoüit cependant quant à l'effet, dès que la Reflexion, & la conſervation du mouvement après le choc ſubſiſtent indépendemment du reſſort, indépendemment de la compreſſion, & de la reſtitution des parties des corps choqués. Or s'il n'y a point de difference par rapport à la Reflexion, entre les corps ſuppoſés ſans reſſort, & les corps doüés de reſſort, l'élaſticité, quelle qu'en ſoit la cauſe, devient abſolument ſuperfluë & de nulle proprieté dans la nature: & ſi l'on remonte juſqu'à ſa cauſe, juſqu'au fluide inviſible quelconque qui ſe meut dans les pores des corps élaſtiques, ou qui tend à s'y dilater par quelque force centrifuge, ce fluide, ce mouvement & cet effort quelconques demeurent encore inutiles dans l'Univers, & ne font à cet égard que ce qu'auroit fait ſans eux, le vuide & le repos.

Quelques abſurdes que me paroiſſent ces conſéquences, je n'exige pas cependant de mes Lecteurs qu'ils les rejettent, ni qu'ils embraſſent mon hypotheſe ſur cette matiere. Je la crois de beaucoup la plus probable, elle m'a paru répandre quelque jour ſur la matiere que je traite dans ces recherches; mais enfin elle n'a point de liaiſon neceſſaire avec elles, & l'on peut parfaitement s'en paſſer. Je vais rentrer dans la nature telle qu'elle eſt, ou que nous la voyons, & raiſonner ſur des faits connus, & avoués de tous les Phyſiciens modernes.

De la Reflexion des Corps à reſſort.

SUPPOSITIONS, OU DEMANDES.

III. 1re. DEMANDE. Pour rendre mes explications plus ſimples, je ſuppoſerai d'abord, que *les corps reprennent à contre-ſens par leur reſſort, après le choc, autant de viteſſe qu'ils en avoient avant le choc.*

Je ferai voir dans la ſuite le changement que le plus ou le moins de viteſſe après le choc, doit apporter à la Reflexion. Cependant cette hypotheſe n'a rien qui ne ſoit à peu près conforme à l'experience. Sur quoi on peut voir le *Traité de la Percuſſion* de M. *Mariote**.

2de. DEMANDE. *Le reſſort n'agit pas dans un inſtant indiviſible, il employe un temps à ſe tendre ou à ſe comprimer, & un temps à ſe détendre & à ſe redreſſer, & ces deux temps ſont égaux.*

Il n'y a rien dans cette propoſition qui ne ſoit très-conforme à la Raiſon, & à l'experience. Les vibrations des corps à reſſort ſont ſenſibles à la vûë, ou au toucher, & leurs differentes durées, que l'on calcule, font aujourd'hui le principal objet de l'*Acouſtique*.

Un mobile qui vient frapper un reſſort ne ſauroit lui communiquer tout ſon mouvement ou toute ſa force dans un inſtant, parce que le reſſort lui cede, qu'il fuit, & qu'il ſe dérobe à ſon action. Il faut, ſi j'oſe m'exprimer ainſi, que cette action ou cette force le pourſuive, & s'applique continument ſur lui, pour s'y tranſmettre toute entiere Car les corps flexibles, tels que ſont les corps à reſſort, tiennent un milieu entre l'extreme molleſſe ou la fluidité; & la dureté infinie. Or on ſait que les fluides ne peuvent ni recevoir ni communiquer leur mouvement, que par un choc & une application ſucceſſive, & dans un temps fini. Le reſſort fuira donc d'abord devant le mobile; mais il ne fuira pas avec autant de viteſſe qu'il eſt pourſuivi. Si cela étoit, le mobile ne pourroit plus rien lui communiquer, ne lui ayant encore communiqué qu'infiniment peu de ſa force; & s'il ne lui communiquoit plus rien, il ne feroit pas vrai, comme l'experience le montre, & comme on le ſuppoſe, qu'il lui tranſmet ſenſiblement toute ſa force. Ce n'eſt donc que par une application ſucceſſive, & par une diſtribution continuelle de forces & de viteſſes données & perduës, que le mobile parvient enfin pour un inſtant indiviſible au repos, & le reſſort au même degré de force

ce qu'avoit le mobile, ou à une tenſion égale à cette force. Il en faut dire autant de la reſtitution; le reſſort rend au mobile autant de mouvement que le mobile en avoit perdu, & la même cauſe qui fait qu'il lui en rend autant, doit faire qu'il le lui rende dans un temps égal, & par les mêmes degrés en ordre renverſé, qu'il avoit été perdu. Le relevement du reſſort eſt à ſon abbaiſſement comme la réaction eſt à l'action, ou plutôt n'eſt qu'une réaction. La force eſt la même par l'hypotheſe, appliquée à un même nombre de parties ou à une maſſe égale, à une maſſe qui fuit, & qui doit fuir de la même maniere. Car la reſtitution du reſſort remet en leur place les parties déplacées; & partant une puiſſance égale fait parcourir à une égale quantité de matiere un eſpace égal. Donc les temps ſeront égaux, ce qui emporte encore l'analogie des degrés de viteſſe.

Je diſtinguerai donc *deux temps* dans la durée de l'action du reſſort: *le temps de la compreſſion*, & *le temps de la reſtitution*, ſans mettre pourtant ni repos ni intervalle entre le dernier inſtant de la compreſſion, & le premier inſtant de la reſtitution.

3me. DEMANDE. Dans les corps dont le reſſort eſt vif, & tels que je les ſuppoſe, *la compreſſion & l'applatiſſement que le choc cauſe en un ſens à quelques-unes de leurs parties, produit une extenſion en un autre ſens dans ces mêmes parties, & dans leurs voiſines.*

Il paroît par une experience de M. *Mariotte*, adoptée par M. *de la Hire*, par M. *Muys*, & par tous les Phyſiciens que j'ai vûs ſur cet-

cette matiere *, il paroît, dis-je, que la compreſſion de l'endroit choqué ſe diſtribuë bientôt dans tout le reſte de la maſſe, & qu'un corps ſpherique, par exemple, d'ivoire ou d'acier bien trempé, doit devenir ſenſiblement un Spheroïde Elliptique applati.

DE'FINITIONS.

1. J'appelle *Tendance* d'un corps, l'effort qu'il fait ou qui lui eſt imprimé pour aller vers un certain côté, où il iroit en effet, s'il étoit livré à lui-même, & s'il ne trouvoit aucun obſtacle ſur ſon chemin, qui l'en empêchât.

2. Je rapporte *les angles d'Incidence* & *de Reflexion* au plan reflechiſſant, & non à la perpendiculaire menée à ce plan. C'eſt-à-dire que je prends pour l'*angle d'Incidence*, celui que la direction du mobile fait avec le plan avant la Reflexion, & pour l'*angle de Reflexion*, celui que la direction du mobile fait avec le même plan après la Reflexion. C'eſt-là, ce me ſemble, la notion la plus commune, & l'uſage ordinaire parmi les Auteurs qui ont écrit ſur cette matiere. Ceux d'entre les modernes * qui en ont uſé autrement, & qui ont rapporté les angles d'Incidence & de Reflexion à la perpendiculaire, ne l'ont fait que pour une raiſon d'uniformité, par rapport à la Refraction, qui étoit leur principal objet, & dont en effet il faut rapporter le ſinus à la perpendiculaire.

Mais

* Mariote *Traité de la Percuſ. Prop.* 27. De la Hire *Mechan. prop.* 118. Muys, *Elementa Phyſ. p.* 409. &c.

* Hug. *Diopir.* Newt. *Opt.*

Mais cette raiſon n'a pas lieu ici, où je traite principalement de la Reflexion, & où je ne dois faire entrer la Refraction que comme une de ſes eſpeces.

3. Les mêmes angles rapportés à la perpendiculaire, je les appellerai *complemens des angles d'Incidence & de Reflexion*, ou *angles d'inclinaiſon de l'Incidence & de la Reflexion*: puiſqu'ils ſont en effet les complemens à l'angle droit, & qu'ils déterminent l'inclinaiſon des directions du mobile par rapport au plan reflechiſſant.

De la Reflexion directe.

IV. Soit la Sphere à reſſort *S*, (*Fig.* 3.) dont le centre eſt *G*, pouſſée contre le plan inébranlable *AL*, ſelon la direction perpendiculaire *RGB*, enſorte qu'elle vienne le choquer au point *B*, avec une certaine quantité finie de mouvement.

Il ſeroit inutile de parler du reſſort du plan; deux ou pluſieurs reſſorts appuyés les uns ſur les autres ne ſoutiennent pas un plus grand poids qu'un ſeul, & n'ont pas plus de force pour ſe relever. Je ſuppoſe donc toûjours le plan infiniment dur & inflexible, je fais abſtraction de ſon reſſort, & je n'en admets que dans le mobile.

Cela poſé, il eſt clair, 1o. Que le corps ſpherique *S* fera en *B* un effort égal à la quantité de ſa maſſe multipliée par ſa viteſſe. 2o. Puiſque nous ſuppoſons *S* flexible & à reſſort, toutes les fibres qui ſont dans la ligne *DB* s'approcheront du point *B*, les fibres

bres FE s'éloigneront du centre G, le point G descendra en g, par exemple, le diametre FE, deviendra CK, &, par la *troisiéme Demande*, toute la Sphere prendra à peu près la figure $BCIK$, 3o. Par la *seconde Demande*, ce changement se fera pendant une certaine durée de temps.

D'où il suit, que le centre G ne s'approchera du plan vers B, que successivement, & en retardant toûjours son mouvement, jusqu'à ce qu'enfin au dernier instant de la compression ou au commencement de l'explosion, il puisse être consideré comme en repos. Car depuis le moment où la Sphere a rencontré le plan, la puissance quelconque x, qui la pousse contre ce plan selon la ligne Rx, trouve toûjours en approchant du centre C, un plus grand nombre à étendre de G vers E & vers F; ou, ce qui revient au même, elle a toûjours à resserrer, & à étendre davantage un même nombre de fibres, jusqu'au dernier instant de la compression, où toute sa force a passé dans le ressort. C'est-à-dire, que la puissance x, qui n'étoit employée avant le choc, qu'à faire aller la Sphere S, de R vers B, ne l'est plus après le choc, qu'à faire rapprocher ses fibres selon la ligne de direction RB, & à les écarter selon la ligne EF, perpendiculaire à la précedente. Les mouvemens particuliers des parties qui composent la masse de la Sphere, en diminuent de plus en plus le mouvement total, & l'absorbent enfin entierement.

Donc à chaque instant de la durée du premier temps, je veux dire, pendant la compression du ressort, le centre de gravité G, ten-

tendra à ſuivre la ligne Gx, avec des forces ſucceſſivement décroiſſantes, dont chacune en particulier ſera égale à x, moins la force communiquée au reſſort dans cet inſtant. Deſorte que ſi l'on nomme cette force p, & qu'on imagine le plan AL ſubitement ôté dans un de ces inſtants quelconque, le point ou centre G, & avec lui tous les autres points de la Sphere, c'eſt-à-dire, la Sphere même, dont il détermine la direction, ſuivront en effet la ligne Gx dans l'inſtant donné, avec une force ou quantité de mouvement égale à $x - p$.

Ce que j'appelle ici *force* & *mouvement* peut être pris auſſi pour la *viteſſe*, à cauſe de la maſſe conſtante de la Sphere, qui rend toûjours leurs valeurs proportionelles.

Il faut appliquer les mêmes raiſonnemens à la reſtitution du reſſort, qui ſurvient immediatement après la derniere compreſſion. Car par la *premiere Demande*, le reſſort doit rendre au mobile tout le mouvement que le mobile avoit perdu; & par la *ſeconde*, la viteſſe de G vers R doit croître en ordre renverſé, de la même maniere que la viteſſe de G vers B, avoit diminué. Le centre G à chaque inſtant de cet accroiſſement doit s'écarter du plan AL, avec une viteſſe égale à celle avec laquelle il s'en approchoit dans l'inſtant correſpondant de la compreſſion; & toute la Sphere s'échapperoit en effet avec une viteſſe égale à celle de ſon centre de gravité G, ſi dans quelqu'un de ces inſtants on ſupprimoit le plan. Mais il faut prendre garde que le reſſort ou les fibres qui ſe débandent, ne pouvant communiquer de mouvement à G, que pendant qu'elles appuyent ſur le plan AL, con-

contre lequel se fait la réaction, elles ne sauroient obliger la Sphere à se détacher du plan, qu'après que la viteſſe qu'elles communiquent au centre de gravité *G*, ſera devenuë égale ou ſurpaſſera un peu la viteſſe de leur détente & de leur rétabliſſement. Car il eſt clair, que tant que les parties du reſſort ſe déployeront, ou tendront à ſe déployer de *G* vers *B*, avec plus de viteſſe que le point *G* ne va de *G* vers *R*, le mobile ne ſauroit ſe ſéparer du plan. Et puiſque le retabliſſement du reſſort paſſe en retrogradant par tous les mêmes degrés de viteſſe que la compreſſion, il eſt encore évident que la viteſſe requiſe dans *G*, pour ſéparer la Sphere du plan, ou pour ſurpaſſer d'une quantité infiniment petite la viteſſe de l'exploſion des fibres, doit être préciſement égale à la viteſſe de l'inſtant immediat avant la rencontre du plan. Les viteſſes ſont toûjours en raiſon renverſée des compreſſions du reſſort; la moindre des compreſſions ſucceſſives eſt la premiére, & la plus grande la derniere. C'eſt tout le contraire des reſtitutions; ainſi la derniere viteſſe des reſtitutions doit être égale à la permiére viteſſe des compreſſions.

Je ne m'arrêterai point à montrer que l'Elliptoïde plat *BCIK*, ou telle autre figure qu'on voudra, après être redevenu Sphere, ſe changera en Elliptoïde oblong, & que le corps *S* continuera ainſi de paſſer ſucceſſivement par ces trois figures, autant que dureront les vibrations des parties qui le compoſent; c'eſt un balancement analogue, quant à l'effet, à celui d'un pendule qu'on auroit tiré de ſon point d'équilibre, ou aux vibrations d'une corde tenduë.

De

De la Reflexion oblique.

V. Soit la Sphere *E*, (*Fig.* 4.) dont le centre eſt *C*, pouſſée obliquement ſelon la direction *DCY*, contre le plan *AL*. Je dis,

1°. Que *la Sphere* E, *pendant la compreſſion du reſſort, tendra ſucceſſivement vers le plan* AL, *par une infinité de directions* CY, Cy, CM, &c. *toûjours plus inclinées au plan, juſqu'à la derniere* CZ, *qui lui ſera parallele, & avec une force totale décroiſſante, juſqu'à ce qu'elle devienne égale à la puiſſance z, au dernier inſtant de la compreſſion.*

Car (*article II.*) la force totale *y*, qui faiſoit aller la Sphere ſelon la direction *DCY*, ſe reſout en deux puiſſances *x*, *z*, leſquelles agiſſent dans la proportion des côtés *CX*, *CZ*, du Parallelogramme rectangle *CXYZ*. La puiſſance *z*, demeure conſtante, & ne reçoit aucune alteration de la rencontre du plan, parce que ſa direction eſt parallele à ce plan: mais (*article IV.*) la puiſſance *x* va en décroiſſant pendant toute la durée de la compreſſion, juſqu'à ce qu'elle devienne $=o$. Donc ſi dans le premier inſtant du choc elle eſt égale à *CX*, dans le ſecond elle ſera égale, par exemple à *Cx*: de ſorte que menant la parallele *xy*, infiniment proche de *XY*, le parallelogramme *CXYZ*, ſe changera en *CxyZ*; & de même dans les inſtants ſuivans, *x* devenant, par exemple, égale à *CP*, &c. juſqu'à $x=o$, le parallelogramme *CXYZ*; ſe changera en *CPMZ*, &c. & enfin ſe confondra avec la ligne *CZ*. Or il eſt clair par les principes allegués, que le mouvement com-

composé ou la tendance totale de la Sphere dans chacun de ces instants, sera égale à la diagonale correspondante du parallelogramme de l'instant donné, & que sa direction se confondra avec cette même diagonale. Et puisque l'on peut concevoir une infinité de diagonales renfermées dans l'angle *YCZ*, qui appartiendront à de tels parallelogrammes, la Sphere aura successivement une infinité de tendances toûjours plus inclinées au plan, pendant la durée de la compression, jusqu'à le derniere *CZ*, qui sera parallele au plan.

VI. 2e. Je dis, que *pendant la restitution du ressort, la Sphere tendra successivement à s'éloigner du plan, par une infinité de lignes* Cz, CN, &c. *toûjours moins inclinées au plan, avec une force totale croissante, jusqu'à ce qu'elle devienne égale à la force de l'instant avant le choc.*

Cette proposition n'est que la converse de la précedente, & n'a pas besoin d'autre preuve que celle de la seconde partie de l'*art.* IV. Il est clair que *PM* s'approchant toûjours de *CZ*, & se confondant enfin avec elle, lorsque $x = 0$, comme on vient de voir dans l'article précedent, passera au de-là en *cz*, *QN*, &c. lorsque la puissance x, de positive qu'elle étoit, deviendra negative, ou agira en un sens contraire à celui de la compression. Par conséquent les diagonales *CM*, &c. se changeront en *Cz*, *CN*, &c. jusqu'à la derniere *CV*, du parallelogramme *CTVZ*, laquelle par le même *art.* IV. & par la *premiére Demande* doit être égale à *CT*, c'est-à-dire, à la force totale de l'instant avant le choc.

VII. 3o. Enfin, *l'angle de Reflexion* ZCV,

ZCV, *que* CV *fait avec le plan* AL, *ſera égal à l'angle d'Incidence* DCI *ou* DYL.

Je ne conſidere ici que le centre de gravité *C*, dans le premier, & dans le dernier inſtant du choc: car comme c'eſt ce centre qui donne, pour ainſi dire, la loi à la Sphere dans ſon mouvement total, elle ne ſauroit éviter de ſuivre le chemin qu'il tient quand elle ſe détache du plan. Ainſi la démonſtration de l'égalité des angles *ZCV* & *DCI*, doit être cenſée celle des angles *AXH*, *AYF*, & *GXL*. *DYL*, par rapport à tout autre point de la Sphere, & à tout autre lieu où l'on pourroit l'imaginer. Mais par les articles précedents, le parallelogramme *CTVZ* eſt ſemblable & égal au parallelogramme *CXYZ*, donc ſa diagonale *CV*, fait avec ſes côtés *CZ*, *CT*, un angle égal à celui que la diagonale *CY*, qui n'eſt que *DC* prolongée, fait avec ſes côtés *CZ*. *CX*; & partant, $ZCV = ZCY = DCI = DYL$.

Cela eſt encore évident par la Theorie des puiſſances qui ſont équilibre à pluſieurs autres, car la puiſſance *z* demeure conſtante, & agit toûjours par la même direction; la puiſſance *x* eſt auſſi dans ſa même ligne de direction *TX*, toûjours perpendiculaire à la direction de *z*, elle agit ſeulement en ſens contraire après le choc avec la même force qu'au commencement du choc (*premiere Demande*). Donc une troiſiéme puiſſance égale à *y*, ne peut leur faire équilibre, ſi elle ne ſe trouve ſur une direction ſemblablement poſée, & qui partage l'angle de leurs directions, en même raiſon que la direction de *y* partageoit l'angle des directions de *x*, & de *z*, au premier inſtant du choc.

VIII.

VIII. Pour avoir dans un lieu geometrique toutes les variations des puiſſances x, y, entre elles & la conſtante z, & toutes les directions ou tendances correſpondantes de la Sphere, depuis le premier inſtant du choc & de la compreſſion, juſqu'au dernier inſtant du contact & de la reſtitution du reſſort ; ſoit du centre C de la Sphere (*Fig.* 5.) & toujours dans un même plan, élevée la perpendiculaire CP à la ligne de direction DT, qui eſt celle du premier inſtant du choc. Ayant enſuite pris à volonté un point quelconque P, ſur la ligne CP, & du point K, milieu de CP, comme centre, décrit un cercle $CMZzC$, l'arc $CMZz$ de ce cercle ſera le lieu que l'on cherche. Savoir, l'arc CMZ compris entre les directions CX, CZ, du premier, & du dernier inſtant de la compreſſion du reſſort, le lieu de tous les rapports des puiſſances, y, x, z, & de toutes les tendances de la Sphere pendant la compreſſion ; & l'arc ZPz compris entre les directions CZ, Cy, du premier & du dernier inſtant de la reſtitution du reſſort, le lieu de tous les rapports de ces mêmes puiſſances, & de toutes les tendances de la Sphere, pendant la reſtitution. Et ces arcs ſeront égaux, étant la meſure de deux angles égaux, YCZ, yCZ, comme on vient de voir (*art. VII.*)

Car ayant mené du point P, autant de lignes qu'on voudra, PM, PN, PZ, Pn, Pm, &c. à des points quelconques M, N, Z, n, m, de la circonference $CMZz$, & du centre C, de la Sphere, autant de lignes de direction CE, CF, CZ, Cf, Ce, qui paſſent

ſent par les extremités M, N, Z, n, m, des cordes PM, PN, PL, Pn, Pm. Il eſt évident, par la proprieté du cercle, que toutes ces lignes formeront par leur concours autant de triangles rectangles CMP, CNP, Cnb, &c. qui auront le ſommet de leur angle droit à la circonference $CMZn$. D'où il ſuit, en ſuppoſant tout ce qui vient d'être demontré dans les articles précedents, & la même conſtruction.

1°. Que le triangle CPZ, dont la baſe CZ eſt parallele au plan reflechiſſant AL, eſt rectangle en Z, & que ſes trois côtés ſont perpendiculaires aux trois directions, ſelon leſquelles le point C eſt cenſé tiré par les puiſſances y, x, z, dans l'inſtant de la rencontre du plan ; ſavoir PC perpendiculaire à DY, par conſtruction, & PZ, CZ, perpendiculaires à CZ, CX, à cauſe de CZ parallele à AL, & de l'angle droit en Z. Et partant, les trois côtés de CPZ ſont proportionnels aux trois puiſſances, qui tirent ou qui pouſſent le point C dans les lignes CY, CX, CZ, de même que les côtés du triangle CYX, qui lui eſt ſemblable.

2°. Que dans les inſtants après la rencontre du plan & pendant toute la compreſſion du reſſort les cordes PM, PN, &c perpendiculaires aux directions CE, CF, correſpondantes à chacun de ces inſtants, coupent le côté CZ, du triangle CPZ, en des points G, H, qui déterminent les nouveaux triangles PCZ, en des points G, H, qui déterminent les nouveaux triangles PGZ, PHZ, dont les côtés repreſentent les valeurs des trois puiſſances z, y, x, & leurs rapports actuels dans ces inſtants,

tants, jusqu'au moment de la restitution, où x devenant o, le triangle s'évanouït & se change en la ligne ou côté PZ; parce que la puissance constante z, proportionnelle à ce côté invariable est la seule qui agit dans cet instant.

3°. Que dans les instants semblables de la restitution du ressort, les valeurs & les rapports de x, y, doivent être pris au de-là de PZ, vers c, à cause que x agit en sens contraire à la compression, & que ses valeurs deviennent negatives. Ainsi les cordes Pn, Pm, &c. & la tangente en P, étant prolongées, iront couper CZc prolongée, en b, g, p; elles avanceront toûjours vers c, & elles détermineront sur le prolongement Zc, les bases Zb, Zp, Zg, des triangles PbZ, PpZ, PgZ, dont les côtés seront proportionnels aux puissances y, x, z, pendant les instants correspondants de la restitution du ressort, jusqu'à ce qu'enfin la valeur de x étant redevenuë aussi grande qu'à l'instant du choc, & l'angle yCZ égal à ΥCZ, la corde zP prolongée aille aboutir en c, & déterminer la base $Zc = ZC$, du triangle PcZ égal & semblable à PCZ.

Ce qui est évident par la perpendicularité continuelle des côtés variables de ces triangles avec les directions changeantes des puissances auxquelles ils sont proportionnels.

Il faut encore remarquer dans cette Figure, 4°. Que le triangle PCZ, ou PcZ, & tous les décroissants PGZ, PHC, &c. qui ont le sommet de leur angle droit au point Z, & leur perpendiculaire constante $P\Upsilon$, representent par leurs trois côtés les valeurs & le

le rapport des trois puiſſances x, y, z, telles qu'elles ſont à chaque inſtant du reſſort, en prenant toûjours z pour conſtante; parce que la perpendiculaire PZ eſt proportionnelle à cette puiſſance.

5°. Que les triangles où le ſommet de l'angle droit parcourt le lieu geometriqûe $CMZz$, donnent, par la variation des côtés qui comprennent cet angle, le rapport changeant des deux puiſſances x, z, entre elles ſeulement, en prenant y pour conſtante pendant la compreſſion du reſſort, & pour changeante entre de certaines limites pendant la reſtitution. Savoir, les triangles PZC, PNC, PMC, &c. où l'angle droit parcourt avec ſon ſommet, Z, N, M, &c. l'arc ZMC, en allant de Z vers M, & dont le diametre PC fait toûjours l'hypothenuſe, donnent par leurs côtés appuyés ſur elles tous les changemens de rapport de x à z, pendant la compreſſion du reſſort. Et les triangles Cnb, CPp, Cmg, &c. où le ſommet de l'angle droit parcourt l'arc ZPz de Z vers m, & dont l'hypothenuſe Cb, Cp, Cg, &c, varie entre les limites CZ & $Cc = 2CZ$, donnent de même par les deux côtés qui comprennent l'angle droit, tous les rapports de x à z, pendant la reſtitution du reſſort. Le côté CN, CM, &c. qui paſſe par zero quand PM vient à ſe confondre avec PC & à changer de poſition Cn, Cm, &c. eſt celui qui repreſente x.

6°. Que dans la variation qui ſe fait pendant la reſtitution du reſſort, ſelon l'hypotheſe du n°. précedent, on trouve un triangle CpP ſemblable à CPZ; & c'eſt dans l'inſtant

tant où la direction de la Sphere CP, eſt perpendiculaire à la direction DT de l'inſtant du choc, & où le rapport de x à z eſt renverſé, eu égard à cet inſtant; puiſque pP (x) eſt à PC (z), comme PZ (z) dans le cas de z conſtante *ſupra* no. 4. étoit à CZ (z) au moment de la rencontre du plan. Après l'inſtant de la direction CP, le concours des côtés proportionnels aux deux puiſſances x, z, ſe fait au de-là de P, vers m, juſqu'à l'extremité z de l'arc Zz, où l'on retrouve un autre triangle Ccz, ſemblable au précedent & à CPZ, & où le rapport de x à z eſt renverſé de nouveau; & rétabli dans ſon premier état, c'eſt-à-dire, comme il étoit dans l'inſtant du choc, excepté ſeulement que x agit en ſens contraire. Ce qui eſt encore repreſenté dans la Figure par les poſitions differentes des trois triangles CZP, CpP, Ccz.

On n'y doit pas trouver de même le rapport changeant de y à z, ſoit pendant la compreſſion, ſoit pendant la reſtitution du reſſort, par l'hypothenuſe des triangles, & le côté proportionnel à z, en prenant x pour conſtante. Car y ayant un moment où y, & z deviennent infinies par rapport à x, ſavoir l'inſtant qui finit la compreſſion, & qui commence la reſtitution du reſſort, on ne ſauroit aſſigner de côté fini conſtant, & proportionnel à x, ſans que les deux autres côtés du triangle ne devinſſent infinis dans cet inſtant.

COROLLAIRES.

IX. *Corol.* 1. Il ſuit des articles précedents, que *ſi le reſſort ne redonne pas à la Sphere la même quantité de mouvement après le choc, elle ſe reflechira par un angle plus petit que l'angle d'Incidence; & au contraire, que ſi le mouvement eſt plus grand, l'angle de Reflexion ſera plus grand que l'angle d'Incidence.*

Car le reſſort ne peut communiquer de mouvement au corps ſpherique E (*Fig.* 4.) que ſelon une ligne XC, perpendiculaire au plan; par conſequent il n'y a que la puiſſance x, comme il a été déja remarqué (*art. VII.*) qui puiſſe en recevoir de la diminution, ou de l'augmentation. Donc le parallelogramme $CTVZ$ ſe changera dans le premier cas, en $CQNZ$, par exemple, & dans le ſecond en $C\tau\upsilon Z$, dont les diagonales CN, $C\upsilon$, doivent faire avec CZ, l'une un angle plus petit, l'autre un angle plus grand que $ZCV = DCI$.

X. *Corol.* 2. Dans l'un & dans l'autre cas, *le ſinus du complement de l'angle de Reflexion* (par rapport au quart de cercle TR) *eſt au ſinus du complement de l'angle d'Incidence, en raiſon renverſée des forces totales de la Sphere, c'eſt-à-dire comme la quantité de mouvement ou la viteſſe avant le choc, à la quantité de mouvement après le choc.*

Car ayant mené des points u, n, où les diagonales CV, CN, coupent le cercle TRX, les ſinus us, ni, ſur le diametre TX, on trouvera par l'analogie des triangles ſemblables

bles Cus, CVZ, & Cni, CNZ, que $Cu.us :: CV. CZ$, & Cn ou $Cu.ni :: CN. CZ$. d'où l'on tire $us \times CV = ni \times CN$, & $us. ni :: CN. CV$. Mais (*conſtruct.*) l'angle CVZ égal à VCT égal à l'angle DCT, complement de l'angle d'Incidence $DCI = DYL$, & la diagonale $CV = CY$, repreſente la quantité de mouvement avant le choc, comme CN, la quantité de mouvement après le choc. Donc, &c.

XI. *Corol.* 3. Il eſt clair que ce même rapport a lieu pour toutes les tendances ou directions que ſuivroit la Sphere, ſi l'on ôtoit le plan dans un inſtant quelconque de l'action du reſſort, pendant ſa compreſſion, ou pendant ſa reſtitution. Si l'on fait donc la puiſſance x, après le choc, ou dans un inſtant quelconque de la compreſſion ou de la reſtitution du reſſort, $= x + p$; (en prenant toûjours dans les formules que nous allons donner, les lettres y, x, z, pour les quantités qu'elles repreſentent à l'inſtant du choc; ou pour les trois côtés CY, CX, XY, du triangle CXY) le ſinus du complement de l'angle d'Incidence $= S$, & le ſinus du complement de l'angle de Reflexion $= \Sigma$, on aura toûjours $\Sigma, S :: CV$ ou CY $(\sqrt{xx+zz}.)$ CM ou CN, &c. $(\sqrt{xx \pm 2px + pp + zz}.)$ &

$$\text{partant, } \Sigma = \frac{S\sqrt{xx+zz}}{\sqrt{xx \pm 2px + pp + zz}}.$$

ſera la formule du ſinus du complement de l'angle de Reflexion, pour toutes les valeurs

de x après le choc, la puiſſance z demeurant toûjours la même.

Et ſi l'on ſuppoſe tout le reſte connu, & la valeur p inconnuë, on la trouvera par la reſolution de l'équation précedente, où p ne peut jamais monter qu'au ſecond degré. Pour la rendre plus ſimple, on peut mettre, au lieu de $xx + zz$, leur valeur, yy, qui repreſente le quarré de la force ou de la viteſſe totale de l'inſtant avant ou après le choc dans le cas de l'égalité des angles, & elle deviendra

$$pp \pm 2xp + yy \times 1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma} = 0.$$

Il faut ſeulement obſerver que dans les inſtants de la compreſſion, c'eſt l'angle CMP, par exemple, qui repreſente l'angle de Reflexion, & MCP ſon complement; parce que CM eſt la ligne que ſuivroit la Sphere, ſi le plan étoit ôté dans cet inſtant; ſelon ce que nous avons établi, que les angles de Reflexion & d'Incidence ſeroient toûjours ceux que font les diagonales de l'inſtant avant le choc, & de l'inſtant donné après le choc, avec le plan AL, & leurs complements les angles que ces mêmes diagonales font avec la perpendiculaire TX.

XII. *Corol.* 4. Juſqu'ici nous avons ſuppoſé la puiſſance z invariable, comme elle doit être en effet, à moins que quelque cauſe étrangere ne ſurvienne pendant le choc. Mais ſans entrer dans le détail de la cauſe, imaginons que la puiſſance z change après la ren-

rencontre du plan, tandis que la puiſſance x demeure de même valeur, & ne fait que devenir negative de poſitive qu'elle étoit.

Dans cette ſuppoſition l'analogie précedente $\Sigma. S :: CV. CN$ ou CM, &c. ſubſiſteroit bien encore; mais la ligne CN, ou CM, &c. ne ſauroit plus repreſenter la force totale après le choc, à cauſe de la compoſante z, dont la valeur doit aller au de-là du point Z, ſi elle eſt plus grande après le choc qu'avant le choc, ou demeurer en deçà vers C, ſi elle eſt plus petite. Mais on pourra avoir alors directement les ſinus de Reflexion, au lieu de leur complement. Car ſoit (*Fig. 6.*) $C\Upsilon = y$, $CX = x$, $CT = -x$, CZ ou $TV = z$, viteſſe horiſontale avant le choc, & $C\zeta$ ou $T\upsilon$ égale à la viteſſe horiſontale après le choc. Il eſt clair que ce ſera la diagonale $C\upsilon$, qui repreſentera & la direction que doit ſuivre la Sphere après le choc, & ſa force ou viteſſe totale. Que ſi au contraire la viteſſe horiſontale avoit diminué, & n'étoit après le choc qu'égale à Cz, ce ſeroit la diagonale Cu. Or ſi j'abbaiſſe des points t, τ, où les diagonales CV, $C\upsilon$, coupent le cercle TXK, les ſinus ts, $\tau\theta$, ſur le diametre KH, parallele au plan reflechiſſant AL, j'aurai les triangles ſemblables $C\tau\theta$, υCT, & Cts, VCT; d'où je tire par la même voye que ci-deſſus, *corol.* 2. *art.* X, $\tau\theta . ts :: CV . C\upsilon$. & ainſi des autres. Donc ſi je nomme z la puiſſance ou viteſſe horiſontale avant le choc, & $z \pm r$, cette même puiſſance après le choc; S, le ſinus de l'angle d'Inci-

 dence

dence $DCH = VCZ$, & Σ, le ſinus de l'angle de Reflexion ZCv, ou ZCu, &c. j'aurai par rapport au changement de valeur de z, deux formules ſemblables à celles que j'ai eu pour le changement de valeur de la puiſſance x, dans le *corol.* 3. *art. XI.* Savoir, pour le ſinus de l'angle de Reflexion, $\Sigma = \frac{S\sqrt{xx+zz}}{\sqrt{zz+2rz+rr+xx}}$

Et pour l'augmentation ou la diminution de la puiſſance z, (ayant fait $xx+zz=yy$)

$$rr+2r+yy\times 1-\frac{SS}{\Sigma\Sigma}=0.$$

Si l'on vouloit appliquer ces formules à la tendance ou direction quelconque qui ſuivroit la Sphere, dans un inſtant donné de la compreſſion du reſſort, où le plan AL ſeroit ſupprimé, par exemple, à la direction Ci, il faudroit alors ſe ſervir de la ligne AL, au lieu de $vT\pi$, pour l'analogie des triangles.

XIII. *Corol.* 5. Suppoſons maintenant que les puiſſances x, & z, ſe trouvent toutes deux differentes après le choc de ce qu'elles étoient avant le choc, ce qui eſt le cas le plus general & le plus compoſé, & qui comprend tous les autres. On voit bien qu'alors on ne ſauroit plus avoir immediatement aucune des formules précedentes: car la ſomme des quarrés des deux puiſſances après le choc, peut être égale à leur ſomme avant le choc, quoiqu'aucune en particulier ne ſoit la même; ce qui donneroit une viteſſe

ou

ou force totale après le choc égale à la force totale avant le choc, quoi-que l'angle de Reflexion pût être fort different de l'angle d'Incidence, ou au contraire, la force après le choc pourroit être plus petite qu'avant le choc, & les angles d'Incidence & de Reflexion être égaux; & enfin parce que dans tous ces cas (*Fig.* 4.) l'extremité M, N, V, &c. des diagonales, CM, CN, CV, &c. ne sauroit plus tomber sur une même ligne ΥV perpendiculaire au plan, comme dans les cas du *corol.* 3. *art. XI.* ni sur nne même ligne $\pi T v$ (*Fig.* 6.) parallele au plan, comme dans les cas du *corol.* 4. *art. XII.* ce qui est pourtant necessaire pour ces formules. Mais on peut avoir une analogie, & en tirer une formule par le moyen du prolongement de ces diagonales, de la maniere qui suit.

Soit (*Fig.* 7.) la Sphere H, poussée contre le plan AL, selon la direction $DC\Upsilon$, avec une force $C\Upsilon = y$, composée de la parallele $z = CZ$, & de la perpendiculaire $x = CX$, dont les origines sont de C vers Υ, Z, & X. Si après le choc, z demeurant la même, x devient $-x = C\Upsilon = CX$, on aura le parallelogramme $CTVZ = CZ\Upsilon X$, & l'angle de Reflexion ZCV, sera égal à l'angle d'Incidence DCI. Mais si z devient $z + rCZ + Z\zeta$, & x, $x - p = CX - XQ$, il est clair par les principes établis, qu'on aura le parallelogramme $C\zeta NQ$, & l'angle de Reflexion ζCN, qui est plus petit que ZCV, quoi-que la force totale CN, pût être égale à CV, ou plus grande que CV. De même si après le choc, x & z étoient Ct, $C\zeta$, ou CQ, $C\sigma$, ou Ct, $C\tau$, ou CT, CS, ou CO, $C\zeta$, &c, on auroit

roit le parallelogramme rectangle $Ct\,G\zeta$, ou $CQg\sigma$, ou $Ct\upsilon\sigma$, ou $CTKS$, ou $COM\zeta$, &c. dont les diagonales CG, Cg, $C\upsilon$, CK, CM, &c. font avec IZ, & avec TX, l'une parallele, l'autre perpendiculaire au plan AL, des angles dont les ſinus n'ont pas avec le ſinus de l'angle d'Incidence le même rapport que la diagonale Cy, ou CV a avec elles.

Mais ſi l'on prolonge ces diagonales, ou qu'on en retranche une partie, lorſqu'il ſera neceſſaire, juſqu'au point où elles vont rencontrer une ligne $G\gamma$, $\upsilon\sigma$, ou KS, &c. qui coupe IZ à angles droits au point ζ, σ, ou S, &c, auquel ſe termine la ligne $C\zeta$, $C\sigma$, ou CS, &c. valeur de la puiſſance z après le choc, il eſt évident (*art. X.*) que les ſinus des complements des angles de Reflexion & d'Incidence, par exemple, ni, us, ſeront toûjours entre eux comme les lignes CG, CN, & ainſi pour tous les autres cas des diagonales, $C\varepsilon$, Cg; $C\varepsilon$, $C\upsilon$; CF, CK, $C\gamma$, CM, &c. C'eſt pourquoi les triangles $C\zeta G$, $C\sigma\varepsilon$, CSF, $C\zeta\gamma$, &c. tous ſemblables entre eux & au triangle $CZV = (conſtr.)$ $CBE = CXY$, donneront toûjours la diagonale prolongée ou accourcie, CG, Cn, CF, ou $C\gamma$, &c. $= \frac{z \pm r\sqrt{xx+zz}}{z}$, & $ni\ (\Sigma)$. $ns\ (S) :: CG$, &c. $\left(\frac{z \pm r\sqrt{xx+zz}}{z}\right)$. CN, &c. $(\sqrt{xx \pm 2px + pp + zz \pm 2rz + rr})$ d'où l'on tire le ſinus du complement de l'angle de Reflexion, & la *Formule Generale*,

$$\Sigma = \frac{S \times z \pm r\sqrt{xx+zz}}{z\sqrt{xx \pm 2px + pp + zz \pm 2rz + rr}}$$

Ou, faisant comme ci-dessus, $xx+zz=yy$ quarré de la force totale avant le choc,

$$\Sigma = \frac{S \times z \pm r \times y}{z\sqrt{yy \pm 2px + pp \pm 2rz + rr}}$$

Et l'équation du second degré,

$$pp \pm 2xp + 1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma} + \frac{2SSr}{\Sigma\Sigma z} - \frac{SSrr}{\Sigma\Sigma zz} \times yy = 0.$$
$$\pm 2rz$$
$$- rr$$

donnera la valeur de p, ou du changement de la puissance x, après le choc, comme

$$rr \pm 2zr + \frac{zzyy \times \overline{\Sigma\Sigma - SS}}{\Sigma\Sigma zz - SSyy} = 0$$
$$+ \frac{\Sigma\Sigma zz \times \overline{pp \pm 2xp}}{\Sigma\Sigma zz - SSyy}$$

donnera la valeur de r, ou du changement de la puissance z, après le choc.

Nous verrons dans la suite comment p, ou r, étant supposées d'une valeur unique & déterminée, deviennent ici les inconnuës d'une équation du second degré, & se trouvent par-là avoir deux valeurs differentes.

XIV. *Corol.* 6. On pourroit trouver par la même methode une formule generale pour le sinus de l'angle de Reflexion directement, en pro-

prolongeant ou raccourciſſant les diagonales juſqu'à la rencontre d'une ligne parallele au plan, comme *Gt*, *QN*, &c. laquelle paſſât par l'extremité du côté du parallelogramme qui repreſente la valeur de la puiſſance *x* après le choc, & l'on auroit par rapport à cette ligne tout l'équivalent des formules précedentes. Cela ſera même plus commode & d'un calcul plus ſimple dans les cas de l'*art. XII.* où la puiſſance *z* eſt la ſeule qui varie; mais pour une Theorie generale, il vaut mieux ſe ſervir de la formule du complement, laquelle deviendra à ſon tour l'expreſſion directe de l'angle de Refraction.

XV. *Corol.* 7. Il ſuit de ces obſervations que *dans tous les rapports poſſibles des mouvements ou viteſſes de la Sphere après le choc, aux viteſſes avant le choc; quelle que ſoit la cauſe Phyſique & accidentelle, qui produit leurs differences ou leurs changemens, ces changemens étant donnés, & la valeur, ſoit du ſinus du complement de l'angle d'Incidence, étant auſſi donnée, on pourra toûjours avoir la valeur du complement de l'angle de Reflexion, ou le ſinus de l'angle même; & réciproquement les ſinus étant donnés, & les viteſſes avant le choc, trouver les viteſſes après le choc.*

D'où l'on voit, Que l'égalité des angles de Reflexion & d'Incidence, regardée comme le fondement de toute la Catoptrique, n'eſt qu'un cas particulier de la propoſition generale *art. X.* & que cette égalité n'a lieu que lorſque la force ou la quantité de mouvement de la Sphere après le choc eſt de même valeur qu'avant le choc, & agit dans la même ligne de direction, mais ſeulement en ſens contraire.

RE-

REMARQUES.

XVI. *Remarque* 1. Les plus anciens Auteurs de Catoptrique, tels qu'*Heliodore de Lariſſe*, *Ptolomée* *, *Alhazen*, & *Vitellon* ne paroiſſent pas s'être fort mis en peine de prouver cette égalité d'Incidence & de Reflexion, autrement que par l'experience d'un rayon de lumiere reflechi ſur un miroir. *Euclide* établit neanmoins un axiome dans la Preface de ſon Optique †, qui a été adopté par *Ptolomée* & par *Vitellon*, & dont ce dernier s'eſt ſervi pour démontrer l'égalité des angles d'Incidence & de Reflexion. Cet axiome eſt, que la nature agit toûjours par la voye la plus courte qu'il ſoit poſſible: & en effet, le chemin de la Reflexion le plus court, eſt celui qui reſulte de l'égalité des angles. Tout le monde ſait la démonſtration de M. *Deſcartes*, ſuivie de la pluſpart des Phyſiciens modernes, & fondée ſur ce que le mobile ne perdant rien de ſa viteſſe par la Reflexion, doit ſe trouver avant & après la rencontre du plan, dans les points également éloignés de la perpendiculaire qui paſſe par le point d'où il a été repouſſé. A ces deux démonſtrations ſe rapportent preſque * toutes les autres, & toutes roulent peut-être

* *Cité dans* Vitellon, *lib.* 5. *n.* 10.

† Vitellon *ibid. n.* 5.

* Je dis, preſque, pour en excepter celles que je pourrois ne pas connoître, & quelques-unes même que j'ai vûës depuis que j'ai écrit cette Remarque. Telle eſt la démonſtration de M. *Bernoulli*, qu'on trouve dans les *Actes de Leipſic* an 1701. p. 19. fondée ſur l'équilibre de deux poids attachés aux bouts d'une corde, qui paſſe ſur

être ſur cet autre axiome, que là où l'on ne voit aucun principe d'inégalité, il faut conclure qu'il y a égalité. C'eſt à ces connoiſſances vagues & metaphyſiques que ſe réduit, ſi je ne me trompe, ce que la plûpart des Phyſiciens nous ont enſeigné ſur la Reflexion oblique des corps, & ſur la loi fondamentale de la Catoptrique. Je ne prétends point attaquer la certitude de ces demonſtrations, que je crois excellentes dans leur genre, je veux ſeulement faire remarquer qu'il faut bien qu'elles ne répandent pas une certaine lumiere dans l'eſprit, puiſqu'elles n'ont pû convaincre de grands Geometres. Leur obſcurité vient ſans doute de ce qu'on n'y conſidere le mobile que comme un point ſans parties, & par conſequent qu'on y fait abſtraction de tout reſſort : car le reſſort ſuppoſe des parties. Mais comme on ſait, M. *Deſcartes*, & après lui quelques-uns de ſes plus illuſtres Diſciples *, ne jugent pas la Reflexion impoſſible indépendemment du reſſort. Or s'il eſt vrai, comme il me le paroît, & comme je crois même l'avoir prouvé, qu'il n'y a point de principe de Reflexion là où il n'y a point de reſſort, toute démonſtration qui ne ſuppoſe pas le reſſort ſera inſuffiſante pour déterminer les proprietés de la Reflexion, & ne pourra manquer de produire des idées confuſes ſur cette matiere. Auſſi le P. *Tacquet*, au commencement de ſa Ca-

deux poulies, laquelle m'a paru auſſi ſolide qu'ingenieuſe.

* V. la 1. Part des loix generales de la communication des mouvemens dans la Recherche de la Verité, *t.* 2. *in* 4. *p.* 125. *&* 131. *&* *t.* 3. *in* 12. *p.* 377. *&* 395. *edit.* 1712.

Catoptrique, après avoir remarqué ce qu'il a cru que toutes les demonſtrations de l'égalité des angles, avoit de faux ou de défectueux, a mieux aimé en revenir à l'experience, unique preuve ſelon lui qu'on ait ſur ce ſujet, que d'adopter aucune des anciennes démonſtrations, ou d'en chercher une nouvelle. M. de *Fermat* avoit été plus loin, il prétendoit prouver contre M. *Deſcartes*, que ſoit que la viteſſe diminuë, ou qu'elle augmente après la rencontre oblique du plan, la Reflexion ſe devoit toûjours faire par un angle égal à l'angle d'Incidence. M. *Deſcartes* * lui répondit, & M. de *Fermat* fut même abandonné là deſſus par un de ſes plus zelés partiſans, M. de *Roberval*, dans le Traité *des mouvemens compoſés*; cependant il n'a pas laiſſé d'avoir encore des défenſeurs après ſa mort. Quoi-qu'il en ſoit, des ſentimens ſi differents ſur un Phenomene de cette nature, prouvent tout au moins, que les explications qu'on en avoit données ne portent pas ce caractere d'évidence, qui entraîne tous les ſuffrages, & qui ne laiſſe après ſoi aucun ſujet de doute ni de ſcrupule.

XVII. Remarque 2. Mes raiſonnemens, & mes calculs n'ont roulé juſqu'ici que ſur des faits accordés, ſur des forces ſuppoſées telles, dans tel ou tel inſtant du choc; voyons preſentement de quelle maniere ces forces ſe ſont conſervées juſqu'à cet inſtant.

Si l'action du reſſort n'eſt pas inſtantanée, comme je penſe qu'on en eſt convaincu, la puiſſance parallele *z* (*Fig.* 4.) dont la direction

* *V. le t.* 3. *des Lett. de* Deſc. *Lett. à M.* Cleiſelier *du* 16 *Juin* 1638.

tion coupe toûjours à angles droits la ligne dans laquelle ſe font les compreſſions & les reſtitutions du reſſort, & qui par conſequent ne ſauroit varier, à moins que quelque cauſe étrangere ne ſurvienne pendant le choc, doit toûjours faire avancer le centre C, auquel elle eſt appliquée: c'eſt-à-dire, que pendant les diverſes tendances qu'a ce centre en vertu de la force totale compoſée de la variable x, & de la conſtante z, il doit effectivement avancer vers le point Z, tant que l'obſtacle du plan empêchera la Sphere de ſuivre quelqu'une de ces tendances. Mais la Sphere elle-même pendant ce temps-là, comment ira-t-elle vers Z? gliſſera t-elle ſur le plan AL, y roulera-t-elle, ou fera-t-elle tous les deux à la fois? Il eſt clair qu'elle ne fera que gliſſer, ſi le plan eſt purement mathematique ou infiniment poli; qu'elle roulera, s'il eſt phyſique & raboteux; &, plus ſouvent encore, qu'elle gliſſera & roulera en partie, & d'autant plus, que le plan ſera plus ou moins poli.

Dans le cas du plan mathematique & du gliſſement, il n'y a nulle difficulté à comprendre comment ſe conſervera la force du reſſort pendant toute la durée de ſon action, parce qu'alors les mêmes parties qui ont ſouffert la compreſſion, vont ſe relever dans le rétabliſſement du reſſort; mais il n'en eſt pas de même dans le cas du plan Phyſique & du roulement. C'eſt-là pourtant, ſelon toute apparence, ce qui arrive preſque toûjours dans la nature. Et comme je ne cherche dans cet Ecrit qu'une Theorie propre à expliquer les effets de la nature, je ne crois pas pouvoir

voir me diſpenſer de dire ce que je penſe ſur cette queſtion.

Si la Sphere roule, c'eſt-à-dire, ſi elle applique ſucceſſivement pluſieurs points de ſa ſurface à autant de points du plan reflechiſſant, il ſemble que le centre C, ſe trouvant abbaiſſé & plus près du plan AL, après une premiére compreſſion, doit remonter pendant la ſeconde, pour ſurmonter le renflement qui s'eſt fait à côté de la partie comprimée. Et que deviendront alors les compreſſions faites ſur les premiéres parties ou fibres de la Sphere, qui ont touché le plan dans les premiers inſtants? ſeront-elles perduës pour ceux qui les ſuivent? Si cela eſt, comment le reſſort pourra-t-il rendre au mobile toute la force qu'on ſuppoſe qu'il lui rend, & que l'experience confirme qu'il lui redonne en effet ſenſiblement?

Soit comme ci-deſſus une Sphere S (*Fig.* 8.) pouſſée obliquement contre un plan Phyſique AL, ſelon la direction DCY. Si l'on ſuppoſe que X, ſoit le premier point de ſa ſurface qui rencontre le plan, & que pendant le premier inſtant ou temps infiniment petit, la compreſſion oblige ce point & ceux qui l'environnent, à s'approcher du centre juſqu'en F; il eſt évident que le ſegment ſpherique qui étoit auparavant $AFXB$, s'applatira, & deviendra une ſurface circulaire plane AFB. Car dans un tems infiniment petit, cette compreſſion ne peut ſe communiquer à toute la Sphere, pour lui faire prendre une figure de Spheroïde elliptique. Mais les fibres de ce ſegment ne ſauroient s'applatir ainſi, ſans qu'elles ne s'allongent de F vers B & vers

vers A, & ne pouſſent auſſi en ce ſens celles qui leur ſont contiguës (*troiſiéme Demande, art. III.*) C'eſt pourquoi les parties de la Sphere qui ſont autour de la circonference du cercle AFB, telles que ANE, ſe renfleront un peu vers G, s'éloigneront du centre C, & formeront une convexité, par exemple, AGE. C'eſt là tout ce qui doit arriver au premier inſtant. Venons au ſecond.

Le point A eſt plus éloigné du centre C, que le point F; mais par l'hypotheſe, ce ne peut être que d'une quantité infiniment petite du ſecond genre. Car dans un premier inſtant la compreſſion ne peut applatir qu'un ſegment AXB, dont le diametre $AB = 2AF$, doit être regardé comme le côté d'un polygone d'une infinité de côtés inſcript dans le grand cercle qui paſſe par le ſegment, ou, ce qui revient au même, comme un infiniment petit de ce cercle; & puiſque $CF.AF :: AF, FX$ (le petit arc AX pouvant être pris pour ſa tangente au point A, & l'angle CAX pour un angle droit) il ſuit que FX ſera un infiniment petit du ſecond genre. D'où l'on voit déja que la quantité dont le centre C devroit remonter dans le ſecond inſtant, eſt de nulle conſideration. Mais il y a plus. La puiſſance x, qui pouſſe la Sphere perpendiculairement au plan, eſt infiniment peu diminuée à la fin du premier inſtant; ainſi le point A va être comprimé au commencement du ſecond avec la même force à peuprès que l'a été le point X. Mais la Sphere ne ſauroit faire effort vers A, qu'elle ne relâche d'autant l'effort qu'elle fait vers F, & elle ne ſauroit ceſ-

ſer de faire effort en *F*, ſans que le point *A* ne s'en rapproche, & que le ſegment *AFBX*, réduit par la compreſſion à *AFB*, ne tende à ſe rétablir en *AXB*, ou même à paſſer au delà juſqu'en *R*. Par la même raiſon la convexité *AGE* tendra par un mouvement oppoſé à ſe rétablir en *ANE*, & même à revenir en deçà vers le centre *C*, par exemple en *M*. ſelon les loix de la vibration des reſſorts. Or toutes ces tendances favoriſent, & augmentent d'autant l'effet de la compreſſion du ſecond inſtant. Donc cet effet ſera compoſé de la force actuelle qui agit dans cet effet ſera compoſé de la force actuelle qui agit dans cet inſtant & de la réaction ou reſtitution du reſſort dans l'inſtant précedent; deſorte qu'à la fin du ſecond inſtant la compreſſion aura produit un applatiſſement *RMI*, entouré des convexités *RB*, *IH*, & beaucoup plus grand que *AFB*, qu'elle avoit produit à la fin du premier inſtant.

Ce qui a été dit du ſecond inſtant, doit être appliqué au troiſiéme, &c. la compreſſion actuelle d'un inſtant quelconque profitera, pour ainſi dire, de la reſtitution de la précedente, pour en devenir plus forte; & il faut remarquer que tout cela ſe fera continuement ou par degrés inſenſibles. Les diminutions de la compreſſion ou de la force x, entant qu'elle agit du centre de la Sphere vers le plan, ſeront toûjours compenſées par les augmentations de la viteſſe ou de la tendance des fibres vers le centre. Ainſi le roulement de la Sphere ne lui fera rien perdre ſenſiblement de la force de ſon reſſort: & cette eſpece d'ondulation ſe communiquera bien-tôt à tou-

toute la masse, & y produira enfin un dernier degré de tension égal à celui qu'elle auroit eu, si tout l'effort s'étoit fait sur le même endroit du plan, & de la Sphere.

XVIII. *Remarque* 3. Soit que la Sphere roule ou glisse sur le plan, avant que de se reflechir, il est clair, 1°. Que le chemin *RS* ou *CK* (*Fig.* 9. *Planche* 2.) qu'elle y parcourt, doit être d'autant plus long que l'angle d'Incidence *DAR* est plus petit. Car c'est un cas entre la direction perpendiculaire *PR*, selon laquelle la Sphere ne glisseroit ou ne rouleroit point du tout, & la direction parallele *EQ*, selon laquelle elle glisseroit ou rouleroit toûjours. 2°. Que la longueur du glissement ou du roulement *RS*, se trouve encore composée de la durée ou du nombre des vibrations ou ondulations dont nous venons de parler, en raison directe, & du plus ou du moins de ressort ou de la roideur des fibres de la matiere, en raison renversée. Car c'est de toutes ces circonstances que dépend la durée du temps que le ressort employe à se comprimer, & à se relever.

Dans quelques experiences que j'en ai faites avec des boules ou des vessies poussées obliquement contre une table de marbre *AL*, enduite d'une couche très-mince de suif, ou de peinture, ou ternie seulement avec l'haleine; j'ai trouvé que la Reflexion s'y faisoit très-promptement. Que la Sphere ayant rencontré le plan en *R*, par exemple, rejaillit par un angle *VKQ* sensiblement égal à l'angle d'Incidence *DAR* = *QAF*, & sur une ligne *KV* parallele à *AQ*, mais en deçà de *A* vers *R*, ensorte que *VK* étant prolongée, coupe

DA

DA en un point I, entre A & le point C où ſe trouvoit le centre dans l'inſtant de la rencontre du plan. Que la Sphere gliſſe ou roule ſur un très-petit eſpace $RS = CK$, où elle laiſſe une trace un peu oblongue, & telle à peu-près que $\varrho\sigma$. Et qu'enfin, il s'en faut beaucoup que cette trace ne s'étende de R juſqu'en F; c'eſt-à-dire qu'il n'arrive jamais, à en juger par les experiences que j'en ai faites, que la Sphere roule ou gliſſe ſur un chemin aſſés long, ni à beaucoup près tel que $RF = CQ$, pour que ſon centre C aille retrouver en Q le *chemin de la Reflexion* DAQ, ſur la ligne AQ, ainſi qu'un grand Philoſophe * du dernier ſiecle a penſé qu'il devoit toûjours arriver, fondé ſur une fauſſe raiſon d'équilibre.

XIX. *Remarque* 4. Cette même experience m'a donné la derniere ordonnée, avec l'abſciſſe correſpondante de la portion de courbe que doit décrire le centre de la Sphere, pendant l'action du reſſort. Autre circonſtance qui ne change rien encore à mes démonſtrations. Car en quelque lieu que ſe trouve le centre de la Sphere, & à quelque inſtant que ce ſoit, les deux puiſſances auſquelles ſe reſout ſon mouvement, agiſſent toûjours ſur ce centre par des directions, dont l'une eſt parallele, & l'autre perpendiculaire au plan. Du reſte il eſt clair que le centre de la Sphere ſe meut dans une courbe, puiſque la viteſſe qu'il a parallelement au plan eſt uniforme, & que ſa viteſſe perpendiculaire eſt variable, retardée dans la compreſſion, & accelerée dans la détente du reſſort Soit

* Gaſſendi *Animadv. in lib.* 10. Diog. Laert. *T. I p* 493.

Soit la Sphere *E* (*Fig.* 10.) pouſſée contre le plan *LN*, ſelon la direction oblique GM*T*. Soit *DI*, le diametre du cercle ou de la trace que la même Sphere imprime ſur un plan, où elle tombe perpendiculairement, d'une hauteur *GN*, telle, qu'elle ait acquis à la fin de ſa chute une quantité de mouvement égale à l'effort qu'elle fait par ſon choc contre le plan *LN*, ſelon la direction GM*T*. *DI* ſera donc auſſi la longueur du petit diametre de l'Ellipſe (*voyez Fig.* 9.) ou de la largeur du milieu de la trace oblongue laiſſée ſur *LN*, par la rencontre oblique, & *OR*, l'abbaiſſement du centre de la Sphere au dernier inſtant de la compreſſion. Si l'on retranche de la longueur de cette trace ſa largeur ou le diametre *DI*, on aura leur difference, ou la longueur du chemin parallele parcouru par le centre de la Sphere. Soit *RS* égale à ce chemin; ſoient auſſi menées des points, *R*, *S*, & du milieu de *RS*, les perpendiculaires *R*M, *SM*, *QP*, chacune égale au rayon de la Sphere. Ayant joint M*M*, & pris *PA* = *RO*, il eſt évident par la conſtruction, que les points M, *A*, *M*, ſeront ceux où ſe trouve la Sphere au commencement, au milieu, & à la fin de l'action du reſſort, & que la courbe que décrit ſon centre *C*, paſſe par ces trois points, & devient, par exemple, M*AM*. Donc ſi l'on imagine une infinité de tangentes M*T*, *gt*, *AH*, *gt*, *MG*, à la courbe M*AM*, la premiére *MT*, ſera la direction de l'Incidence; la derniere *MG*, celle de la Reflexion; *AH*, la tendance parallele, à la fin de la compreſſion où la puiſſance $x = o$; & toutes celles des poiuts d'entre-deux, *gt*, *gt*, &c. les ten-

tendances moyennes par où doit paſſer le centre de la Sphere avant que d'arriver à *MG*, & par chacune deſquelles, elle s'échaperoit en effet, ſi l'on ſupprimoit ſubitement le plan dans cet inſtant (*ſupra art. V. VI.*) Le concours de toutes ces directions formera donc la courbe M*AM*, dont le ſommet eſt en *A*, les ordonnées correſpondantes au premier & au dernier inſtant du contact *PM*, *PM*, l'abſciſſe $AP=RO$; & dont toutes les autres ordonnées, *pg*, *pg*, &c. étant nommées y, & les abſciſſes Ap, x, donneront les dy, conſtants, & les dx variables; décroiſſants dans les compreſſions du reſſort, croiſſants dans les reſtitutions, & toûjours en raiſon directe de ces compreſſions & de ces reſtitutions.

USAGE
DES FORMULES PRECEDENTES,

Et premiérement de celles de l'Article XI. par rapport à la puiſſance z, pour la Reflexion des corps ſpheriques, qui ont un mouvement ſur leur centre à l'inſtant du choc.

XX. Si dans les Formules generales de l'*art. XIII.*

$$\Sigma = \frac{S \times z \pm r \times y}{z\sqrt{yy \pm 2px + pp \pm 2rz + rr}}.$$

$$pp \pm 2xr + 1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma} + \frac{2SSr}{\Sigma\Sigma z} - \frac{Srr}{\Sigma\Sigma zz} \times yy = 0.$$

$$\pm 2rz$$
$$= rr$$

$$rr \pm 2zr + \frac{zzyy \times \Sigma\Sigma - SS}{\Sigma\Sigma zz - SSyy} = 0$$

$$+ \frac{\Sigma\Sigma zz \times pp \pm 2xp}{\Sigma\Sigma zz - SSyy}$$

Si dans ces Formules, dis-je, on ſuppoſe 1°. $r = o$, on aura.

$$\Sigma = \frac{Sy}{\sqrt{yy \pm 2px + pp}}$$

$$\& \quad pp \pm xp - yy \times 1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma} = 0$$

qui ne ſont autre choſe que les deux Formules de l'*art. XI.* pour les changemens de la puiſſance x, lorſque z demeure la même après le choc qu'avant le choc.

2.° Si l'on ſuppoſe $p = o$, on aura,

$$\Sigma = \frac{Sz \pm ry}{z\sqrt{yy \pm 2rz + rr}},$$

$$\& rr \pm 2zr + \frac{zzyy \times \Sigma\Sigma - SS}{\Sigma\Sigma zz - SSyy} = 0$$

pour les changemens de la puiſſance z, lorſque x demeure la même en ſens contraire, qu'avant le choc.

3.° Enfin ſi l'on ſuppoſe $r = o$, la premiére des deux Equations devient $\Sigma = S$, & la ſeconde s'évanouït. Ce qui eſt le cas de l'égalité des angles, reſultant de l'égalité des forces avant & après le choc.

Le premier cas, ou les differentes valeurs de la puiſſance x avant ou après le choc, ou pendant le choc, r étant $= o$, ont déja fait le ſujet des *articles V. VI. IX. X.* & *XI.* & ſeront encore traitées dans la ſeconde partie de ce Memoire, dans laquelle je me propoſe d'expli-

d'expliquer les principaux phenomenes de la Refraction.

Le troiſiéme cas ne ſouffre aucune difficulté après la démonſtration de l'*article VII.*

Je m'arrêterai donc au ſecond cas. Mais il a été remarqué (*art. XIV.*) que dans ces occaſions il vient des formules plus ſimples & plus commodes par la methode de l'*art. XII.* ſavoir, $\Sigma = \frac{\delta y}{\sqrt{yy \pm 2rz + rr}}$, & $rr + 2zr + yy \times 1 - \frac{\delta\delta}{\Sigma\Sigma} = 0$, au lieu de celle qui ſe trouve en faiſant $p = o$ dans la Formule generale, comme on vient de voir ci-deſſus ; c'eſt pourquoi je vais m'en ſervir, & examiner par ſon moyen, ce qui doit arriver à la Reflexion d'une Sphere, par le changement de la force ou viteſſe horiſontale z.

XXI On a déja obſervé qu'il faut quelque choſe de plus que le reſſort & le choc, pour faire changer z de valeur pendant le choc, ou après le choc. Entre pluſieurs circonſtances capables de produire ce changement, un piroüetement de la Sphere autour de ſon centre, dans l'inſtant du choc, & la reſiſtance du frottement du plan, m'y paroiſſent aſſés propres. Les jeux du Mail, du Billard, & ſur-tout le jeu de la Paume dans ce que l'on appelle *Balles coupées*, en fourniſſent pluſieurs exemples ſenſibles ; & tel étoit à peu près le mouvement que M. *Deſcartes* attribuoit aux globules de la lumiere pour expliquer les couleurs. Voici la maniere dont je conçois que ſe fait la Reflexion dans ces ſortes de cas.

Soit comme dans les articles précedents, une Sphere F, (*Fig.* 6.) pouſſée contre le plan AL, ſelon la direction $DC\Upsilon$, avec cette difference, qu'outre le mouvement droit $D\Upsilon$, elle ait encore, en venant heurter le plan, un mouvement circulaire de Υ vers K, par exemple, & dont la viteſſe ſoit telle que chacun des points du grand cercle ΥKXH, parcoure un arc s, que je ſuppoſe $= V v = \Sigma \zeta$, dans le temps que le ſeul mouvement parallele, qui compoſe l'oblique $C\Upsilon$, ou la puiſſance z, fait parcourir au centre C, un eſpace $= CZ$. Il n'eſt queſtion ici, comme on voit, que d'un plan & d'une Sphere Phyſiques & capables de frottement au point de contact X.

Cela poſé, il eſt clair qu'à l'inſtant de la rencontre du plan, l'extremité C, du rayon ou levier CX, ſera pouſſée ſelon la ligne CZ, parallele au plan, par deux puiſſances, ſavoir par la puiſſance z, & par celle qui fait parcourir à un point quelconque du cercle ΥKXH, l'arc $s = (hyp.)\ Z\zeta$, laquelle puiſſance j'appellerai r. Car la tendance de C vers Z, en conſequence du point d'appui ou de l'extremité du levier arrêtée en X, eſt la même que celle d'un point quelconque Υ, autour du centre C, lorſque la Sphere tourne librement. Ainſi la puiſſance z étant égalée à CZ, & l'augmentation r à $Z\zeta$, la ſomme des deux ſera $C\zeta$, & leur effort commun fera tendre le point C, à parcourir $C\zeta$, dans le temps que la puiſſance x, tend à lui faire parcourir CX. Au contraire ſi le mouvement circulaire avoit été de Υ vers H, la puiſſance z ſeroit plus petite après le choc qu'a-

qu'avant le choc, & par des raiſons toutes ſemblables.

COROLLAIRES.

XXII. *Corol.* 8. Il ſuit des principes établis ci-deſſus, que ſi la puiſſance z égale auparavant à CZ, devient dans l'inſtant du choc $= CZ + Z\zeta$, le parallelogramme $CXYZ$, formé en vertu du ſeul mouvement CY, comme il a été expliqué *art. II.* ſe doit changer en $CXi\zeta$, pour le premier inſtant du choc, & $CZVT$, en $C\zeta\upsilon T = CXi\zeta$, (*art. VII.*) pour le dernier inſtant du choc, ou de la reſtitution du reſſort, & partant, la Reflexion ne ſauroit plus ſe faire ſur la ligne CV, diagonale de $CZVT = CXYZ$, mais par $C\upsilon$, diagonale du parallelogramme $C\zeta\upsilon T$, & avec une force égale à $C\upsilon$, compoſée des puiſſances x, & $z + r$, dont les directions ſe coupent à angles droits.

XXIII. *Corol.* 9. L'angle de Reflexion $\zeta C\upsilon$, diminüera donc toûjours à meſure que r croîtra, & dans le cas de $r = \infty$, ſera nul, & la ligne $C\upsilon$ ſe confondra avec la parallele $C\zeta$

XXIV. *Corol.* 10. La puiſſance horiſontale z, avant le choc, étant égalée à $z + r$, après le choc, donne (*art. XIII. & XX.*) l'équation du ſecond degré, $rr + 2zr + yy \times 1 - \frac{ss}{\Sigma\Sigma} = 0$, pour la valeur de r, ſuppoſée inconnuë, & tout le reſte connu. On aura donc,

$$r = -z + \sqrt{zz - yy \times 1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}},$$

$$\& \; r = -z - \sqrt{zz - yy \times 1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}}.$$

Mais pourquoi l'augmentation r, qui paroît devoir être d'une valeur unique, dans la ſuppoſition de la puiſſance parallele égale après le choc à $z + r$, devient-elle ici de deux valeurs differentes?

Pour en voir la raiſon, remarquez que l'origine des r eſt en Z, & que les valeurs poſitives vont vers ζ, & les negatives vers C.

La premiére racine, $-z + \sqrt{zz - yy \times 1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}}$ multipliée par $\sqrt{xx}$, donne deux rectangles, l'un negatif, $VZCT = -z \times \sqrt{xx}$, & l'autre poſitif, $TC\zeta v = \sqrt{zz - yy \times 1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}} \times \sqrt{xx}$; d'où reſulte le poſitif $VZ\zeta v$. Or celui-ci étant ajoûté à $TCZV$, lequel y étoit déja indépendemment de r, & par la ſeule compoſition du mouvement oblique de la Sphere, donne le total $TC\zeta v$, qui détermine la force entiere après le choc, & la direction Cv, en conſequence de la puiſſance parallele $= CZ + Z\zeta$. Mais parce qu'un point de la Sphere tel que T, ne ſauroit ſe mouvoir vers V, ſans que ſon oppoſé X arrêté en X, ne tende à ſe mouvoir vers O, il doit y avoir dans l'équation de r, qui produit cette tendance, une ſeconde racine pour l'exprimer, & c'eſt celle qui eſt ci-deſſus,

$r =$ —

$r = -z - \sqrt{zz - yy \times 1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma} yy}$. Laquelle étant multipliée de même par $\sqrt{xx}$, donne le parallelogramme $ZT\omega\sigma$, dont la partie $CX\omega\sigma$ qui eſt en deçà de TX, eſt égale à $TC\zeta\upsilon$, & redonne la même direction $C\omega$, qui n'eſt que υC prolongée ; mais pour une tendance en ſens contraire. Car il eſt évident que le reſſort ne peut pouſſer le centre de gravité C, vers υ, ſans qu'il ne pouſſe en ſens contraire, & autant, le point qui lui ſert d'appui.

XXV. *Corol.* 11. Les deux racines de l'augmentation de la puiſſance z, donnent toûjours les deux côtés inégaux, $Z\zeta$, & $Z\sigma$, des rectangles qui ſont de part & d'autre par rapport au point Z, vers ζ, & vers C; & les deux racines du quarré xx de la puiſſance perpendiculaire, ſavoir $+x$ avant le choc ou au premier inſtant du choc, & $-x$ après le choc, donnent les deux côtés égaux de ces mêmes rectangles, au deſſous du point C vers X, & au deſſus, vers T. Mais les deux valeurs de r, donnent toûjours, comme on vient de voir dans l'article précedent, des lignes égales de part & d'autre du point C, ſavoir $\pm \sqrt{zz - yy \times 1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}}$, & de même les deux racines de xx, au deſſus & au deſſous de C : donc il y aura toûjours quatre parallelogrammes égaux autour du point C, ſavoir deux, qui ſont $CXi\zeta$, $CT\pi\sigma$, pour les diagonales qui repreſentent les tendances oppoſées du centre de gravité C, au premier in-

inſtant du choc, & deux $C\zeta\upsilon T$, $CX\omega r$, pour les diagonales qui repreſentent les tendances oppoſées de ce centre, au dernier inſtant du choc. Ce qui doit être appliqué à tous les cas de Reflexions poſſibles, dans quelque hypotheſe que ce ſoit des valeurs de la viteſſe parallele, & de la viteſſe perpendiculaire. Ainſi je ne repeterai point cette obſervation.

XXVI. *Corol.* 12. On voit dans la même équation, $rr + 2zr + yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}} = 0$, que ſon dernier terme $yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}}$, doit toûjours être negatif, puiſque par *hyp.* & *corol.* 2. S eſt plus grand que Σ, & qu'il n'y a que le cas où le mouvement de rotation r, ſeroit infiniment petit ou nul, dans lequel ce dernier terme s'évanouïroit, à cauſe de $S = \Sigma$ (*art. XX. troiſiéme cas*) & de $\overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}} = 0$.

La reſolution donneroit donc alors pour la premiére racine, $r = -z + \sqrt{zz} = 0$, qui eſt le cas du mouvement droit ſans mêlange de rotation, ou de tel autre accident ſemblable, qui puiſſe changer la valeur de la force dont la direction eſt parallele au plan. Mais la ſeconde racine, ſavoir $r \doteq -z - \sqrt{zz} = -2z$, étant multipliée par $\sqrt{xx}$, produiroit des rectangles en deçà de $Z\Upsilon$, vers $r\omega$, doubles de $CX\Upsilon Z$, ou de $CTVZ$, dont la moitié en deçà de CT. auroit des diagonales qui ſe confondroient avec les directions $C\Upsilon$, CV, par les raiſons du *Corol.* 10. *art. XXIV.*

XXVII.

XXVII. *Corol.* 13. Si l'on fait preſentement la force ou viteſſe horiſontale égale à $z-r$, ce qu'on peut imaginer, ſi l'on veut, par un piroüettement de la Sphere de T vers H, il eſt clair (*art. XX.*) qu'on aura, $\Sigma = \frac{Sy}{\sqrt{yy-2zr+rr}}$ & $rr-2zr+yy\times 1-\frac{SS}{\Sigma\Sigma}=0$, dont les racines ſont $r=z+\sqrt{zz-yy\times 1-\frac{SS}{\Sigma\Sigma}}$ & $r=z-\sqrt{zz-yy\times 1-\frac{SS}{\Sigma\Sigma}}$, & que l'angle de Reflexion ſera plus grand que l'angle d'Incidence.

D'où il ſuit, 1°. Que le dernier terme $yy-\times 1-\frac{SS}{\Sigma\Sigma}$, ſera poſitif toutes les fois que $\Sigma > S$.

2.° Que ſi $r<z$, le rectangle $CXYZ$, ſe changera, par exemple, en $CXIz$, & $CZVT$, en $CzuT$, & la Reflexion Cu, ſe fera entre la perpendiculaire TC, & la ligne de Reflexion CV, du mouvement purement droit.

3.° Que ſi $r=z$, les rectangles $CXYZ$, $CZVT$, ſe confondront dans les lignes CX, CT; que la Reflexion tombe ſur la même CT, que la valeur de Σ, eſt égale au ſinus total, & que la formule ſe change en $\Sigma = \frac{Sy}{x} = \frac{S\sqrt{xx+zz}}{\sqrt{xx}}$.

 4.° Que

4.° Que ſi $r > z$, les rectangles $CXYZ$, $CTVZ$, paſſent de l'autre côté de TX, ſe changent en $CXOS$, $CTPS$, ou $CX\sigma\omega$, $CT\pi\sigma$; la Sphere retrogradera, & la ligne de Reflexion, dans le cas de $r < 2z$, ſera CP, par exemple, entre la perpendiculaire CT, & la ligne d'Incidence DC: dans le cas de $r = 2z$, ce ſera la ligne d'Incidence même: & enfin dans le cas de $r > 2z$, la ligne de Reflexion tombera entre la ligne d'Incidence DC, & $C\sigma$, & le dernier terme de l'équation $-yy \times 1 + \frac{ss}{\Sigma\Sigma}$, deviendra negatif, &c.

XXVIII. *Corol.* 14. De tout ce qui vient d'être démontré, il ſuit que la differente quantité de mouvement rectiligne d'une ou de pluſieurs Spheres, ne change rien à leur Reflexion, pourvû que ce mouvement ſoit le même après le choc qu'avant le choc, & que ſi leurs angles d'Incidence ſont égaux, & leurs directions paralleles, leurs angles de Reflexion ſeront auſſi égaux, & leurs directions paralleles, après le choc comme avant le choc.

Et au contraire il ſuit des mêmes principes & des mêmes démonſtrations, que ſi pluſieurs Spheres A, B, C, D, &c. viennent à rencontrer un plan Phyſique LN, (*Fig.* 11.) ſelon des directions paralleles AE, BF, CG, DH, &c. avec differents degrés de mouvement circulaire ſur leur centre, elles doivent ſe reflechir d'une maniere toute differente $AE\alpha$, $BF\beta$, $CG\gamma$, $DH\delta$, &c. & par conſequent, que ſi la lumiere conſiſtoit en des glo-

globules qui euſſent differents degrés de mouvement ſur leur centre en divers ſens, & que ces differents degrés de mouvement ſur le centre fuſſent la cauſe des differentes couleurs, on appercevroit dans la lumiere differents degrés de *Reflexibilité* *, comme on y apperçoit differents degrés de *Refrangibilité*. Un rayon ſenſible du Soleil, qui tomberoit obliquement, ou même perpendiculairement ſur un miroir plan, deviendroit divergent à ſa rencontre, en forme de cone renverſé dont le ſommet ſeroit ſur le point d'Incidence : & lorſqu'on recevroit ce rayon ainſi reflechi ſur un carton blanc perpendiculaire à l'axe du cone, il y peindroit l'image du Soleil & les couleurs primitives, par des zones ou anneaux concentriques plus ou moins écartés du centre & de l'axe, ſelon que le piroüettement propre à chaque couleur ſeroit plus ou moins fort par rapport aux autres. Et ſi au lieu de ſuppoſer le piroüettement des globules en divers ſens, on les faiſoit tourner vers un même côté de l'Univers ; par exemple d'Orient en Occident, le rayon reflechi donneroit une image du Soleil oblongue & colorée ſemblable à celle qui ſe fait à travers le priſme. Qui ſont tous effets contraires à l'experience.

Je ferai voir dans la ſeconde partie de ces recherches, & par les mêmes principes, que le different degré de Refrangibilité qui reſulteroit du piroüettement des globules, n'eſt pas moins incompatible avec les phenomenes

* J'entends par ce terme une diverſité dans les angles de Reflexion, & non pas une plus grande ou une moindre facilité à ſe reflechir.

de la lumiere dans la Refraction, que le different degré de *Reflexibilité* l'eſt avec ceux de la Reflexion : tandis que le different degré de viteſſe rectiligne peut ſatisfaire également & à l'uniformité de la Reflexion, à laquelle il ne change rien, & à la diverſité de la Refraction, dont il peut être l'unique cauſe ; ainſi que je l'ai expliqué dans un autre Ouvrage *, en donnant un précis du Syſteme de M. *Newton* ſur la Lumiere.

De la Reflexion des Polyedres.

XXIX. La Reflexion des Polyedres & des corps irréguliers eſt ſi compliquée, que ſi l'on vouloit la traitter en détail, elle demanderoit ſeule plus d'étenduë que je ne prétends en donner à tout ce Memoire. Le nombre de ces corps differents eſt infini, auſſi-bien que celui de toutes les manieres differentes dont chacun en particulier peut être reflechi, ſelon la poſition de ſes parties par rapport au plan reflechiſſant. Ce détail eſt donc en quelque façon impoſſible ; mais de plus je le juge inutile ; ſur-tout après ce qui vient d'être dit de la Reflexion des corps ſpheriques, & le peu que je vais ajoûter ici ſur la Reflexion des corps de toute autre figure. C'eſt, ſi je ne me trompe, une de ces matieres qu'on peut ſe diſpenſer d'approfondir au de-là du beſoin, & de l'application preſente, & qu'on a preſque toûjours moins de peine à développer ſoi-même avec les premiers principes, qu'à entendre par les explications d'autrui.

Soit

* *Diſſert. ſur la cauſe de la lumiere des Phoſphores & des Noctiluques*, p. 51.

Soit un Polyedre quelconque *XCDE* (*Fig.* 12.) pouſſé contre un plan inébranlable *AL*, ſelon la direction *RY*, qui paſſe par ſon centre de gravité *G*, & va rencontrer le plan en *Y* au de-là du point de contact *X*, vers *A*. Soit du centre de gravité *G*, menée la ligne *GX*, qui joint ce centre avec le point du contact *X*, où un angle du Polyedre rencontre le plan *AL*, enſorte que les points *G*, *X*, *Y*, ſont dans un plan qui lui eſt perpendiculaire, & dont la ligne *AYXL* eſt la commune ſection. Je ſuppoſe auſſi que le plan *AL* ſoit aſſés raboteux pour que le Polyedre ne gliſſe pas ſur le point *X*.

Cela poſé, il eſt évident, 1° Que le centre de gravité *G*, n'eſt pas à une égale diſtance de tous les points de la ſurface du Polyedre, cette proprieté n'appartient qu'à la Sphere. 2.° Que la ligne qui joint ce centre avec le ſommet de l'angle *X*, ne ſauroit ſe trouver que par hazard perpendiculaire au plan *AL*, dans l'inſtant du choc, & que quand même elle ſe trouveroit telle, elle auroit le temps de changer de ſituation, & de tourner ſur *X*, pendant l'action du reſſort. D'où il ſuit, que les puiſſances *x*, *z*, auxquelles il faut imaginer que ſe reſout la force totale *y*, qui agiſſoit ſelon *RY*, au premier inſtant du choc, changeront de direction dans tous les inſtants ſuivans de la durée de la compreſſion & de la reſtitution du reſſort, non entre elles, mais à l'égard du plan *AL*. Car la ligne *GX*, ne peut pendant ce temps-là que tourner ſur le point *X*, comme centre, & décrire par ſon extremité *G*, un arc de cercle *Gg*, plus ou moins grand, ſelon le temps que le reſ-

ſort employe à ſe comprimer & à ſe redreſſer. C'eſt pourquoi la puiſſance x, ou l'action du reſſort qui ſe fait toûjours ſur GX, doit changer continuellement de direction par rapport au plan AL, en ſuivant ſucceſſivement toutes les poſitions du rayon de GX vers gX: & comme la puiſſance z eſt toûjours appliquée perpendiculairement à GX, les directions de celle-ci varieront auſſi de même par rapport au plan reflechiſſant, en ſuivant ſucceſſivement toutes les tangentes de l'arc Gg. Donc dans le dernier inſtant de l'action du reſſort, lorſqu'il eſt prêt à détacher le mobile du plan AL, ſi ce mobile ſe trouve, par exemple, en $Xtde$, & ſon centre de gravité en g, la puiſſance x étant ſuppoſée $=gT$, & la puiſſance $z=gF$, il eſt évident que le Polyedre ſe reflechira par la diagonale gV, & ſuivra gK, qui n'eſt que cette diagonale prolongée, avec une force égale à gV; & gK fera avec AL un angle plus ou moins grand, ſelon la ſituation où ſe trouvera gX, dans le dernier inſtant de l'exploſion du reſſort.

Si pendant la durée de l'action du reſſort, le Polyedre avoit le temps d'appliquer ſon autre côté ou face XE, ſur le plan AL, & de tourner encore ſur le ſommet de l'angle E, comme la Figure le repreſente en $\varepsilon\xi\varkappa\delta$, il ſe reflechiroit ſelon la même loi par γv, diagonale du parallelogramme rectangle $\gamma\varphi v\tau$, où $\gamma\tau$ repreſente la puiſſance x, & $\gamma\varphi$, la puiſſance z. Mais il faut prendre garde que les fibres $\varepsilon\gamma$ de l'angle $\xi\varepsilon\delta$ ou XED, n'étant pas les mêmes que celles qui ont été comprimées au commencement du choc, ſa-

voir

voir $\gamma\xi$ ou GX, de l'angle CXE, ni leurs contiguës, comme dans les cas de *l'art. XVII.* & pouvant même être fort differentes en longueur, en nombre, en position, & en degré de force, selon que le Polyedre est plus ou moins irrégulier, que son ressort est plus vif, & qu'il s'en est perdu davantage en GX, les puissances x, & z, ne sauroient plus que par hazard avoir la même raison entre elles, qu'elles auroient eu dans le cas où le Polyedre se seroit reflechi de $Xcde$.

XXX. Les mêmes raisonnemens ont lieu, soit que X ou ε representent un angle solide, ou un angle de deux plans, ou un point de quelqu'une des surfaces du Polyedre, qui se trouveroit appliquée sur le plan AL dans le moment de la Reflexion; comme on voit *Fig.* 13. Il faut seulement remarquer que dans ce cas, la ligne γX, menée du centre de gravité γ, au contact, doit toûjours être perpendiculaire au plan reflechissant, & à la surface $\delta\varepsilon$, qui lui est appliquée. Car il est évident que c'est selon la ligne $X\gamma$, que le ressort agit pour repousser le point γ, lequel on doit imaginer comme surchargé de l'impression qui est faite sur tous les autres, & comme déterminant seul tout le corps $\delta\varepsilon\xi\varkappa$ à suivre la direction γv, par exemple, resultante du concours de celles des deux puissances x, & z, &c.

De-là, & des articles précedents, on peut tirer cette *Regle generale.*

Regle generale.

XXXI. *Tout corps, soit régulier ou irrégulier,*

lier, qui eſt pouſſé contre un plan, ſelon une direction, & avec une quantité de mouvement quelconque; ſoit qu'il rencontre le plan par un de ſes angles ſolides, ou par un angle de deux plans, ou par une de ſes ſurfaces; ſoit qu'il tourne, ou qu'il gliſſe après le choc, ſur un plan ou pluſieurs de ſes angles, ſur une ou pluſieurs de ſes ſurfaces, doit ſe reflechir ſur la diagonale d'un parallelogramme rectangle formé par deux lignes qui concourent au centre de gravité, & qui ſont entr'elles comme la force x, du reſſort dans le dernier inſtant du choc, & la puiſſance z.

La premiére de ces lignes doit être priſe du centre de gravité ſur le prolongement de la ligne qui joint ce centre avec le point du contact, & qui fait un angle quelconque avec le plan, ſi c'eſt ſeulement par le ſommet d'un de ſes angles que le Polyedre le touche; mais elle doit être perpendiculaire au plan, ſi le Polyedre y applique une de ſes ſurfaces.

La ſeconde doit être menée du centre de gravité perpendiculairement à la précedente. L'angle de Reflexion ſera égal à celui de la diagonale de ce rectangle avec le plan reflechiſſant; & la force ou viteſſe du mobile dans ſa Reflexion ſera à la force ou viteſſe qu'il avoit dans ſon Incidence, comme la diagonale précedente eſt à la diagonale d'un parallelogramme rectangle décrit ſelon les mêmes regles, & par rapport aux circonſtances du cas donné, pour le premier inſtant du choc.

XXXII. Corol. 15. *Il n'y a que les corps ſpheriques qui puiſſent ſe reflechir toûjours uniformement ou par un angle égal à l'angle d'Incidence, quelle que ſoit leur poſition, la direction*

rection de leur mouvement à la rencontre du plan, & la durée de l'action de leur reſſort, lorſque ce reſſort leur redonne après le choc, la même viteſſe, en ſens contraire, qu'ils avoient avant le choc.

Car il faut pour cela que les deux puiſſances auſquelles ſe reſout la force totale du mobile, & dont les directions ſont toûjours entre elles un angle droit (*art. II.*) conſervent encore toûjours avec le plan reflechiſſant une même direction, dans tous les inſtants du choc, & dans toutes les poſitions du mobile (*art. VII.*) Or il eſt aiſé de voir que ce n'eſt que dans les corps ſpheriques qu'on peut trouver cette proprieté; parce que la ligne qui joint leur centre de gravité avec le point de contact ſur le plan, ſelon laquelle agit toûjours le reſſort ou la puiſſance x, ne peut jamais qu'être perpendiculaire du plan.

XXXIII. *Corol.* 16. La converſe de cette propoſition ſera vraye auſſi, & *tout corps qui ſe reflechira conſtamment par un angle égal à l'angle d'Incidence devra être ſpherique.*

XXXIV. *Remarque* 5. On voit par-là ce qu'on peut penſer des démonſtrations de l'égalité des angles de Reflexion & d'Incidence, à l'égard de la lumiere, fondées ſur des hypotheſes de corpuſcules lumineux de figure non ſpherique, tels que ſeroient, par exemple, de petits Priſmes, des Cylindres *, des Polyedres, &c. La proprieté des Spheres, jointe aux conjectures que la Phyſique nous fournit là-deſſus, me perſuade donc entierement que le corps qui fait le ſujet de la lumiere,

* V. Il. Barr. *Lect. Opt. & Geom. Lect.* 1. n°. 7. 11. & *Lect.* 2. n°. 1, 2, 3.

miere, consiste en de veritables globules, comme on a coûtume de l'imaginer. Cette induction doit avoir lieu sur-tout dans le Systême de l'*émission* des corpuscules, & n'est pas absolument sans force à l'égard de celui des *pressions*. Car il n'importe que le sentiment de la lumiere ou l'ébranlement de l'organe se fasse par le choc immediat des parties qui viennent du corps lumineux jusqu'à nous, ou par les secousses & les vibrations que le corps lumineux communique à quelque fluide qui est entre lui & nous; je dirai toûjours des parties de ce fluide ce que je dirois des parties du corps lumineux même. Etre reflechi selon une certaine direction, ou tendre seulement & faire effort vers un certain côté, c'est ici une seule & même chose: les loix de la tendance des corps sont les mêmes que celles de leur mouvement & de leur transport actuel, & la Reflexion d'une portion sensible d'un fluide, n'est que la somme des Reflexions des parties qui composent la portion reflechie. Je supposerai cependant ici, pour répondre à une difficulté qu'on peut faire contre la Reflexion uniforme de la lumiere, & pour rendre la chose plus sensible, un mouvement actuel des globules lumineux dans la ligne de leur direction. Que sert, dira-t-on, la figure spherique des corpuscules de lumiere, les plans sur lesquels nous voyons qu'elle se reflechit, ne sont rien moins que polis à son égard? J'avouë que les plans les plus polis en apparence, ne sont réellement, & à l'égard des globules de la lumiere, qu'un tissu de rugosités, & d'enfoncemens très-capables de les détourner d'u-

d'une Reflexion uniforme. Mais que ſera-ce, ſi avec les irrégularités du plan, on admet encore celle des corpuſcules de la lumiere; un rayon ſe diſſipera preſque entierement à la rencontre de la ſurface d'un miroir, & ce ne ſera que par hazard, & dans une poſition du miroir plûtôt que dans une autre, qu'il s'en reflechira uniformement une très-petite partie? L'experience nous montre cependant le contraire; c'eſt la plus grande partie du rayon qui ſe reflechit, ſelon la loi de l'égalité des angles. Le fait eſt auſſi certain que la verité geometrique de la proprieté des Spheres eſt évidente. Auſſi y a-t-il lieu de penſer que la Reflexion de la lumiere ne ſe fait point par le contact immediat des particules ſolides des corps qu'elle frappe, mais un peu avant que de les toucher, & par la rencontre d'un fluide ſubtil répandu dans leurs pores, & ſur la ſuperficie groſſiere & palpable qu'ils preſentent aux ſens. Pluſieurs experiences * le confirment, comme elles font voir auſſi que les corps les plus ſolides ne contiennent qu'une très-petite quantité de matiere propre en comparaiſon des intervalles qui en ſéparent les parties, & du fluide qui remplit ces intervalles. Si cela eſt, voilà la figure ſpherique qui reprend tous ſes avantages. Car ce fluide ſubtil qui remplit les interſtices des corps, qui ſe répand ſur leur ſurface exterieure comme une petite Atmoſphere, & qui en remplit les vuides & les fiſſures, comme une eſpece de vernis délié, doit

* *On peut mettre de ce nombre, celles qu'on en trouve dans l'Optique de M.* Newton, *quoique cet illuſtre Auteur explique par leur moyen la Reflexion de la lumiere un peu differemment de ce que je donne ici.*

doit preſenter à la lumiere des plans infiniment plus unis que la ſurface propre du ſolide, & reflechir uniformement une infinité de globules que les inégalités de cette ſurface n'auroient fait que diſſiper çà & là. Quoiqu'il en ſoit, il eſt à préſumer, que ſi la ſeule ſphericité des corpuſcules lumineux ne ſuffit pas pour produire cette uniformité de Reflexion qu'on remarque dans la lumiere, elle doit être du moins un des moyens que la nature y employe.

OBSERVATION

Sur la rupture des Tendons qui s'inſerent au Talon, que l'on nomme Tendons d'Achille.

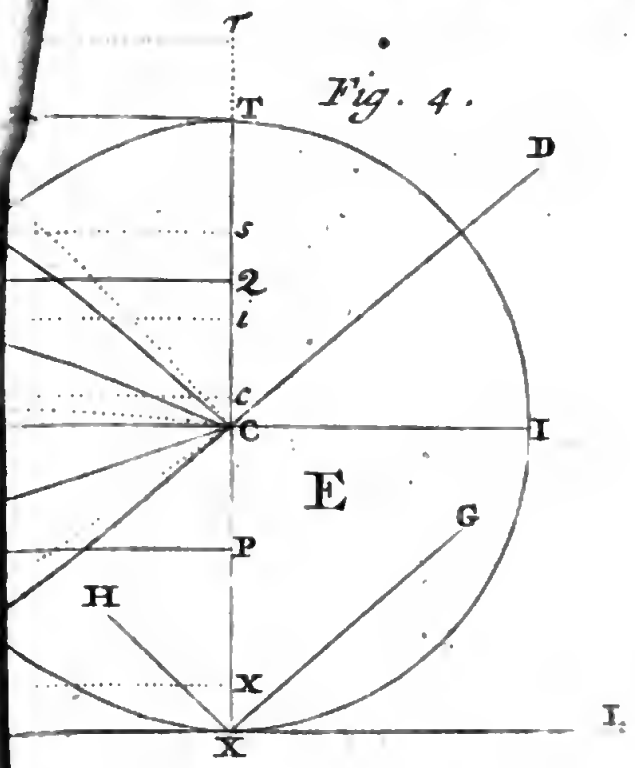
Par M. PETIT.

* QU'UNE balle de mouſquet, que la chûte d'une pierre, ou qu'un autre corps dur & peſant, rompe les tendons d'*Achille*, on ne s'en étonnera pas: mais qu'un effort ſeul puiſſe les rompre, c'eſt ce qui m'auroit paru impoſſible, & que j'aurois peine à croire, ſi je n'en avois été convaincu, avec pluſieurs de mes Confreres, qui en ont été temoins.

Le 22 du mois de Fevrier dernier, le nommé *Cochoix*, l'un des plus habiles ſauteurs de la Foire *St. Germain*, dans un ſaut qu'il fit à pieds joints, ſur une table élevée de trois

* 15. Avril 1722.

Fig. 4.



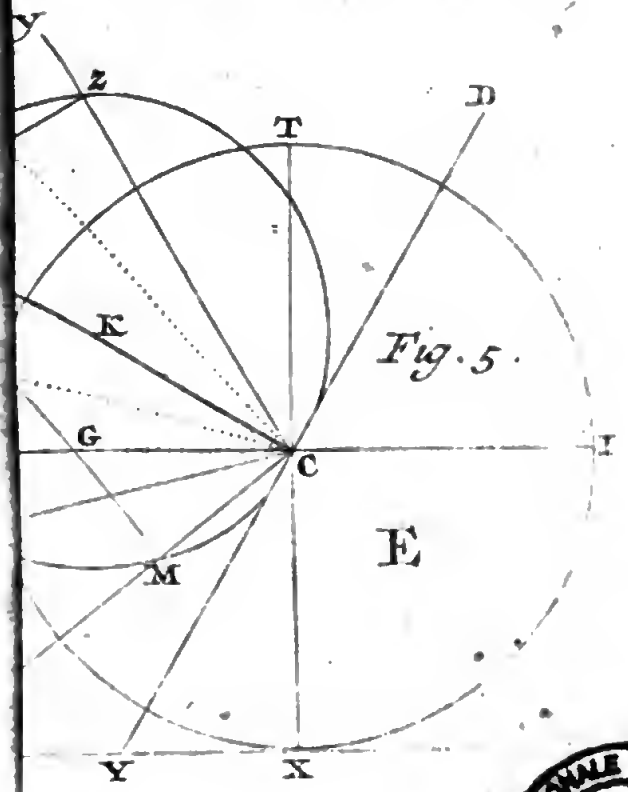
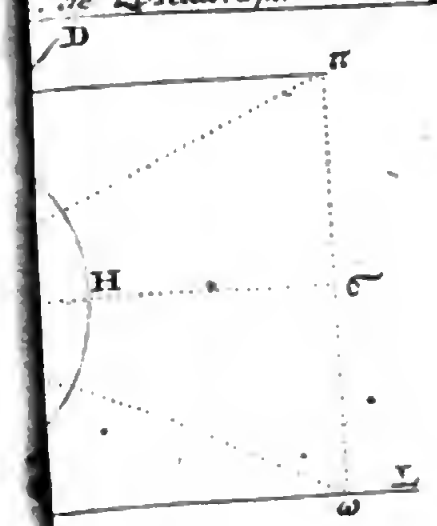


Fig. 5.

NAPOLI



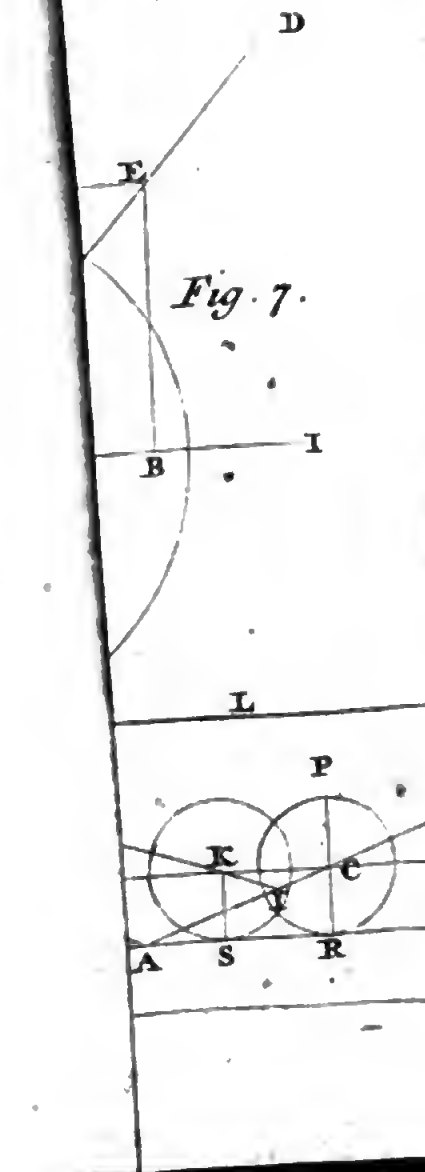


Fig. 7.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE
NAPOLI

Digitized by Google

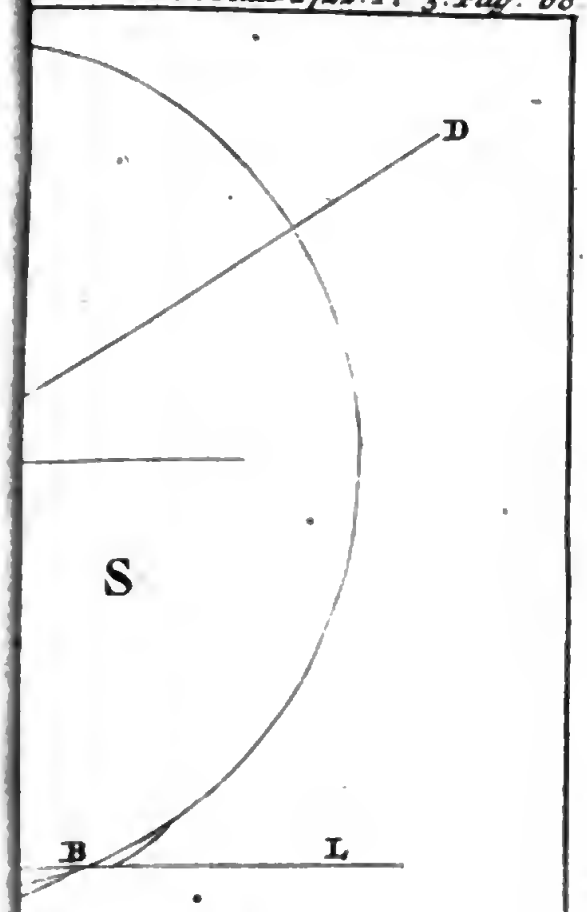
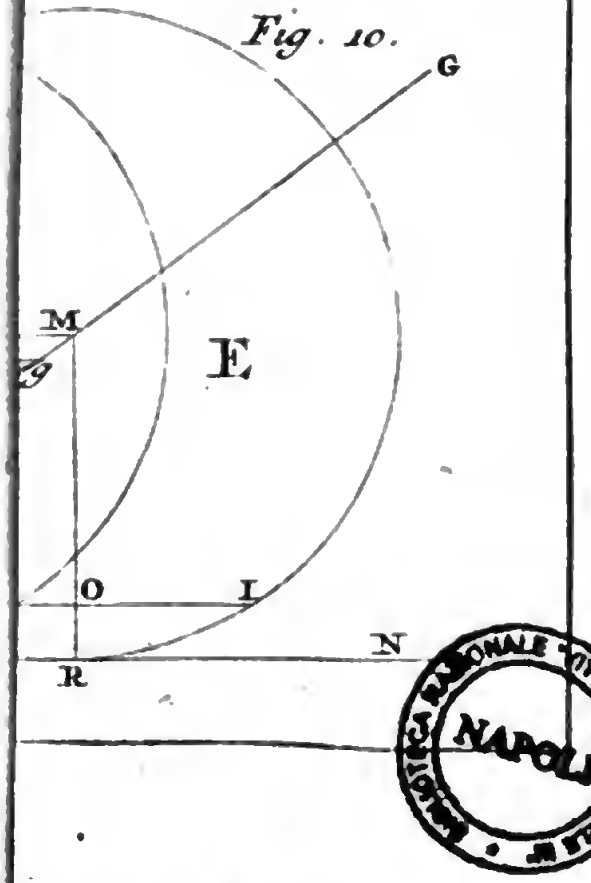


Fig. 10.



BIBLIOTECA REGIONALE "VITTORIO EMANUELE III"
NAPOLI

Digitized by Google

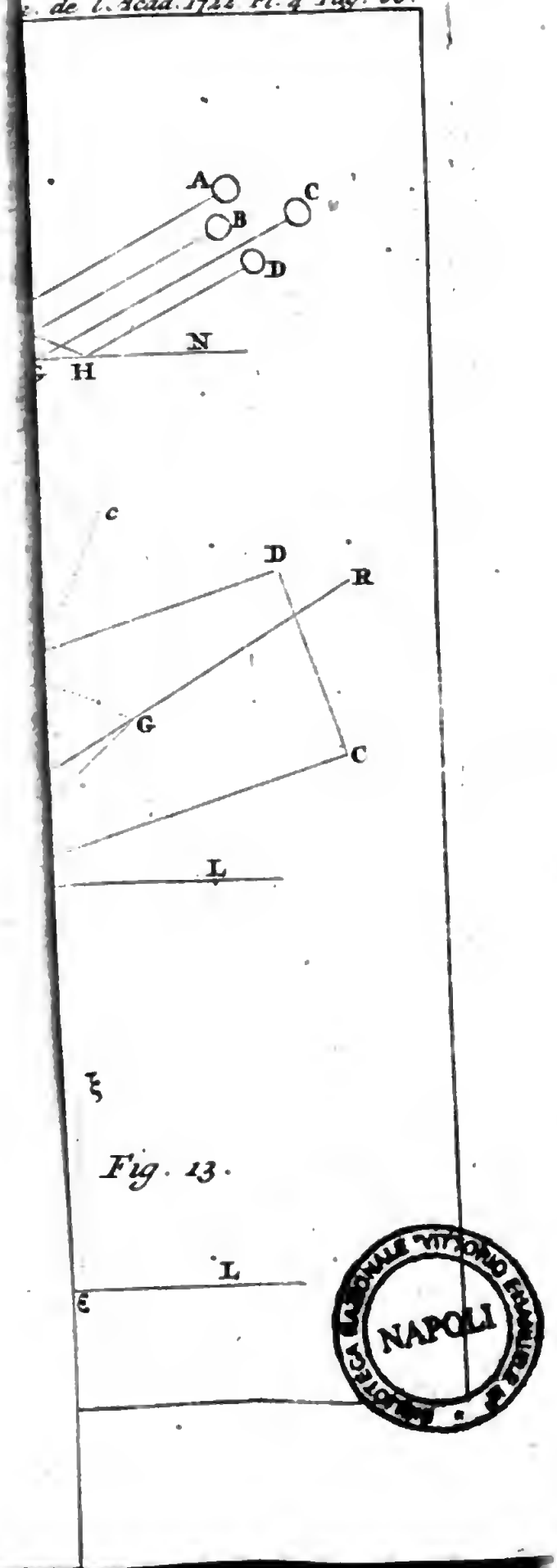


Fig. 13.

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III"
NAPOLI

Digitized by Google

trois pieds & demi, ſe rompit les deux tendons d'*Achille*, ſans ſe faire aucune plaïe exterieure. Cette rupture ſe fit de maniere que les muſcles du gras de la jambe emporterent de leur côté les plus grandes portions de ces tendons, & que les talons retinrent les reſtes. La portion qui reſta au talon droit avoit plus de deux pouces de longueur, & celle qui reſta au talon gauche, n'avoit que douze ou quinze lignes : les bouts caſſés étoient ſi éloignés l'un de l'autre, qu'on ſentoit ſous la peau un vuide à mettre trois doigts dans l'eſpace qu'ils laiſſoient entre eux. J'ai panſé cette bleſſure juſqu'à parfaite réünion de ces tendons. Le cas m'a paru ſi ſingulier, que j'ai crû devoir en informer la Compagnie. Ce que j'ai à dire ſur cette matiere, ſe réduit à trois choſes ; ſavoir, comment cette rupture s'eſt faite, comment l'art & la nature y ont remedié, & enfin l'explication de trois phenomenes ſinguliers qui y ont été obſervés.

Pour comprendre comment cette rupture a pû ſe faire, il faut remarquer que dans l'état naturel, quand nous ſommes exactement droits, & à pieds joints, nôtre corps eſt également ſoûtenu par les deux cuiſſes, dont chacune porte la moitié. La direction de chacune de ces moitiés tombe perpendiculairement ſur le milieu des os de chaque cuiſſe, jambe & pied. Ces os pour lors nous ſoutiennent & s'appuïent mutuellement, comme font les pierres d'une colonne, & nos muſcles n'agiſſent preſque point : au contraire, pour ſoûtenir notre corps, lorſque nos jointures ſont pliées, nos muſcles agiſſent beaucoup, & leurs contractions ſont d'autant

plus

plus fortes, que la flexion des jointures eſt plus grande; elles peuvent même être pliées au point que le poids du corps, & les muſcles qui le tiennent en équilibre, feront effort ſur les os avec toute la puiſſance qu'ils peuvent avoir; alors les parties des os auxquelles les muſcles ſont attachés, pourront ſe caſſer, ſi les muſcles reſiſtent juſqu'à ne point ceder, mais ſi la ſolidité des os excede la plus forte réſiſtance des muſcles, la rupture ſe fera dans les muſcles, ou dans leurs tendons.

Tout le monde ſait que l'os du genou ſe caſſe par un effort : par une cauſe ſemblable j'ai vû ſe rompre les tendons des muſcles extenſeurs du genou. Madame la Preſidente de *Boiſſiſe* dans un faux pas, fit une ſi violente retraction du tendon d'*Achille*, qu'elle ſe caſſa l'os du talon. M. *Poncelet* mon Confrere, a panſé, & m'a fait voir un Homme, qui dans un faux pas ſe caſſa de même l'os du talon, par la ſeule retraction du tendon d'*Achille*.

Si les muſcles, les tendons & les os même peuvent ſe caſſer par des cauſes ſi legeres en apparence, pourront-ils reſiſter à leurs ruptures, lorſque les muſcles ſeront obligés d'agir, non ſeulement pour reſiſter au poids du corps, mais même pour le relever avec force, lui faire perdre terre, & l'élancer en l'air, comme font les ſauteurs, lorſqu'ils ſautent à pieds joints ſur le bord d'une table?

Pour ſauter ainſi, ils plient la tête & le corps ſur les cuiſſes, les cuiſſes ſur les jambes, & les jambes ſur les pieds, puis relâchant un inſtant tous les muſcles, comme pour pren-

prendre leur ſécouſſe, ils les remettent dans cette contraction ſubite, qui fait reſſort contre terre, d'où ils s'élancent en l'air, & ſe redreſſent en arrivant ſur la table.

Quoi-que cet effort paroiſſe ſuffiſant pour rompre les tendons d'*Achille*, & que pluſieurs ſauteurs ſe ſoient bleſſés en s'élançant ainſi, ce que fit le Sr. *Cochoix* paroît plus fort: la table ſur laquelle il ſautoit, ſe trouva trop haute, ſon élan ne l'éléva pas aſſez, il n'y eut que les bouts de ſes pieds qui toucherent ſur le bord de la table; ils n'y appuïerent qu'en gliſſant, & la ligne de gravité ne tombant point ſur la table, le ſauteur tomba droit à terre ſur la pointe de ſes pieds, ſi étendus alors, que les tendons d'*Achille* furent, pour ainſi dire, ſurpris dans leur plus forte tenſion par le poids du corps, auquel la chûte de plus de trois pieds ajoûta une force plus que ſuffiſante pour les rompre, puiſque cette force étoit celle qu'avoit acquis le poids du corps multiplié par la derniere viteſſe de la chûte.

La Nature & l'Art ont travaillé de concert à la réünion de ces tendons rompus.

L'Art y étoit abſolument néceſſaire, ſoit pour rapprocher leurs bouts éloignés, ſoit pour les maintenir rapprochés, pendant que la Nature travailleroit à leur réünion.

Pour faire la premiére opération, je fis coucher le Malade ſur le dos, je pliai ſon jarret, je pouſſai le gras de la jambe vers le talon, & j'approchai le talon vers le gras de la jambe, en étendant le pied, juſqu'à ce que les deux bouts du tendon caſſé ſe touchaſſent. Pendant qu'on tenoit les parties en

en cet état, je trempai une double compreſſe dans l'Eau de vie, avec laquelle j'entourai le lieu bleſſé, une autre compreſſe nommée *longuette*, plus épaiſſe que la premiére, large de deux pouces, longue de quatre pieds, fut appliquée poſterieurement depuis le milieu de la cuiſſe juſques & par de-là les orteils, couvrant le gras de la jambe, le talon & la plante du pied. Pour aſſujetir cette compreſſe pendant qu'on la tenoit ainſi, je pris une bande longue de quatre aunes, & large de deux doigts, avec laquelle je fis quatre tours au lieu de la rupture des tendons, dans leſquels tours de bande j'engageai le milieu de la compreſſe longuette; puis portant la bande obliquement de dehors en dedans ſur le pied, je la paſſai en travers ſous la plante; j'engageai en ce lieu la longuette, & revenant de dedans en dehors obliquement ſur le deſſus du pied, faiſant une croix de *St. André* avec le premier tour oblique, je reportai la bande au deſſus des chevilles, où je fis un tour circulaire, & d'où je revins obliquement de dehors en dedans ſur le pied, ſous la plante dn pied, puis par deſſus pour faire une ſeconde fois la croix de *St. André*, & le circulaire au deſſus des chevilles. Aïant repeté ces mêmes circonvolutions juſqu'à quatre fois, la bande étant arrivée aux chevilles, au lieu de redeſcendre vers le pied, je remontai en circulant juſqu'au deſſus du gras de la jambe près du jarret, où je fis tenir ce qui me reſtoit de bande, pendant qu'avec mes deux mains je renverſai les deux bouts de la longuette qui n'étoient point engagés. Le bout du côté du Jarret fut renverſé vers

le

e pied, & celui du côté de la plante du pied ut renverſé du côté du jarret : je les aſſuje-is d'abord avec des épingles, puis avec le eſte de la bande que j'emploïai à repaſſer luſieurs fois par deſſus en differents en-roits de la jambe & du pied. Ces deux outs de longuette ainſi aſſujetis & renverſés contre-ſens l'un de l'autre, retenoient le ied dans ſon dernier degré d'extenſion, de maniere que les bouts des tendons n'étoient as ſeulement approchés, mais ſe touchoient ſe pouſſer mutuellement.

Après avoir appliqué ce bandage à l'un es pieds, j'en fis un ſemblable à l'autre, uis je mis un oreiller ſous les jarrets pour es tenir pliés, afin de relâcher les muſcles u gras de la jambe, qui par leur contraction uroient pû tirer en haut la portion ſuperieu-e du tendon rompu, je mouillai l'un & l'au-e appareil avec l'Eau de vie, je recomman-ai qu'on les humectât de quatre en quatre eures; je ſaignai le Malade le ſoir même, deux fois le lendemain, & je lui preſcrivis n regime convenable. Huit jours après, en evant l'appareil, je trouvai des diſpoſitions vorables: au quinziéme ces diſpoſitions me arurent encore plus avantageuſes, je ne outai point de ſa gueriſon. Le vingt-deux elques legers mouvemens que je lui fis ire en le panſant, me confirmerent que la éünion étoit faite, & le trente-deuxiéme our je le trouvai auprès du feu, où il s'étoit it porter, ſe ſentant ſi bien, qu'il eſperoit ouvoir faire ſes exercices ordinaires. Il s'eſt rvi de bequilles juſqu'au vingt-huit Mars,

& le premier Avril il eſt parti pour *Lyon*, marchant avec force & facilité.

On ne peut douter que l'Art n'ait beaucoup de part à cette gueriſon, mais ſans la Nature toutes mes précautions étoient vaines; elle ne s'eſt pas contentée de fournir le ſuc nourricier qui a fait la ſoudure des tendons, les gaînes qui les envéloppent ont ſervi de moule; ſans elle les ſucs ſe ſeroient répandus dans le voiſinage, les cicatrices euſſent été foibles, ils ſe ſeroient fait des adherances avec les parties voiſines, ce qui auroit détruit cette facilité à gliſſer qu'ont les tendons, & qui les rend ſi propres aux mouvemens.

Je finis cette obſervation par l'explication de trois phenomenes très-ſinguliers. Le premier eſt que le Malade, l'inſtant d'après la rupture de ſes tendons, étendoit & flechiſſoit ſes pieds; le ſecond, c'eſt qu'il ne pouvoit ſe tenir debout; le troiſiéme eſt qu'il n'a ſenti aucune douleur en ſe caſſant les tendons, ni dans la ſuite pendant tout ſon traitement.

Il pouvoit fléchir ſes pieds, puiſque le mal n'étoit point aux fléchiſſeurs, & il pouvoit les étendre, quoi-que les tendons d'*Achille* fuſſent caſſés, parce que les muſcles jambier & peronier poſterieurs, qui n'étoient point rompus, ſont ſuffiſans pour faire l'extenſion, comme je l'ai experimenté depuis ſur un Cadavre à qui j'ai coupé le tendon d'*Achille*.

Le Bleſſé ne pouvoit ſe tenir droit, parce que, quoi-que les muſcles jambier & peronier poſterieurs aïent aſſez de force pour étendre le pied, ils n'en ont pas aſſez pour ſoû-

ſoûtenir le poids du corps, parce que le point par lequel ces muſcles paſſent de la jambe au pied, eſt trop proche de l'appui. Cette obſervation fait voir que l'éloignement du tendon d'*Achille* fait la ſouveraine force du pied, & l'on voit que plus ce tendon eſt éloigné de l'articulation, plus il a de force. Les Animaux qui courent & ſautent avec plus de facilité, ſont ceux qui ont ce tendon plus éloigné. Les Hommes qui ont le talon fort long, ſe fatiguent moins à marcher, & plus le pied eſt long, plus la longueur du talon eſt néceſſaire.

Si les tendons d'*Achille* ſe ſont caſſés ſans douleur, je ne crois pas que cette ſenſation ait été détruite par l'action du ſauteur préoccupé; il me paroît que cela ne peut venir que de la viteſſe du mouvement qui les a rompu totalement & dans le même inſtant. Et ſi le Malade n'a point ſouffert depuis, pendant toute la cure, on ne doit point s'en étonner, la pratique de la Chirurgie nous apprend que pour faire ceſſer les douleurs qui accompagnent les bleſſures des tendons, le moïen le plus aſſûré, c'eſt de les couper entierement.

REFLEXIONS

Sus les Obſervations Aſtronomiques faites par le P. Feüillée, *Mathematicien du Roi, à* Marſeille *pendant l'année* 1720.

Par M. CASSINI.

* CETTE année eſt remarquable par les évenemens funeſtes qui arriverent à *Marſeille*, où la contagion fit perir une grande quantité des habitans tant dans la Ville que dans la campagne aux environs.

Le Convent des Minimes où le P *Feuillée* avoit établi ſon Obſervatoire depuis pluſieurs années, ayant été deſtiné pour faire un Hôpital ; ce Pere fût obligé de ſe retirer dans une Maiſon de campagne avec ſes inſtrumens, pour y continuer ſes Obſervations : mais le mal s'étant communiqué de la Ville à la campagne, il ſe crût obligé d'interrompre vers le mois d'Août ſes Obſervations, pour aſſiſter les malades, qui n'avoient d'autre ſecours que lui pour le ſpirituel, & il a été aſſés heureux pour échaper à une maladie ſi dangereuſe.

Entre les Obſervations qu'il nous a envoyées, il y en a un grand nombre de Hauteurs Meridiennes du Soleil, des Taches du Soleil & de leur cours, d'Eclipſes de Satellites de Jupiter & de leurs Configurations, d'E-

* 21, Mars 1722.

d'Eclipſes ou conjonctions des Planetes & Etoiles fixes par la Lune, du Barometre & des Vents qui ont regné.

Quelques-unes de ces Obſervations n'ont pû être faites à l'Obſervatoire de *Paris*, à cauſe que le Ciel y étoit couvert, & réciproquement nous en avons fait quelques-unes à *Paris* qui n'ont point été apperçûës à *Marſeille*; ce qui marque l'avantage que l'on peut retirer des Obſervatoires établis en divers lieux de la Terre, & principalement dans les Pays où l'air eſt ordinairement ſerein, tels que la *Provence*; car on peut par ce moyen avoir un grand nombre d'Obſervations qui n'auroient pas pû être faites dans un même pays, ce qui eſt d'une très-grande utilité pour la perfection de l'Aſtronomie & de la Navigation.

La premiére des Obſervations qui eſt rapportée dans le Journal du P. *Feuillée*, eſt l'Eclipſe de Venus par la Lune du 5 Mars de l'année 1720. Elle avoit été prédite dans la *Connoiſſance des Temps* de cette année-là, & comme elle devoit arriver de jour vers le midi, nous fûmes très-attentifs à l'obſerver, mais le Ciel qui n'étoit pas ſerein, ne nous permit pas d'appercevoir Venus, ni la Lune qui étoit alors en décours, éloignée ſeulement de 4 jours de ſa conjonction avec le Soleil.

Le Ciel fut ſerein à *Marſeille* au commencement de cette Eclipſe, & à 11h 18′ 25″ Venus fut éclipſée par le bord éclairé de la Lune. Elle parut avant ſon occultation entierement ſur la Lune; ce que le P. *Feuillée* attribuë à l'effet des refractions.

Quelques foibles nuages ſe leverent après cette Obſervation, & cacherent entierement la Lune, ce qui empêcha d'obſerver l'Emerſion de Venus de ſon bord obſcur.

Le 11 Avril de cette même année, le P. *Feuillée* obſerva la conjonction d'Aldebaran avec la Lune à $8^h\ 57'\ 56''$, temps auquel cette Etoile étoit fort près du bord Meridional de la Lune, & éloignée de ſa corne Meridionale environ de la longueur de *Mare Criſium*.

Cette Etoile devoit être éclipſée à *Paris*, mais le mauvais temps ne permit pas de l'y appercevoir.

Obſervations des Satellites de Jupiter.

Le 16 Mars, à $8^h\ 42'\ 40''$ du ſoir, Immerſion du ſecond Satellite dans l'ombre de Jupiter, qui étoit alors près de ſon oppoſition avec le Soleil; le troiſiéme Satellite étoit à la même heure éloigné du bord de Jupiter de la largeur d'un diametre de ce Satellite.

Le 21 Mars, à $8^h\ 28'\ 17''$ du ſoir, Conjonction du premier & du ſecond Satellite de Jupiter. Ces deux Satellites avoient un mouvement en ſens contraire en apparence, & n'étoient éloignés l'un de l'autre que de l'un de leurs diametres.

Le 9 Avril, à $10^h\ 26'\ 49''$, Emerſion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter, le Ciel étant clair & ſerein.

Le 16 Mai, à $8^h\ 47'\ 38''$, le Ciel s'étant découvert, on apperçut le quatriéme Satellite encore fort petit, ce qui fit juger que

ſon

ſon Emerſion étoit arrivée peu de temps auparavant.

Le 25 Mai, à 10h 58′ 4″ du ſoir, Emerſion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter, le Ciel étant clair & ſerein.

10 47 25 à *Paris*, le Ciel s'étant découvert, le premier Satellite étoit déja ſorti de l'ombre.

Le 10 Juin, à 9 14 43 Emerſion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter, le Ciel étant clair & ſerein.

Le 17 Juin, à 11 6 36 du ſoir, Emerſion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter, l'air étoit chargé de vapeurs, & Jupiter aſſés près de l'horiſon; ce qui pourroit avoir retardé l'Obſervation de quelques ſecondes.

Le 17. Juin à 10 55 25 du ſoir à *Paris*, Emerſion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter.

11 10 Difference des Meridiens entre *Paris* & *Marſeille*, dont *Marſeille* eſt plus à l'Orient.

Le 3 Juillet à 9h 22' 2" du ſoir, Emerſion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter, l'air étant chargé de vapeurs.

9 11 16 à *Paris*, Emerſion.

10 44 Difference des Meridiens.

Le 3 Juillet à 9 26 56 du ſoir, Emerſion du troiſme Satellite de l'ombre de Jupiter.

Obſervations des Taches dans le Soleil.

Le P. *Feuillée* a obſervé diverſes Taches dans le Soleil. Il en parut une le 22 de Mars vers le bord oriental du Soleil qu'il obſerva juſqu'au 28 du même mois.

Il

Il en obſerva une autre le 25, le 27, & le 29 du mois de Mai.

Le 31 du même mois il en apperçut une nouvelle vers le bord oriental, qu'il continua d'obſerver juſqu'au 5 du mois de Juin.

Le 14 Juin, il en parut une vers le bord oriental, qu'il obſerva tous les jours juſqu'au 21 du même mois.

Le 22 Juin, il en obſerva une nouvelle vers le bord oriental, qu'il continua d'appercevoir juſqu'au 27 du même mois.

Le 15 Juillet, il en découvrit pluſieurs, dont il obſerva la ſituation, & principalement de celle qui étoit la plus proche du centre du Soleil, il continua de l'obſerver juſqu'au 19, & le 22 il en apperçût encore de nouvelles, qu'il obſerva juſqu'au 26 du même mois.

DES SUPERCHERIES CONCERNANT LA PIERRE PHILOSOPHALE.

Par M. GEOFFROY l'Aîné.

*IL ſeroit à ſouhaiter que l'art de tromper fût parfaitement ignoré des hommes dans toutes ſortes de profeſſions. Mais puiſque l'avidité inſatiable du gain engage une partie des hommes à mettre cet art en pratique d'une infinité de manieres differentes, il eſt de

* 15 Avril 1722.

la prudence de chercher à connoître ces ſortes de fraudes pour s'en garantir.

Dans la Chimie la Pierre Philoſophale ouvre un très-vaſte champ à l'impoſture.

L'idée des richeſſes immenſes qu'on nous promet, par le moyen de cette Pierre, frappe vivement l'imagination des hommes. Comme d'ailleurs on croit facilement ce qu'on ſouhaite ; le deſir de poſſeder cette Pierre, porte bientôt l'eſprit à en croire la poſſibilité.

Dans cette diſpoſition où ſe trouvent la plûpart des eſprits au ſujet de cette Pierre, s'il ſurvient quelqu'un qui aſſûre avoir fait cette fameuſe operation, ou quelque autre préparation qui y conduiſe, qui parle d'un ton impoſant & avec quelque apparence de raiſon, & qui appuye ſes raiſonnemens de quelques experiences, on l'écoute favorablement, on ajoûte foi à ſes diſcours, on ſe laiſſe ſurprendre par ſes preſtiges ou par des experiences tout-à-fait ſéduiſantes que la Chimie lui fournit abondamment ; enfin, ce qui eſt de plus ſurprenant, on s'aveugle aſſés pour ſe ruiner, en avançant des ſommes conſiderables à ces ſortes d'impoſteurs, qui ſous differents prétextes nous demandent de l'argent, dont ils diſent avoir beſoin, dans le temps même qu'ils ſe vantent de poſſeder une ſource de treſors inépuiſable.

Quoi qu'il y ait quelque inconvenient à mettre au jour les tromperies dont ſe ſervent ces impoſteurs, parce que quelques perſonnes pourroient en abuſer, il y en a cependant beaucoup plus à ne les pas faire connoître, puiſqu'en les découvrant, on empêche un

très

très-grand nombre de gens de ſe laiſſer ſéduire par leurs tours d'adreſſe.

C'eſt donc dans la vûë d'empêcher le public de ſe laiſſer abuſer par ces prétendus Philoſophes Chimiſtes, que je rapporte ici les principaux moyens de tromper qu'ils ont coûtume d'employer, & qui ſont venus à ma connoiſſance.

Comme leur principale intention eſt pour l'ordinaire de faire trouver de l'Or ou de l'Argent en la place des Matieres minerales qu'ils prétendent tranſmuer, ils ſe ſervent ſouvent de Creuſets ou de Coupelles doublées, ou dont ils ont garni le fond de chaux d'Or ou d'Argent; ils recouvrent ce fond avec une pâte faite de poudre de Creuſet incorporée avec de l'Eau gommée ou un peu de Cire: ce qu'ils accommodent de maniere, que cela paroît le veritable fond du Creuſet ou de la Coupelle.

D'autres fois ils font un trou dans un charbon où ils coulent de la poudre d'Or ou d'Argent qu'ils referment avec de la cire, ou bien ils imbibent des charbons des diſſolutions de ces Metaux, & ils les font mettre en poudre pour projetter ſur les matieres qu'ils doivent tranſmuer.

Ils ſe ſervent de baguettes ou de petits morceaux de bois creuſés à leur extremité, dont le trou eſt rempli de limaille d'Or ou d'Argent, & qui eſt rebouché avec de la ſciure fine du même bois. Ils remuent les matieres fonduës avec la baguette, qui en ſe brûlant, laiſſe dans le Creuſet le metal fin qu'elle contenoit.

Ils mêlent d'une infinité de manieres diffe-

rentes l'Or & l'Argent dans les matieres ſur leſquelles ils travaillent : car une petite quantité d'Or ou d'Argent ne paroît point dans une grande quantité de Mercure, de Regule d'Antimoine, de Plomb, de Cuivre, ou de quelque autre metal.

On mêle très-aiſément l'Or & l'Argent en chaux dans les chaux de Plomb, d'Antimoine & de Mercure.

On peut enfermer dans du Plomb des grenailles ou des lingots d'Or & d'Argent. On blanchit l'Or avec le Vif argent, & on le fait paſſer pour de l'Etain ou pour de l'Argent. On donne enſuite pour tranſmutation l'Or & l'Argent qu'on retire de ces matieres.

Il faut prendre garde à tout ce qui paſſe par les mains de ces ſortes de gens ; car ſouvent les Eaux fortes ou les Eaux regales qu'ils employent ſont déja chargées de diſſolutions d'Or & d'Argent. Les papiers dont ils envelopent leurs matieres ſont quelquefois penetrés de chaux de ces metaux. L'écriture ou les taches qui paroiſſent deſſus peuvent être faites avec les teintures de ces metaux. Les cartes dont ils ſe ſervent peuvent cacher de ces chaux metalliques dans leur épaiſſeur. On a vû le Verre même, ſortant des Verreries, chargé de quelque portion d'Or qu'ils y avoient gliſſé adroitement pendant qu'il étoit encore en fonte dans le Fourneau.

Quelques-uns en ont impoſé avec des Clouds moitié Fer & moitié Or, ou moitié Argent. Ils font accroire qu'ils ont fait une veritable tranſmutation de la moitié de ces Clouds, en les trempant à demi dans une prétenduë teinture. Rien n'eſt d'abord plus

ſé-

ſéduiſant, ce n'eſt pourtant qu'un tour d'adreſſe. Ces Clouds qui paroiſſoient tout de Fer, étoient neanmoins de deux pieces, une de Fer & une d'Or ou d'Argent ſoudées au bout l'une de l'autre très-proprement & recouvertes d'une couleur de Fer qui diſparoiſſoit en la trempant dans leur liqueur. Tel étoit le Cloud moitié Or & moitié Fer, qu'on a vû autrefois dans le Cabinet de M. le Grand Duc de *Toſcane*. Tels ſont ceux que je préſente aujourd'hui à la Compagnie, moitié Argent & moitié Fer. Tel étoit le Couteau qu'un Moine preſenta autrefois à la Reine *Eliſabeth* en *Angleterre* dans les premiéres années de ſon regne, dont l'extremité de la lame étoit d'Or, auſſi-bien que ceux qu'un fameux Charlatan répandit il y a quelques années en *Provence*, dont la lame étoit moitié Argent & moitié Fer. Il eſt vrai qu'on ajoûte que celui-ci faiſoit cette operation ſur des Couteaux qu'on lui donnoit qu'il rendoit au bout de quelque temps avec l'extremité de la lame convertie en Argent. Mais il y a lieu de penſer que ce changement ne ſe faiſoit qu'en coupant le bout de la lame, & y ſoudant proprement un bout d'Argent tout ſemblable.

On a vû pareillement des Pieces de Monnoyes ou des Medailles moitié Or & moitié Argent. Ces Pieces, diſoit-on, avoient été premierement entierement d'Argent, mais en les trempant à demi dans une teinture philoſophale ou dans l'Elixir des Philoſophes, cette moitié qui avoit été trempée, s'étoit tranſmuée en Or ſans que la forme exterieure de la Medaille ni ſes caracteres euſſent été alterés conſiderablement.

Je dis que cette Medaille n'a jamais été toute d'Argent, du moins cette partie qui eſt Or, que ce ſont deux portions de Medailles, l'une d'Or & l'autre d'Argent, ſoudées très-proprement, de maniere que les figures & les caracteres ſe rapportent fort exactement; ce qui n'eſt pas bien difficile. Voici de quelle maniere cela ſe fait, ou plutôt voici de quelle maniere je joüerois ce jeu, ſi je voulois en impoſer.

Il faut avoir pluſieurs Médailles d'Argent ſemblables, un peu groſſierement frappées, & même un peu uſées: on en modellera quelques-unes en ſable, qu'on jettera en Or; il n'eſt pas même neceſſaire qu'elles ſoient modellées dans un ſable trop fin.

Pour lors on coupera proprement une portion d'une des Medailles d'Argent, & une pareille portion d'une des Medailles d'Or. Après les avoir appropriées avec la lime, on ſoudera exactement la partie d'Or avec la partie d'Argent, prenant ſoin de les bien ajuſter, enſorte que les caracteres, & figures ſe rapportent autant qu'il ſera poſſible, & s'il y a quelque petit défaut, on le reparera avec le burin.

La portion de la Medaille qui ſe trouve en Or, ayant été jettée en ſable, paroît un peu grenuë & plus groſſiere que la portion de la même Medaille qui eſt en Argent, & qui a été frappée, mais on donne ce défaut comme un effet, ou comme une preuve de la tranſmutation, parce qu'une certaine quantité d'Argent occupant un plus grand volume qu'une pareille quantité d'Or, le volume de

l'Argent

l'Argent ſe retire un peu en ſe changeant en Or, & laiſſe des pores ou des eſpaces qui forment le grenu. Outre cela on a ſoin de tenir la partie qui eſt en Or un peu plus mince que l'Argent pour garder la vrai-ſemblance, & ne mettre qu'autant d'Or à peu-près qu'il y avoit d'Argent.

Outre cette premiére Medaille, on en préparera une ſeconde de cette façon.

On prend une Medaille d'Argent dont on émincit une moitié, en la limant deſſus & deſſous, ſans toucher à l'autre, de ſorte que la moitié de la Medaille ſoit conſervée entiere, & qu'il ne reſte de l'autre moitié qu'une lame mince de l'épaiſſeur environ d'une carte à joüer. On a une pareille Medaille en Or qu'on coupe en deux, & dont on prend la portion dont on a beſoin, on la ſcie en deux dans ſon épaiſſeur, & l'on ajuſte ces deux lames d'Or de maniere qu'elles recouvrent la partie émincie de la Medaille d'Argent, en obſervant que les figures & les caracteres ſe rapportent, par ce moyen on a une Medaille entiere moitié Argent & moitié Or, dont la portion d'Or eſt fourrée d'Argent.

On preſente cette Medaille comme un exemple d'un Argent qui n'eſt pas totalement tranſmué en Or, pour n'avoir pas trempé aſſés long-temps dans l'Elixir.

On prépare enfin une troiſiéme Medaille d'Argent dont on dore ſuperficiellement la moitié deſſus & deſſous avec l'amalgame de Mercure & d'Or: & l'on fait paſſer cette Medaille pour un Argent qui n'a trempé que très-peu de temps dans l'Elixir.

Lorſ-

Lorſqu'on veut joüer ce jeu, on blanchit l'Or de ces trois Medailles avec un peu de Mercure, en ſorte qu'elles paroiſſent entierement d'Argent. Pour tromper encore mieux, celui qui ſe mêle de ce métier, & qui doit ſavoir bien eſcamotter, preſente trois autres Medailles d'Argent toutes ſemblables & ſans aucune préparation, & les laiſſe examiner à la compagnie qu'il veut tromper. En les reprenant, il leur ſubſtituë ſans qu'on s'en apperçoive, les Medailles préparées : il les diſpoſe dans des verres, dans leſquels il verſe ſuffiſante quantité de ſon précieux Elixir à la hauteur qui lui convient, il en retire enſuite ſes Medailles dans des temps marqués. Il les jette dans le feu, il les y laiſſe aſſés de temps pour exhaler le Mercure qui blanchiſſoit l'Or. Enfin il retire du feu ces Medailles, qui paroiſſent moitié Argent & moitié Or, avec cette difference qu'en coupant une petite portion de chacune dans la partie qui paroît Or, l'une n'eſt dorée qu'à la ſurface, l'autre eſt d'Or à l'exterieur, & d'Argent dans le cœur, & la troiſiéme eſt d'Or dans toute ſa ſubſtance.

La Chimie fournit encore à ces prétendus Philoſophes Chimiſtes des moyens plus ſubtils pour tromper.

Telle eſt une circonſtance particuliére que l'on raconte de l'Or d'une de ces prétenduës Medailles tranſmuées, qui eſt que cet Or ne peſoit guere plus qu'un égal volume d'Argent, & que le grain de cet Or étoit fort gros, peu ſerré ou rempli de beaucoup de pores. Si cela eſt vrai dans toutes ces circonſtances, comme on l'aſſûre, c'eſt encore une nouvelle im-

impoſture qu'il n'eſt pas impoſſible d'imiter. On peut introduire dans l'Or une matiere beaucoup plus legere que ce metal, qui n'en alterera point la couleur, & qui n'abandonnera l'Or ni dans le départ ni dans la coupelle. Cette matiere beaucoup moins compacte, rendra ſon grain moins ſerré & ſous un même volume, ſa peſanteur beaucoup moindre, ſelon la quantité qu'on y en aura introduite.

Paſſons à d'autres experiences impoſantes. Le Mercure chargé d'un peu de zinc, & paſſé ſur le Cuivre rouge, lui laiſſe une belle couleur d'Or. Quelques préparations d'Arſenic blanchiſſent le Cuivre, & lui donnent la couleur de l'Argent. Les prétendus Philoſophes produiſent ces préparations comme des acheminemens à des teintures qu'ils promettent de perfectionner.

On fait bouillir le Mercure avec le Vert de gris, & il paroît que le Mercure ſe fixe en partie; ce qui n'eſt en effet qu'un amalgame du Mercure avec le Cuivre qui étoit contenu dans le verdet, ils donnent cette operation comme une veritable fixation de Mercure.

Tout le monde ſait preſentement la maniere de changer les Clous de Cinabre en Argent. Cet artifice eſt décrit dans pluſieurs Livres de Chimie, c'eſt pourquoi je ne le repete point ici.

On donne encore le procedé ſuivant comme une tranſmutation de Cuivre en Argent. On a une boëte ronde comme une boëte à ſavonette, compoſée de deux calottes de Cuivre rouge qui ſe joignent & ferment très-juſte.

juſte. On remplit le bas de la boëte d'une poudre préparée pour cela : après avoir fermé la boëte & lutté les jointures, on la place dans un Fourneau avec un feu moderé, ſuffiſant pour rougir le fonds de la boëte, mais non pas aſſés fort pour la fondre. On la laiſſe quelque temps dans cet état, après quoi on laiſſe éteindre le feu, & on ouvre la boëte. On trouve la partie ſuperieure de la boëte convertie en partie en Argent. La poudre dont on ſe ſert en cette occaſion eſt la chaux d'Argent précipitée par le Sel marin, ou autrement la Lune cornée qu'on étend avec qnelque intermede convenable.

Dans cette operation la Lune cornée, qui eſt un mêlange de l'Argent & de l'acide du Sel marin, s'éleve facilement au feu, & elle ſe ſublime au haut de la boëte de Cuivre. Mais comme l'acide du Sel marin s'unit avec les metaux, & les penetre très-intimement; & comme il a d'ailleurs plus de rapport avec le Cuivre qu'avec l'Argent, à meſure qu'il penetre le Cuivre, au travers des pores duquel il s'exhale, il en ronge quelques parcelles qu'il emporte avec lui en l'air, il dépoſe en leur place les particules d'Argent qu'il avoit enlevées, & il compoſe ainſi un nouveau deſſus de boëte, partie Argent & partie Cuivre.

Quelques Chimiſtes ont avancé qu'il étoit plus facile de faire de l'Or que de le décompoſer, c'eſt ce qui a engagé quelques-uns de nos prétendus Philoſophes de donner certaines operations pour de vrayes deſtructions d'Or.

Ils nous propoſent des Diſſolvants, qui di-

digerés avec l'Or, en tirent la teinture, & laiſſent une portion de l'Or qu'ils diſent deſanimé ou dépouillé de ſon ſoufre ou de ſa teinture, parce qu'en le fondant, il eſt blanc, ou d'un jaune pâle & fort aigre. Tel eſt, par exemple, l'eſprit de Nitre bézoardique. Mais cette prétenduë décompoſition de l'Or n'eſt qu'une illuſion. Ce diſſolvant eſt quelquefois chargé d'une aſſés grande quantité de parties régulines d'Antimoine qu'il a enlevées avec lui dans la diſtillation. Lorſqu'on le fait digerer ſur l'Or, il diſſout bien à la verité quelque portion d'Or, parce que c'eſt une Eau régale qui n'eſt pas aſſés chargée d'Antimoine pour ne plus mordre ſur l'Or. De-là vient la couleur jaune que ce diſſolvant prend dans cette digeſtion. Il dépoſe auſſi dans les pores de l'Or qui reſte ſans être diſſous quelque petite portion de Régule qu'il tenoit en diſſolution, ce qui rend cet Or pâle ou même blanc, quand on vient à le refondre ſelon la quantité des parties antimoniales qui s'y ſeront mêlées. Mais cet Or que cet eſprit tient en diſſolution n'eſt nullement décompoſé, comme il eſt aiſé de s'en aſſûrer par la précipitation.

Il n'y a pas long-temps qu'on propoſa à M. l'Abbé *Bignon* une autre prétenduë deſtruction de l'Or, ou une maniere de réduire ce metal en une ſimple Terre, qu'on ne peut plus refondre en Or. Pour cela on faiſoit fondre l'Or dans un Creuſet avec environ trente fois autant d'une poudre préparée. Le tout étant bien fondu, on tiroit la matiere du feu qu'on laiſſoit refroidir en une maſſe ſaline. On la laiſſoit reſoudre en liqueur à l'humidité de la cave,

cave, & l'on paſſoit enſuite cette liqueur par le papier gris ſur lequel il reſtoit une poudre noire environ du poids de l'Or qui avoit été employé. Cette poudre miſe à toute épreuve, ne donnoit plus aucun indice d'Or, d'où on concluoit que l'Or étoit décompoſé, & reduit en ſa terre premiere.

Nous fûmes chargés, M. de *Reaumur*, M. *Lemery* & moi, d'examiner cette operation; & nous jugeâmes que ce n'étoit pas aſſés d'obſerver cette terre fixe, qu'il falloit encore faire attention à la liqueur paſſée par le filtre, où il y avoit toute apparence qu'on trouveroit l'Or, ſuppoſé que la poudre dont on s'étoit ſervi pour intermede n'en eût pas enlevé une partie pendant la fonte.

Mais ayant bien-tôt après examiné la poudre dont on ſe ſervoit pour cette operation, nous trouvâmes que c'étoit un compoſé de crême de Tartre, de Soufre, & d'un peu de Salpêtre.

Nous ne doutâmes plus pour lors que l'Or ne fût paſſé dans la liqueur, car ces matieres détonnées & fonduës enſemble forment une eſpece d'*hepar Sulphuris*, dans lequel l'Or & les autres metaux ſont facilement diſſous, de maniere que lors qu'on laiſſe reſoudre à l'air humide cet *hepar Sulphuris* chargé d'Or, il ſe reſout en liqueur rougeâtre, avec laquelle l'Or reſte entierement uni, & il paſſe avec ce même Or au travers du papier gris. La Terre fixe qui reſte ſur le filtre eſt la cendre que laiſſe la crême de Tartre après ſa calcination, & qu'on nous vouloit donner pour un Or deſanimé ou décompoſé.

C'eſt avec ces artifices ou de ſemblables

bles que tant de gens ont été trompés.

Il y a même toute apparence que ces fameuſes hiſtoires de la Tranſmutation des Metaux en Or ou en Argent par le moyen de la poudre de Projection ou des Elixirs philoſophiques n'étoient rien autre choſe que l'effet de quelques ſupercheries ſemblables: d'autant plus que ces prétendus Philoſophes n'en laiſſent jamais voir qu'une ou deux épreuves, après leſquelles ils diſparoiſſent: ou bien les procedés pour faire leur poudre ou leur teinture, après avoir réüſſi dans quelques occaſions, ont ceſſé d'avoir leur effet, ſoit parce que les vaiſſeaux qu'on avoit garnis d'Or ſecretement ont été tous employés, ou parce que les matieres qui avoient été chargées d'Or ont été conſommées.

Ce qui peut en impoſer le plus dans les hiſtoires que l'on raconte de ces prétendus Philoſophes, c'eſt le deſintereſſement qu'ils marquent dans quelques occaſions où ils abandonnent le profit de ces Tranſmutations, & l'honneur même qu'ils pourroient en retirer. Mais ce faux deſintereſſement eſt une des plus grandes ſupercheries, car il ſert à repandre & à entretenir l'opinion de la poſſibilité de la Pierre philoſophale, qui leur donne moyen par la ſuite d'exercer d'autant mieux leurs ſupercheries, & de ſe dédommager amplement de leurs avances.

ECLAIRCISSEMENT

Sur une Difficulté proposée aux Mathematiciens par M. le Chevalier DE LOUVILLE.

Par M. SAURIN.

FEU M. *Parent* est le premier à qui cette difficulté se soit presentée ; & dans la derniere Edition de ses *Recherches de Physique & de Mathematique*, il l'a poussée aussi loin qu'il a pû. Elle merite sans doute d'être éclaircie, puisque deux aussi habiles Geometres que M. *Parent* & M. le Chevalier de *Louville* en ont été frappés ; & cette consideration est d'autant plus forte, que le dernier n'avoit aucune connoissance avant la composition de son Memoire, d'avoir été prévenu par l'autre, ainsi qu'il nous l'assûre lui-même.

Galilée a démontré l'égalité du temps de la chûte d'un corps par les differentes cordes du Cercle : M. *Huygens* a donné dans son *Traité de la Pendule* une démonstration très-savante de l'Isochronisme des chûtes par les differents arcs de la Cycloïde. A cette démonstration étenduë jusqu'au cas de la chûte par le dernier arc infiniment petit de la Cycloïde, on oppose (& c'est la difficulté) la démonstration de *Galilée*, étenduë de même jusqu'au cas de la chûte par la derniere corde infiniment petite du Cercle. M. *Parent* prétend

rend que ces deux démonſtrations pouſſées ainſi juſqu'au cas de l'Infiniment Petit ſe combattent évidemment l'une l'autre; & ſe déclarant contre celle de M. *Huygens*, il décide hardiment qu'elle n'eſt point applicable à ce cas, & croit appuyer ſolidement ſa déciſion par l'examen de la démonſtration même.

M. le Chevalier de *Louville* ſe contente de mettre dans un grand jour l'oppoſition apparente des deux démonſtrations, & d'expoſer ſimplement contre celle de M. *Huygens* les conſiderations qui ſe ſont offertes à lui, comme elles s'étoient déja offertes à M. *Parent*; mais plus circonſpect que M. *Parent*, il ne décide point; c'eſt une difficulté qu'il propoſe, & ſa modeſtie lui fait dire qu'*il s'en rapporte à des Geometres plus habiles que lui*: nous ajoûtons, qu'il auroit peine à trouver.

Je n'ai garde ſur tout de me preſenter ici comme tel: & ſi j'entreprends de donner dans ce Memoire l'éclairciſſement qu'il demande, c'eſt parce que je ſuis intereſſé dans la queſtion, & que je l'ai fait naître.

A la fin du *Traité de la Pendule* déja cité, on trouve ſans démonſtration treize Theoremes ſur la force centrifuge des corps mus circulairement, le neuviéme eſt énoncé de cette ſorte par M. Huygens: *Si Pendulum motu conico latum circuitus minimos faciat, eorum ſingulorum tempora ad tempus caſus perpendicularis ex duplâ Penduli altitudine eam rationem habent quam circumferentia Circuli ad diametrum: ac proindè æqualia ſunt tempori duarum oſcillationum lateralium ejuſdem Penduli minimarum.*

Ce

Ce Theoreme, comme on voit, contient deux propoſitions; la premiére, *que le temps des plus petites Oſcillations coniques d'un Pendule eſt au temps de la chûte perpendiculaire d'une hauteur égale à deux fois la longueur du même Pendule, comme la circonference du Cercle eſt au diametre.* La ſeconde tirée de celle-là comme un Corollaire par un *proindè*: *Que le temps d'une des plus petites Oſcillations coniques d'un Pendule eſt égal au temps de deux des plus petites Oſcillations laterales du même Pendule*

Il eſt évident que cette ſeconde propoſition ne peut ſe tirer de l'autre qu'en ſuppoſant que le temps de deux Oſcillations laterales infiniment petites d'un Pendule eſt au temps de la chûte perpendiculaire par le diametre du Cercle dont la longueur du Pendule eſt le rayon, comme la circonference au diametre. M. *Parent* en démontrant les treize Theoremes dans le *Journal des Savans* du 23. Mai 1701. combattit cette ſuppoſition par cette remarque: *Remarquez que l'Auteur a tort d'égaler ce dernier temps à celui de deux Oſcillations laterales du même Pendule: car ces deux Oſcillations laterales ſont iſochrones à quatre fois la chûte accelerée par le double du fil. . . . Il fait la même faute*, ajoûte M. Parent, *dans ſa ſeptiéme & dans ſa dixieme propoſition, & même dans l'article trentiéme de ſon Diſcours de la Peſanteur.*

J'eûs occaſion en 1702 de donner dans les *Memoires de Trevoux* des démonſtrations de ces mêmes Theoremes, très-differentes de celles qui avoient paru dans le *Journal des Savans*, je ne manquai pas de relever comme une

une erreur la remarque de M. *Parent*, & de rétablir la proportion qu'il avoit combattuë, & j'employai pour la démontrer le principe qui fait prendre l'un pour l'autre l'arc infiniment petit de la Cycloïde, & celui de son Cercle osculateur.

Ce qu'il y a de singulier ici, c'est que M. *Parent*, qui ne se rendoit pas fort aisément, se hâta de convenir qu'il avoit tort. Le même jour que mes démonstrations parurent dans les *Memoires de Trevoux*, je reçus de lui une Lettre dans laquelle il me marquoit qu'ayant été averti par M. le Marquis de *l'Hôpital*, depuis quelque temps, que je le devois reprendre sur sa remarque, il avoit relû & examiné de nouveau les treize Theoremes, & que s'étant apperçû lui même de son erreur, il m'envoyoit la démonstration de l'article qu'il avoit crû faux, en me priant de ne pas trouver mauvais que dans un Journal qu'il avoit entrepris, & dont il donneroit bien-tôt le premier volume, il en informât le public, afin qu'on ne crût pas qu'il eût rien emprunté de moi, & qu'il eût à d'autre qu'à lui ni la reconnoissance de sa mépriſe, ni sa démonstration.

Il l'executa en effet en 1703, que parût le premier mois de son Journal; & sa retractation, jointe à la démonstration qu'il m'avoit envoyée, en étoit le premier article. Il fut loué sur cet article dans l'Extrait que le *Journal des Savans* donna de ce premier essai de son Ouvrage; on y rendit seulement plus exacte une datte qui ne l'étoit pas assés, & qui telle qu'elle étoit dans son récit, auroit pû faire douter, si je n'avois point pris moi-

même ma démonſtration de la ſienne. Cette petite correction qui ne devoit point le fâcher, le fâcha. En general tout l'Extrait lui déplut: & peut-être l'interêt de la Verité auroit-il pû permettre d'y menager davantage M. *Parent* qu'on ne le fit. Quoi qu'il en ſoit, je devins dès-lors l'objet de ſon reſſentiment; & depuis ce trop ſincere ou trop rigoureux Extrait il eſt tombé ſur moi impitoyablement en differents endroits de ſes *Recherches*. Mais bien qu'il ait longtemps gardé ſa colere, il ne s'eſt point aviſé durant tout le cours de ſa vangeance de ſe retracter de ſa retractation.

Il ne l'a fait qu'en 1713, dans une nouvelle Edition de ſes *Journaux* que nous avons déja citée, & qui eſt en trois volumes. C'eſt dans le ſecond, p. 806. qu'après avoir fait pluſieurs corrections à ce qu'il avoit donné dans le *Journal des Savans* de 1701 ſur les treize Theoremes de M. *Huygens*, il ajoûte: *A l'égard de la Remarque que j'ai faite ſur le corollaire 3 de M.* Huygens *dans ce même Journal, & dont je ne m'étois déſiſté qu'à la perſuaſion de quelques Savans, elle ſubſiſte dans ſon entier:* & Galilée *ni moi nous ne nous ſommes point trompés en identifiant le temps de la chûte par une corde infiniment petite avec celui de ſon arc*, &c.

Accorder, pour le dire en paſſant, ce que M. *Parent* déclare ici ſur ſa premiére retractation, avec ce qu'il m'en avoit écrit, & qu'il en avoit mis enſuite dans le premier mois de ſes *Recherches*, me paroît un probleme plus difficile que celui qui nous eſt propoſé d'accorder la démonſtration de M. *Huygens* avec celle

de

de *Galilée*, mais auſſi eſt-il bien moins important.

Au reſte, pour faire encore cette remarque en paſſant, *Galilée* n'a que faire de la part que M. *Parent* lui donne gratuitement à ſon *identification* du temps de la chûte par l'arc indéfiniment petit du Cercle avec le temps de la chûte par la corde indéfiniment petite du même arc. *Galilée* a démontré l'égalité du temps de la chûte d'un corps par les cordes du Cercle, & ſa démonſtration a lieu dans le cas même où l'on ſuppoſe la corde infiniment petite; mais il n'a dit aucune part que ce temps fût égal ou inégal à celui de la chûte par l'arc infiniment petit du Cercle. Il n'a pris, ni eû occaſion de prendre ce petit arc pour ſa corde; & ſoit que M. *Parent* ſe ſoit trompé ou non, en le faiſant, il n'en doit rien mettre ſur le compte de *Galilée*.

Ce long expoſé que je viens de faire, n'eſt que pour montrer que la queſtion propoſée me regardant particulierement, j'étois auſſi dans une obligation particuliere de répondre à l'invitation generale de M. le Chevalier de *Louville*, & d'entreprendre, pour tâcher de le ſatisfaire, l'examen où je vais entrer.

*CP** eſt un Pendule fixe au point *C*; & *GPH* eſt une portion de la circonference du Cercle, dont ce Pendule mû lateralement décrit des arcs. Soit *FPE* un de ces arcs, mais un arc infiniment petit, diviſé également en deux par le point *P* le plus bas du Cercle, il eſt évident que les vibrations laterales du Pendule deviennent infiniment petites, lorſqu'il ne parcourt plus que cet arc infiniment petit. Le temps de ces vibrations eſt

* Fig. 1.

donc celui qu'il met à aller de *F* en *E*, & à revenir de *E* en *F*. C'eſt ce temps qu'il s'agiſſoit de déterminer.

M. *Huygens* veut qu'il ſoit à celui de la chûte perpendiculaire du poids *P* tombant d'une hauteur égale à *MP* double de *CP* comme la circonference du Cercle au diametre. M. *Parent* fait le temps de deux vibrations égal à quatre fois celui de la chûte perpendiculaire du poids par *MP*.

Pour rendre la queſtion plus ſimple, au lieu du temps entier de deux vibrations; n'en prenons que le quart, qui eſt le temps d'une demie vibration; c'eſt-à-dire, celui que le Pendule employe à tomber de *F* en *P*. Ce temps ſera donc, ſelon M. *Huygens*, au temps de la chûte perpendiculaire par *MP*, comme le quart de la circonference du Cercle au diametre; & par conſequent il ſera à la moitié du temps par *MP* comme la demie circonference au diametre. Mais ſelon M. *Parent* il ſera égal à tout celui de la chûte par *MP*, & par conſequent il ſera à la moitié de ce temps par *MP* comme 2 à 1.

Or la moitié du temps de la chûte par *MP* étant égale au temps entier de la chûte par *AP*, hauteur priſe quatre fois plus petite que *MP*, il ſuit de la détermination de M. *Huygens* que le temps de la demie vibration du Pendule tombant de *F* en *P*, eſt au temps de la chûte perpendiculaire par *AP*, comme la demie circonference du Cercle au diametre; & il ſuit de celle de M. *Parent*, que le premier de ces temps eſt à l'autre comme 2 à 1.

Voilà deux déterminations bien differentes: elles ne ſauroient être toutes deux vrayes, & neanmoins

neanmoins elles paroiſſent avoir l'une & l'autre leur démonſtration.

A l'égard de celle-ci, il eſt viſible que ſi l'on prend l'arc circulaire infiniment petit *FOP* pour ſa corde infiniment petite *FP*; le temps par la corde *FP* étant égal ſuivant la doctrine de *Galilée*, au temps par le diametre *MP*, & double du temps par *AP*; le temps par l'arc *FOP* ſera auſſi double du même temps par *AP*.

Du côté de M. *Huygens* l'évidence ne ſe preſente pas moins d'elle-même. Car ſoit * *KLP* la Cycloïde qui a pour Cercle generateur le Cercle *ASP*, décrit ſur le diametre *AP*: on ſait que cette Cycloïde aura pour Cercle oſculateur le Cercle *GFP*, dont la longueur *CP* du Pendule eſt le rayon. En regardant donc l'arc infiniment petit *FOP* comme le petit arc commun au Cercle oſculateur & à la Cycloïde; ce qu'on démontrera de l'arc infiniment petit de la Cycloïde *KLP*, ſera démontré de l'arc infiniment petit *FOP* de ſon Cercle oſculateur. Or le temps de la chûte par l'arc infiniment petit de cette Cycloïde, terminé au point le plus bas *P*, comme par tout autre arc terminé de même, étant au temps de la chûte perpendiculaire par le diametre *AP* du Cercle generateur, comme la demie circonference au diametre, il s'enſuit que le temps par l'arc infiniment petit *FOP* du Cercle oſculateur, & le temps par *AP*, diametre du Cercle generateur, ont auſſi le même rapport.

Ces deux démonſtrations ſemblent frapper également l'eſprit; cependant malgré leur é-

 vidence

* Fig. 2.

vidence apparente, les déterminations qu'elles donnent n'étant pas les mêmes, il faut neceſſairement qu'il y ait quelque paralogiſme dans l'une ou dans l'autre, ou dans toutes les deux.

Pour le découvrir, diſtinguons les principes qu'on y fait entrer. Elles renferment chacune trois propoſitions. Les trois d'une part ſont; la premiére, que le temps de la chûte d'un corps par une corde finie quelconque du Cercle, terminée au point le plus bas, eſt toûjours le même; la ſeconde infiniment petite; la troiſiéme, que dans la queſtion preſente on peut prendre indifferemment l'un pour l'autre l'arc infiniment petit du Cercle, & ſa corde.

A ces trois propoſitions répondent de l'autre part ces trois ici; la premiére, que le temps de la chûte d'un corps par un arc fini quelconque de la Cycloïde, terminé au point le plus bas, eſt toûjours le même; la ſeconde, qu'il eſt encore le même, lorſqu'on ſuppoſe l'arc infiniment petit; la troiſiéme, que dans la queſtion preſente on peut prendre indifferemment l'un pour l'autre l'arc infiniment petit de la Cycloïde, & celui de ſon Cercle oſculateur.

Ces propoſitions ainſi diſtinguées, on voit que l'Iſochroniſme des chûtes par les arcs de la Cycloïde, ſoit finis, ſoit infiniment petits, contenu dans les deux premiéres des trois propoſitions du ſecond article, & l'Iſochroniſme des chûtes par les cordes du Cercle, ſoit finies, ſoit infiniment petites, contenu dans les deux premieres des trois propoſitions du premier article, ne donnent les differentes

tes déterminations que nous avons expliquées, qu'à la faveur des troiſiémes propoſitions ; c'eſt-à-dire, qu'en vertu du principe par lequel on ſe permet de prendre l'arc infiniment petit du Cercle, d'un côté pour ſa corde, & de l'autre pour l'arc infiniment petit de la Cycloïde, & par conſequent s'il eſt bien démontré que ce principe ait en effet lieu dans le cas particulier dont il s'agit, il eſt clair que l'erreur doit ſe trouver, ou dans les deux propoſitions qui renferment l'Iſochroniſme de *Galilée*, ou dans les deux qui renferment celui de M. *Huygens*. Mais ſi au contraire les deux propoſitions ſur l'Iſochroniſme de *Galilée*, & les deux ſemblables ſur l'Iſochroniſme de M. *Huygens* ſont démontrées de part & d'autre parfaitement, & avec la derniere évidence, il faut de neceſſité que l'erreur ſe trouve dans l'application que l'on fait au cas preſent du principe ſuppoſé.

M. *Parent* ne ſuppoſant aucun abus dans cette application, & entraîné d'ailleurs par la ſimplicité, & par l'évidence de la démonſtration qui établit l'Iſochroniſme de *Galilée* à l'égard des cordes du Cercle, il a mis toute ſon attention à chercher dans la demonſtration plus compoſée de M. *Huygens* ſur l'Iſochroniſme de la Cycloïde le paralogiſme qui devoit neceſſairement ſe trouver quelque part.

J'ai fait tout le contraire, & rien ne m'étant plus parfaitement connu que la liaiſon neceſſaire qui eſt entre les deux démonſtrations, & que leur commune évidence, j'ai été déterminé à croire l'erreur cachée dans la ſuppoſition que l'on fait, qu'il n'y a rien

dans la queſtion preſente qui empêche de prendre le petit arc du Cercle & pour ſa corde, & pour le petit arc de la Cycloïde. Je démontrerai bien-tôt qu'elle s'y trouve en effet; mais avant cela je vais d'abord démontrer qu'elle doit s'y trouver : car ce ſera le démontrer que de rétablir la démonſtration de M. *Huygens* ſur l'Iſochroniſme de la Cycloïde contre les objections qui ont paru à M. *Parent* en ébranler la certitude, & que M. de *Louville* ne preſſe que pour donner lieu à l'éclairciſſement qu'il deſire.

La ſimple expoſition de la démonſtration même, telle qu'elle eſt dans le Traité de la Pendule, levera toutes les difficultés. Elle dépend d'une longue ſuite de propoſitions; mais il ſuffira d'en rapporter ici trois des principales. Je commence par la vingtiéme.

Un * arc de Cercle AB, moindre que la demie circonference, étant diviſé par des droites CD, EF, GH, KL, &c. paralleles entre elles, & également diſtantes les unes des autres; ſi de tous les points de diviſion A, D, F, H, &c. on mene d'un même côté les tangentes AC, DE, FG, HK, &c. l'Auteur démontre, 1°. Que la ſomme de ces tangentes moins la premiére AC eſt plus petite que l'arc AB; 2°. Qu'en y comprenant la premiére AC, elle eſt plus grande que l'arc AN, c'eſt-à dire, plus grande que l'arc AB diminué de la partie NB.

Je ferai ici trois remarques ſur cette propoſition, & ſur la démonſtration qui en eſt donnée, & qu'il n'eſt pas neceſſaire de rapporter: la premiére eſt que la demonſtration étant

* *Fig.* 3.

étant generale, comme la propoſition, c'eſt-à-dire, convenant à tout Cercle en general, elle n'a pas moins de lieu dans un Cercle infiniment petit, que dans un Cercle fini. Car il eſt évident que ſi je puis concevoir un Cercle infiniment petit, je puis auſſi concevoir dans ſa demie circonference une portion ſemblable à la portion quelconque AB du Cercle fini, & dans cette portion du Cercle infiniment petit, des diviſions ſemblables à celles de la portion AB du Cercle fini. Ainſi dans la portion du Cercle infiniment petit, les petits arcs interceptés entre les points de diviſion auront avec leurs petites tangentes les mêmes rapports qu'ont avec leurs tangentes dans la portion AB du Cercle fini les arcs interceptés de même entre les points des diviſions ſemblables.

La ſeconde remarque eſt que l'arc AB pouvant avoir avec la demie circonference un rapport fini, ou un rapport infiniment petit, M. *Huygens* a rendu ſa démonſtration propre à ce premier cas, qui ſeul lui étoit neceſſaire, & qui ſeul auſſi avoit beſoin de démonſtration. Car il eſt viſible que dans un arc AB ſuppoſé infiniment petit par rapport à la demie circonference, chaque petite tangente interceptée étant égale à ſon petit arc, la ſomme des petites tangentes ſera égale à la ſomme des petits arcs, c'eſt à-dire, à l'arc AB; & par conſequent ſi de la ſomme des petites tangentes on en ôte une, leur ſomme diminuée ſera moindre que l'arc AB: & ſi de la ſomme des petits arcs on en retranche un, leur ſomme diminuée ſera moindre que la ſomme entiere des tangentes. Que ſi con-

tre toute ſorte d'évidence on conteſtoit l'égalité des petites tangentes, & de leurs petits arcs, la démonſtration de M. *Huygens* ſeroit alors propre à ce cas comme à l'autre.

Ma troiſiéme remarque regarde le nombre des diviſions de l'arc *AB*.

Dans la propoſition de M. *Huygens*, c'eſt un nombre quelconque; mais il faut l'entendre d'un nombre quelconque fini. Car ſi l'arc *AB* eſt diviſé en une infinité de parties, alors la ſomme des petites tangentes moins une étant égale à leur ſomme entiere, & la ſomme des petits arcs moins un étant égale de même à leur ſomme entiere; tant la ſomme des tangentes moins une que leur ſomme entiere ſeroit égale à l'arc *AB*; & de même tant l'arc diminué *AN*, que l'arc entier *AB* ſeroit égal à la ſomme entiere des tangentes.

Que ſi dans l'infinie diviſion on refuſoit encore contre toute ſorte d'évidence d'admetre l'égalité des petites tangentes & de leurs petits arcs; alors la propoſition & la démonſtration de M. *Huygens* auroient lieu dans ce cas, comme dans celui des diviſions finies. Ainſi on ſera toûjours obligé de convenir que dans le cas dont je parle, la ſomme des tangentes moins une ne peut être qu'égale à l'arc *AB*, ou moindre que cet arc; & de même que l'arc *AN* ne peut être qu'égal à la ſomme entiere des tangentes, ou moindre que cette ſomme. Venons à une autre propoſition.

Si dans la * Cycloïde *AB*, dont l'axe *AC* eſt perpendiculaire à l'horiſon, & le ſommet *A* en bas, l'on prend deux portions quelcon-

ques

* Fig. 4.

ques de la courbe BD, EF, l'une ſuperieure, & l'autre inferieure, mais d'ailleurs de hauteur égale; c'eſt-à-dire, telles que la diſtance CH des deux paralleles horiſontales BC, DH, qui renferment la portion ſuperieure, ſoit égale à la diſtance GK des deux paralleles qui comprennent la portion inferieure; il eſt démontré par M. *Huygens* que le temps de la chûte par la portion ſuperieure BD, la chûte commençant en B, ſera plus court que le temps de la chûte par la portion inferieure EF, la chûte commençant en E; c'eſt la vingt-deuxiéme propoſition, qui eſt ſans difficulté.

Soit encore * ABC une Cycloïde ayant ſon ſommet A en bas, & ſon axe DA perpendiculaire à l'horiſon; d'un point quelconque B de cette courbe ſoit menée la tangente BI, terminée en I par l'horiſontale AI. Soit auſſi menée la droite BF perpendiculaire à l'axe au point F, & ſur FA comme diametre ſoit décrit le demi cercle FHA. Enſuite ayant mené par un point quelconque G, pris ſur la Cycloïde, la droite ΣG parallele à BF, & rencontrant la circonference FHA en H, & l'axe DA en Σ, il faut concevoir deux tangentes MN, ST, menées l'une par le point G de la Cycloïde, l'autre par le point H du Cercle, & compriſes l'une & l'autre entre deux mêmes paralleles MS, NT, qui comprennent auſſi entre elles OP partie de la tangente BI, & QR partie de l'axe DA. Cela poſé; on démontre que le temps de la chûte d'un corps peſant par la droite MN avec une viteſſe uniforme, éga-

* Fig. 5.

le à celle qu'il auroit acquiſe au point G, en tombant d'un mouvement acceleré par l'arc BG de la Cycloïde, & le temps de la chûte par la droite OP avec une viteſſe uniforme égale à la moitié de celle que le corps auroit acquiſe au point I, en tombant d'un mouvement acceleré par la tangente entiere BI, ſont l'un à l'autre comme la tangente du Cercle ST eſt à la partie de l'axe QR. Cette propoſition eſt la vingt-troiſiéme. La conſtruction de l'Auteur & ſa démonſtration ſont generales, & viſiblement applicables au cas de l'Infiniment Petit, de l'avenu même de M. *Parent*: ce qu'il eſt bon de remarquer.

C'eſt ſur la verité bien démontrée de ces trois propoſitions qu'eſt fondée la démonſtration de la ſuivante, qui établit l'Iſochroniſme de la Cycloïde, & que j'ai à défendre. Voici la conſtruction de M. *Huygens*.

Soit *, comme dans la propoſition précedente, la Cycloïde ABC, dont l'axe AD eſt élevé verticalement ſur le point A, ſommet de la courbe. D'un point quelconque B pris ſur cette courbe, ſoit menée la tangente $B\Theta$, qui rencontre au point Θ l'horiſontale $A\Theta$. Après avoir mené la droite BF perpendiculaire à l'axe AD qu'elle rencontre au point F, & avoir décrit ſur FA le demi-cercle FHA, ſoit tirée parallelement à BF une autre droite GE qui coupe la Cycloïde en E, la tangente BI en I, la demie circonference FHA en H, & l'axe AD en G.

Il s'agit de démontrer que le temps de la chûte non accelerée par l'arc BE de la Cycloïde: & le temps de la chûte accelerée par la

* Fig. 6.

la tangente BI avec la moitié de la viteſſe acquiſe en Θ par la chûte accelerée de B. en Θ, ſont l'un à l'autre comme l'arc circulaire FH eſt à la droite FG.

Voyons donc ſi la maniere de proceder de M. *Huygens* dans la démonſtration de cette propoſition a quelque défaut qui donne lieu aux objections de M. *Parent*. Sa methode eſt celle des Anciens, la reduction à l'abſurde; c'eſt-à-dire, qu'il démontre que le rapport des temps comparés eſt tel que ſa propoſition le donne, en faiſant voir que ce rapport étant ſuppoſé plus grand, ou plus petit, les deux ſuppoſitions conduiſent également à l'abſurde.

Nommant donc t le temps de la chûte accelerée par l'arc de Cycloïde AE: & θ celui de la deſcente non accelerée par la droite BI avec la moitié de la viteſſe acquiſe par $B\Theta$; ſoit ſuivant la premiére ſuppoſition, le rapport de t à θ plus grand que le rapport de l'arc de Cercle FH à la droite correſpondante FG. Un temps Z plus court que le temps (t) aura au temps θ ce rapport de l'arc FH à FG. Quelque point N que l'on prenne au deſſus du point B, le temps par BE après NB ſera plus court que le temps par BE (t); & l'on peut prendre le point N tel que le temps par BE après NB ſera d'un côté plus court que le temps par BE (t), & de l'autre plus long que le temps z. Soit ce point N pris ainſi, & le temps de BE après NB ſoit appellé y; y étant plus grand que z, il aura une plus grande raiſon à θ que z, & par conſequent plus grande que celle de l'arc FH à la droite FG; ſoit donc

la raiſon de y à θ celle de l'arc FO à la droite FG.

Il faut preſentement diviſer la droite FG en parties égales EP, PQ, &c. telles que chacune ſoit plus petite que la hauteur de la ligne NB, & plus petite auſſi que la hauteur de l'arc HO. Des points de diviſion il faut mener les droites $P\Lambda$, $Q\Xi$, &c. paralleles à la baſe DC, & terminées à la tangente $B\Theta$; & des points où ces paralleles coupent l'arc FH, il faut mener de bas en haut les tangentes ΔX, $\Gamma\Sigma$, terminées chacune par la rencontre de la plus proche parallele; il faut faire la même choſe aux points où ces mêmes paralleles rencontrent la Cycloïde, c'eſt-à-dire, mener les tangentes SV, TM, &c. Il faut de plus ajoûter à la droite FG une partie GR, égale à celles qui ont été faites par la diviſion, & mener $R\Phi$ parallele à DC, & qui rencontre la circonference en Φ.

Tout cela fait; voici le raiſonnement de M. *Huygens*. Le temps de la deſcente par la tangente VS avec une viteſſe uniforme, égale à la viteſſe acquiſe par la chûte de B en S, eſt plus grand que celui de la deſcente accelerée par l'arc BS, après la chûte par NB, & cela par pluſieurs endroits; 1°. parce que la hauteur de BS étant plus petite que celle de NB, la viteſſe acquiſe par la chûte de B en S, qui eſt celle de la deſcente uniforme par VS, eſt moindre que la viteſſe acquiſe par la chûte de N en B, qui eſt celle avec laquelle commence la deſcente par l'arc BS; 2°. parce que la premiére continuë uniformément tout le long de la tangente VS,

lieu que la ſeconde, qui eſt déja plus grande que l'autre, s'accelere encore tout le long de l'arc AB ; 3°. parce que la tangente VS eſt plus grande que l'arc BS; & 4°. parce qu'elle eſt plus inclinée dans toutes ſes parties que l'arc BS ne l'eſt dans aucune des ſiennes. Par les mêmes raiſons le temps de la deſcente uniforme par la tangente MT avec la viteſſe acquiſe par la chûte de B en T; ſera plus grand que celui de la deſcente accelerée par l'arc ST après la chûte par NS; ce qui étant également vrai à l'égard de toutes les autres tangentes interceptées, & de tous leurs arcs correſpondants, on en conclut évidemment que la ſomme des temps des mouvemens uniformes par les tangentes eſt plus grande que la ſomme des temps des mouvemens accelerés par les arcs, laquelle derniere ſomme eſt préciſément le temps entier de la deſcente accelerée par l'arc BE après NB, temps qui a été appellé y. Ainſi en nommant la ſomme des temps par les tangentes s; nous avons trouvé s plus grand que y.

On va preſentement le trouver plus petit; c'eſt ce qui reſultera du rapport donné par la vingt-troiſiéme propoſition de l'Auteur expoſée ci-deſſus; du rapport, dis-je, entre ces mêmes temps des mouvemens uniformes par les tangentes avec des viteſſes acquiſes par des chûtes de B juſqu'à leurs points d'attouchement, & les temps des mouvemens uniformes par les parties correſpondantes de BI avec la moitié de la viteſſe acquiſe par la chûte de B en Θ.

Car par cette propoſition, le temps de la deſ-

deſcente uniforme par la tangente VS avec une viteſſe acquiſe par la chûte de B en S, point d'attouchement de cette tangente, eſt au temps de la deſcente uniforme par $B\Lambda$, partie correſpondante de BI, avec la moitié de la viteſſe acquiſe par une chûte de B en Θ, comme ΔX, tangente du Cercle compriſe entre les mêmes paralleles eſt à FP, partie du Cercle correſpondante. De même le temps par la tangente MT avec une viteſſe acquiſe par la chûte de B juſqu'au point d'attouchement T, eſt au temps par la partie $\Lambda\Xi$ de BI, toûjours avec la moitié de la même viteſſe acquiſe de B en Θ, comme la tangente du Cercle $\Gamma\Sigma$ à la partie de l'axe PQ; & ainſi de ſuite, le temps par chacune des tangentes ſera au temps par chacune des parties de BI qui leur répondent, comme la tangente du Cercle, compriſe entre les mêmes paralleles, eſt à la partie de l'axe qui lui répond.

Dans chacune de ces analogies il y a ces quatre termes; le premier, le temps par la tangente de la Cycloïde; le ſecond, le temps par la partie correſpondante de BI; le troiſiéme, la tangente du Cercle; la quatrieme, la partie correſpondante de l'axe. Ce quatriéme terme eſt conſtant, les parties de l'axe étant égales; le ſecond eſt conſtant auſſi, les temps par les parties de la droite BI étant égaux, puiſqu'ils ſont entr'eux comme ces mêmes parties qui ſont égales; donc dans toutes ces analogies les rapports de ces quatre termes ſont ſemblables; donc on peut conclurre, *componendo*, que la ſomme des temps par les tangentes de la Cycloïde, que nous

a-

avons appellé s, eſt à la ſomme des temps par les parties de BI, c'eſt-à-dire, au temps entier par BI, que nous avons nommé θ, comme la ſomme des tangentes du Cercle, compriſes entre les deux paralleles FB, GI, (ſomme moindre que l'arc $F\Phi$ par la vingtiéme propoſition de l'Auteur) à la ſomme des parties correſpondantes de l'axe, c'eſt-à-dire, à la droite FG.

Le rapport du temps s au temps θ ſera donc plus petit que celui de l'arc $F\Phi$, & à plus forte raiſon de l'arc FO à la droite FG; donc le temps s ſera beaucoup plus petit que le temps y: c'eſt-à-dire, que le temps de la chûte accelerée par l'arc Cycloïdal BE après NB, qui par hypotheſe a ce dernier rapport au temps θ; mais on a deja trouvé qu'il étoit plus grand; il ſera donc plus grand & plus petit; ce qui eſt abſurde.

On a été conduit à cette abſurdité par la ſuppoſition que le temps t avoit un plus grand rapport au temps θ, que l'arc FH à la droite FG: par la ſuppoſition contraire que le rapport du temps t au temps θ eſt plus petit que celui de l'arc FH à la droite FG, on eſt conduit à une pareille abſurdité; d'où il ſuit que le rapport du temps t au temps θ n'eſt ni plus grand ni plus petit que celui de l'arc FH à la droite FG; ce que M. *Huygens* avoit à démontrer.

Il ſeroit inutile & fort ennuyeux de pourſuivre avec lui cette nouvelle ſuppoſition. A quelques petits changemens près que la ſuppoſition demandoit, la conſtruction & la maniere de raiſonner ſont les mêmes; nous

nous

nous arrêterons donc à la partie que nous venons d'expoſer.

Rien, ce me ſemble, n'eſt plus clair que tout ce qu'on y a vû n'a pas moins de lieu ni moins de force dans le cas de l'Infiniment Petit, que dans celui du fini. Car ſuppoſons dans la figure même que l'arc BA ſoit infiniment petit, toute la conſtruction va demeurer la même. La ſuppoſition, en changeant les quantités finies en quantités infiniment petites, laiſſe d'ailleurs ſubſiſter tous leurs rapports; toutes les diviſions ſont ſemblables; toutes les comparaiſons des temps ſe feront de la même maniere; il n'y aura de difference que dans un article qui regarde les tangentes de la Cycloïde VS, MT, &c. Ces tangentes dans le cas du fini ſont & plus grandes & plus inclinées que leurs arcs; au lieu que dans le cas de l'Infiniment Petit elles ſont égales à leurs arcs, & également inclinées, la difference, ſoit de grandeur, ſoit d'inclinaiſon, n'étant dans ce cas qu'un Infiniment Petit du ſecond genre. Cette égalité de grandeur & d'inclinaiſon nous ôtera un petit avantage que l'on tiroit dans le fini de ce qu'elles étoient plus grandes & plus inclinées que leurs arcs; mais ce n'eſt là qu'un petit ſurcroît dont la démonſtration n'a nul beſoin. Car cette conſideration n'entre que dans le raiſonnement qu'on fait, pour montrer que le temps de la deſcente uniforme par chacune des tangentes avec une viteſſe égale à l'acquiſe par la chûte du point B juſqu'au point d'attouchement eſt plus grand que le temps de la chûte par l'arc BE après la chûte par NB: M. *Huygens* en apporte quatre raiſons;

les

les deux premiéres qui, pour être démonſtratives, demandent ſeulement que les tangentes ne ſoient ni moins grandes ni moins inclinées que leurs arcs, ont la même évidence dans le cas de l'Infiniment Petit que dans le cas du Fini. Ainſi les deux dernieres qui ſont ce plus de grandeur, & ce plus d'inclinaiſon des tangentes, s'évanouïſſent dans le cas de l'Infiniment Petit, ſans donner la moindre atteinte à la démonſtration.

C'eſt donc une objection frivole que celle que M. *Parent* fait en ces termes*: *Mais il y a plus*, dit-il, *c'eſt que la vingt-quatriéme propoſition de M.* Huygens (celle que nous venons d'examiner) *dans laquelle il prouve que le temps de la chûte d'un corps dans une Cycloïde par un arc fini, terminé à ſon ſommet, eſt au temps de la chûte accelerée par ſon axe, comme la demie circonference d'un Cercle à ſon diametre eſt fondée ſur une conſtruction qui n'eſt applicable qu'à des arcs finis; quoi-que la propoſition, d'où elle eſt tirée, s'applique à des arcs finis & infiniment petits: d'où il ſuit*, ajoûte M. Parent, *que cette vingt-quatriéme propoſition ne conclut rien pour des derniers arcs.*

Le jugement que porte ici M. *Parent* eſt tout-à-fait extraordinaire. Il n'aſſûre pas ſimplement que la conſtruction qu'il attaque, ne peut point s'appliquer au cas de l'Infiniment Petit; il l'aſſûre, même en reconnoiſſant pour generale, & pour applicable à ce cas, celle de la vingt troiſiéme propoſition *d'où elle eſt tirée.* L'abſurdité eſt manifeſte, car la conſtruction

* *Dans l'endroit déja cité de ſes* Recherches, *&c.*

truction attaquée n'eſt que la conſtruction même de la vingt-troiſiéme propoſition, jointe à celle de la vingtiéme, dont ma premiére remarque ſur cette même propoſition a fait voir ſi clairement l'application au cas de l'Infiniment Petit. Tout ce qu'il y a de plus dans la conſtruction que je défends, ſe réduit au point V pris au deſſus de B ; à l'arc HO ajouté à l'arc FH, & aux raiſonnemens que l'on fait ſur le temps par l'arc cycloïdal BE après NB. Or rien n'eſt plus évident, ainſi que je l'ai déja démontré, qu'en ſuppoſant l'arc AB infiniment petit; point N; arc HO ; raiſonnemens ; tout ſubſiſte comme auparavant ; la ligne NB, & l'arc HO, quantités finies, lorſque l'arc AB eſt fini, devenant ſeulement quantités infiniment petites du même genre que l'arc AB, devenu par la ſuppoſition infiniment petit.

Si M. *Parent* avoit attaqué la generalité de la conſtruction dans le cas même du Fini, il n'auroit pu ſans doute rien dire de ſolide ; moins auroit-il pu faire une objection plus apparente que celle que nous venons de refuter. Comme elle pourroit ſe preſenter à d'autres, & embaraſſer des commençants, je la propoſerai ici, pour ne laiſſer aucun ſcrupule dans les eſprits.

M. *Huygens* veut démontrer que le rapport du temps par un arc quelconque de la Cycloïde terminé à ſon ſommet, eſt au temps par l'axe, comme la demie circonference au diametre, & il employe pour cela ſa conſtruction ; il faut donc que ſa conſtruction ait lieu, lorſque l'arc BE devient l'arc BA : mais elle

elle ne paroît pas applicable à l'arc BA; car elle ſemble demander que quelque près du point A que puiſſe être pris le point extrême E de l'arc EA qui reſte ſoit toujours un arc fini. En effet, la droite FG qui répond à l'arc FH du Cercle, & à l'arc BE de la Cycloïde, eſt diviſée ſuivant la conſtruction en parties finies; & à toutes ces parties on en ajoûte une GR, afin de pouvoir dire dans la démonſtration que la ſomme des tangentes du Cercle compriſes entre les deux paralleles GF, FB, eſt moindre que l'arc $F\Phi$. Quand donc l'arc BE deviendra l'arc BA, la droite FG devenant le diametre entier FA, il faudra, pour ſuivre la conſtruction, diviſer ce diametre en parties égales & finies; ce qu'il eſt aiſé de faire: mais comment à toutes ces parties en ajoûter une autre, comme on a ajoûté GR à FG? Et comment pouvoir dire alors que la ſomme des tangentes, parmi leſquelles ſe trouve la tangente infinie du point A, eſt moindre que la demie circonference FHA? Ce cas eſt même formellement exclus dans la vingtiéme propoſition, où M. *Huygens* établit le rapport qui eſt entre la ſomme des tangentes & la ſomme de leurs arcs. L'arc entier que ſa propoſition regarde, eſt ſuppoſé en termes exprès moindre que la demie circonference.

Cette difficulté, comme je viens de le dire en la propoſant, n'en ſauroit être une que pour des commençants qui ne connoîtroient pas aſſés les démonſtrations de la nature de celle-ci. Car pour étendre cette demonſtration à l'arc BA, il n'eſt nullement neceſſaire

re qu'on puiſſe faire ſur cet arc la conſtruction de M. *Huygens*, où les diviſions ſont finies. La validité de la démonſtration ne demande point que cette conſtruction ſubſiſte, lorſque le point E eſt tombé ſur le point A; elle demande ſeulement qu'elle ſubſiſte juſqu'à ce que l'un tombe ſur l'autre, & qu'elle ſubſiſte juſqu'à ce que l'un tombe ſur l'autre, & qu'elle ne diſparoiſſe qu'avec l'arc EA, ou qu'au moment que l'arc EA paſſe du Fini à l'Infiniment Petit. Qui ne voit en effet que dans ce même inſtant l'arc BE ne differant de l'arc BA, l'arc FH de la demie circonference FHA, & la droite FG du diametre entier FA, que d'une quantité plus petite qu'aucune quantité donnée, la demonſtration demeure dans toute ſa force.

Mais on peut encore le montrer avec la derniere évidence, par l'application même au cas propoſé, de la conſtruction dont il s'agit, en y changeant ſeulement les diviſions finies de la droite FG en diviſions infiniment petites; ce que la propoſition de M. *Huygens* laiſſe la liberté de faire*. Car ſans changer de Figure, ſuppoſons ſeulement que dans celle de M. *Huygens* le point E eſt infiniment près du point A, de même que le point H, & le point G; & que GA, quoi-qu'infiniment petite, étant diviſée au point R en deux parties, toutes les autres parties de l'axe EP, PQ, &c. ſont égales chacune à GR, & par conſequent infiniment petites; il n'y a rien

* Elle défend de les prendre plus grandes que la hauteur de NB, & que celle de l'arc HO; mais elle permet de les prendre auſſi petites qu'on voudra.

rien dans la propoſition qui empêche de les prendre ainſi. L'arc *HO* étant toûjours un arc fini, le point *O* doit être imaginé ſur l'autre demie circonference. Cela bien entendu ; il eſt clair que la ſomme des tangentes infiniment petites, interceptées entre les deux paralleles *FB*, *GE*, qui auparavant étoit moindre que l'arc *FΦ*, lui ſera égale, & par conſequent moindre que l'arc *FO*, comme auparavant. On aura donc dans ce cas, comme dans tout autre, le rapport du temps par l'arc cycloïdal *BE* ou *BA* au temps par l'axe *DA* égal au rapport de l'arc *FH*, ou *FA*, à la droite *FG* ou *FA* ; c'eſt-à-dire, égal au rapport de la demie circonference au diametre.

Tout ce que l'on vient de dire ici dans le cas de l'arc fini *BA*, a ſi viſiblement ſon application dans celui où *BA* eſt ſuppoſé infiniment petit, qu'il n'eſt pas neceſſaire que je m'y arrête.

Revenons à M. *Parent*. Comme il convient de l'Iſochroniſme de la Cycloïde, lorſque les arcs terminés au ſommet ſont finis, & qu'il reçoit à cet égard la démonſtration de M. *Huygens*, il la confirme, en nous en donnant une lui-même par la Methode du nouveau Calcul. Elle eſt très-bonne, & ne s'éloigne pas beaucoup d'une autre que j'avois donnée dans le *Journal des Savans* du 4. Juin 1703. Il y ajoûte des remarques qui en combattent l'application au cas de l'Infiniment Petit ; mais comme ce n'eſt pas en faiſant voir que la démonſtration eſt en défaut à cet égard, & qu'elles ne ſont appuyées que ſur la ſuppoſition qu'il fait, que la corde infiniment pe-

petite du Cercle oſculateur doit être priſe pour ſon arc infiniment petit, j'ai ſuffiſamment montré que l'erreur dont nous cherchons la ſource ne peut ſe trouver que dans le principe qui nous reſte à examiner. Je n'aurois donc plus qu'à l'y découvrir en effet, ainſi que je m'y ſuis engagé. Mais quelque preſſé que je ſois par l'ennui d'une longue refutation, de le faire & de finir, je veux encore avant cela donner ici de l'Iſochroniſme de la Cycloïde une démonſtration nouvelle, très-ſimple, ſans calcul, évidemment applicable au cas de l'Infiniment Petit, & ſi clairement, ſi immediatement liée avec celle de *Galilée* ſur le temps des chutes par les cordes du Cercle, qu'on puiſſe les regarder comme une ſeule & même démonſtration.

Soient * ADP, adP, deux Cercles égaux qui ſe touchent au point P; & ſoient les cordes quelconques AP, BP, CP, DP, prolongées juſqu'à la rencontre du Cercle inferieur aux points a, b, c, d; je dis que le temps de la chûte par $AP + Pb$ eſt égal à celui de la chûte par $CP + Pd$.

DEMONSTRATION.

La viteſſe acquiſe au point P par la chûte de A en P étant ſuivant Pb à ce qu'elle eſt ſuivant Pa, comme Pb à Pa, le temps de la chûte par AP, continuée par Pb, eſt égal à celui de la même chûte par AP, continuée par Pa; c'eſt-à-dire, que le temps par $AP + Pb$ eſt égal au temps par Aa. On démontrera de même que le temps de la chûte

* Fig 7.

chûte par $CP + Pd$ eſt égal au temps de la chûte par $CP + Pc$, ou Cc; mais le temps par Aa, double de la corde AP, eſt égal au temps par Cc, double de la corde CP; donc auſſi le temps par AP, $+ Pb$ ſera égal au temps par $CP + Pd$; ce qu'il falloit démontrer.

Il eſt évident que ce que je viens de démontrer des cordes priſes deux à deux comme on voudra, & miſes au bout l'une de l'autre avec la poſition qu'elles ont entr'elles dans le Cercle; c'eſt-à-dire, faiſant le même angle ſous lequel elles s'y rencontrent au point P, s'étend à un nombre quelconque de cordes, ſoit fini, ſoit infini, miſes ainſi au bout les unes des autres, & diſpoſées comme des plans contigus; c'eſt-à-dire, que le temps de la chûte par une ſuite de cordes diſpoſées de cette ſorte, & priſes en nombre infini, ſera toûjours égal au temps de la chûte par une autre ſuite de cordes diſpoſées de même, & priſes en égal nombre infini.

Il n'eſt pas moins évident que ce qui eſt vrai des cordes entieres, eſt vrai auſſi de leurs parties proportionnelles, ſoit finies, ſoit infiniment petites, comme cela ſe voit à l'œil par les deux autres Cercles égaux PKG, Pkg, de la Figure qui retranchent des parties proportionnelles quelconques des cordes. Si donc au lieu de deux ſuites de cordes priſes en nombre infini & égal, on ſuppoſe deux ſuites de leurs parties infiniment petites & proportionnelles, le temps de la chûte par une de ces ſuites ſera égal à celui de la chûte par l'autre ſuite.

Ce ſera encore la même choſe, ſi les parties de l'une & de l'autre ſuite n'étant pas proportionnelles à leurs propres cordes, celles de l'une cependant ſont à celles de l'autre chacune à chacune, comme les cordes de l'une ſont aux cordes de l'autre chacune à chacune.

Pour mettre cela ſous les yeux, les choſes étant les mêmes que dans la Figure précedente, & prenant GP pour une partie quelconque de la corde AP, & MP pour une partie quelconque de la corde BP; ſoit fait $AP.CP::GP.$ 4^me. proportionelle qui ſera IP; & $BP.DP::PM.PN:$ ſi enſuite vous ajoûtez à la Figure précedente des deux côtés du point P les deux * Cercles égaux PNM, Pnm, qui paſſent l'un en haut par les deux points N, M, & l'autre en bas par les points n, m; je dois faire voir que le temps de la chûte par $GP+Pm$, eſt égal au temps de la chûte par $IP+Pn$.

La chûte par Hm † eſt iſochrone à la chûte par Kn; mais la chûte par Hm eſt auſſi iſochrone à celle par $GP+Pm$, & la chûte par Kn, iſochrone auſſi à celle par $IP+Pn$; donc la chûte par $GP+Pm$ eſt iſochrone à la chûte par $IP+Pn$; ce que je devois faire voir.

Il eſt donc démontré que deux ſuites d'un nombre égal de cordes, ſoit fini, ſoit infini, étant données, ſi au lieu des cordes mêmes, l'on en prend des parties quelconques, ſoit fi-

* Fig. 8.

† *Suivant la démonſtration precedente.*

finies, soit infiniment petites, & qu'on en fasse deux suites disposées de la même sorte, quelque rapport que les parties de chaque suite ayent entr'elles & avec leurs propres cordes, pourvû que celles d'une suite soient à celles de l'autre, la 1re. à la 1re. la 2de. à la 2de. la 3me. à la 3me. &c. comme la 1re. corde à la 1re. la 2de. à la 2de. la 3me. à la 3me. &c. Il est, dis-je, démontré que le temps de la chûte par une de ces deux suites sera égal au temps de la chûte par l'autre.

Maintenant soit * PMC une Courbe qui ait pour axe le diametre du cercle ADP, & pour origine ou sommet le point P. Ayant pris sur cette Courbe deux arcs quelconques MP, GP, & mené de ces deux points les deux perpendiculaires à l'axe MB, GK, qui coupent le cercle en D & en R. Par des paralleles à ces deux droites, soit entendu l'un & l'autre arc être divisé en nombre égal de parties infiniment petites & égales entr'elles dans chaque arc; la petite partie MN interceptée entre les paralleles AB, NO, est une de celles de l'arc MP; & GH interceptée entre les paralleles GK, HF, est une de celles de l'arc GP. Du point P à tous les points où les paralleles rencontrent le cercle, comme D, S, R, T, &c. soient menées les cordes PD, PS, PR, PT, &c.

Cela étant fait, si la Courbe est telle que chaque MN étant à chaque GH, comme la corde qui répond à chaque MN, telle qu'est ici DH, est à celle qui repond à

* Fig. 9.

chaque GH, telle qu'eſt ici RP; & de plus que les MN ſoient paralleles à leurs cordes, & les GH paralleles aux leurs; il eſt évident que les deux arcs MP, GP, auront toutes les conditions des deux ſuites de parties infiniment petites, dont on vient de démontrer que le temps de la chûte par l'une eſt le même que celui de la chûte par l'autre. Les chûtes par les differents arcs de notre Courbe ſeront donc iſochrones; mais cette Courbe eſt juſtement la Cycloïde même; donc l'iſochroniſme de la Cycloïde eſt exactement démontré, & démontré par la ſeule doctrine de *Galilée* ſur les chûtes par les cordes du cercle.

Le tour de cette démonſtration ne ſauroit permettre d'en conteſter l'application au cas de l'arc infiniment petit de la Cycloïde.

Car ſoit GP l'arc infiniment petit de la Cycloide CMP, dont MP eſt un arc fini quelconque; ſoit cet arc fini diviſé comme auparavant en un nombre infini de parties égales entr'elles. L'arc GP, quelque infiniment petit qu'il ſoit, étant encore diviſible à l'infini, je puis le concevoir diviſé en un même nombre infini de parties égales, que l'arc fini MP; & ſi de tous les points de diviſion on mene comme ci devant des paralleles perpendiculaires à l'axe AP, l'arc circulaire DSP qui eſt fini, & l'arc infiniment petit RTP, ſeront auſſi diviſés en un même nombre infini de parties, & menant les cordes PD, PS, &c. à tous les points de diviſion de l'arc fini DSP, & les cordes PR, PT, &c. à tous ceux de l'arc infiniment petit

petit GP, on aura un même nombre de cordes finies dans l'arc fini DSP, que de cordes infiniment petites dans l'arc infiniment petit GHP. On pourra donc composer deux suites de cordes prises en nombre égal, & M. *Parent* étendant, comme il fait, & comme on doit faire, la démonstration de *Galilée* sur les chûtes par les cordes, l'étendant, dis-je, aux cordes infiniment petites, la chûte par la suite des cordes finies sera isochrone à la chute par la suite des cordes infiniment petites; d'où s'ensuivra par tout ce que nous venons de démontrer, l'isochronisme de l'arc fini quelconque MP, & de l'arc infiniment petit GHP de la Cycloïde.

Il y a bien d'autres tours de démonstration de la même proprieté de cette Courbe; mais de tous ceux qui se sont presentés à moi, celui-ci m'a paru le plus accommodé à mon dessein. En donnant dans le *Journal des Savans* de 1703. la démonstration dont j'ai déja parlé, toute semblable à celle de M. *Parent*, je me suis fait un plaisir de dire qu'on trouvoit dans les *Memoires de l'Academie*, qui venoient alors de paroître, tout ce qui regarde les mouvemens curvilignes, & la chûte par la Cycloïde en particulier, épuisé en peu de mots par M. *Varignon*, & démontré de la maniere du monde la plus élegante. J'embrasse ici avec le même plaisir l'occasion de le repeter, mais avec un extrême regret de la perte que nous avons fait d'un si celebre Geometre, & que j'ai fait en particulier d'un si illustre ami.

Je viens enfin au dénoüement de la dif-

ficulté, La discussion du Principe par lequel on se permet de prendre pour l'arc infiniment petit du Cercle osculateur d'un côté sa corde, & de l'autre l'arc infiniment petit de la Cycloïde, va nous donner ce dénoüement.

Nous voilà déja convaincus qu'on ne peut point prendre l'un & l'autre pour le petit arc circulaire, puisque pour n'avoir qu'une seule détermination du temps de la chûte par le petit arc du Cercle, il faudroit que le temps de la chûte par le petit arc de la Cycloïde fût égal à celui de la chûte par la corde du petit arc de Cercle, contre les démonstrations précedentes. Il n'y a donc, ou que ce petit arc seul de la Cycloïde, ou que la corde seule du petit arc du Cercle qu'on puisse prendre pour ce dernier petit arc; ou bien on ne peut prendre pour lui ni l'un ni l'autre, & dans ce cas les deux déterminations differentes qu'on a vûës du temps par le petit arc circulaire seroient également fausses.

Et d'abord il est évident que l'arc infiniment petit du Cercle, étant l'arc d'osculation de la Cycloïde, couché sur l'arc infiniment petit de la Cycloïde, & par consequent n'en differant ni en grandeur ni en position, il n'y a rien dans la question qui les empêche d'être pris l'un pour l'autre; d'où il suit necessairement, par tout ce qu'on vient de dire, qu'on ne peut plus prendre la corde pour le petit arc circulaire. Voilà qui est certain; mais on n'a pas encore resolu la difficulté qui se presente; elle demande qu'on fasse voir la rai-

raiſon claire & immediate pourquoi le petit arc circulaire & ſa corde ne peuvent point être pris ici l'un pour l'autre.

Lorſqu'il eſt queſtion du temps qu'un corps employe dans ſa chûte, il faut bien ſe ſouvenir que la grandeur de ce temps dépend de deux choſes; de la grandeur de la ligne parcouruë, & de l'inclinaiſon uniforme & conſtante de toute la ligne, ſi c'eſt une ligne droite; ou de l'inclinaiſon variable de tous ſes côtés infiniment petits, ſi c'eſt une courbe.

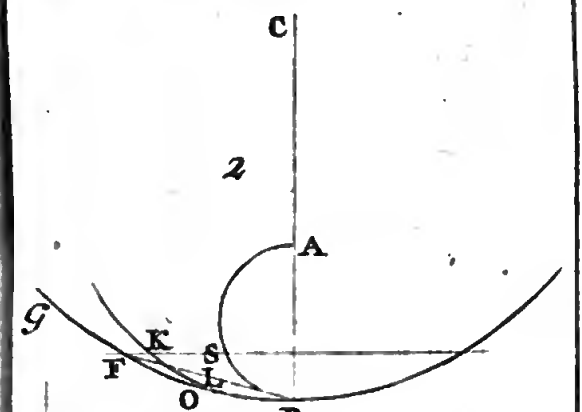
Cela bien conſideré, & jettant les yeux ſur la Figure 10. dans laquelle FOP eſt l'arc infiniment petit du Cercle GPH, & FP ſa corde, il eſt manifeſte que les deux points extremes F, P, de l'arc & de la corde étant les mêmes, & l'angle que font l'arc & la corde étant infiniment petit, l'un peut être pris pour l'autre en grandeur, l'arc ne pouvant être plus grand que la corde que d'un infiniment petit du ſecond genre. On pourroit encore les prendre l'un pour l'autre à l'égard de la poſition, ſi la viteſſe avec laquelle la chûte commence, étoit une viteſſe finie, ou même une viteſſe du même genre que celle avec laquelle commence la chûte par les arcs, parce qu'alors tant l'arc que la corde ſeroient parcourus dans un inſtant, & que l'angle infiniment petit qu'ils font enſemble, & qui fait la difference de leur poſition, n'en mettroit au temps qu'une infiniment petite du ſecond genre, qui eſt nulle, & parconſequent le temps par l'arc ſeroit égal au temps par la corde. Mais la viteſſe avec laquelle commence la chûte par le petit

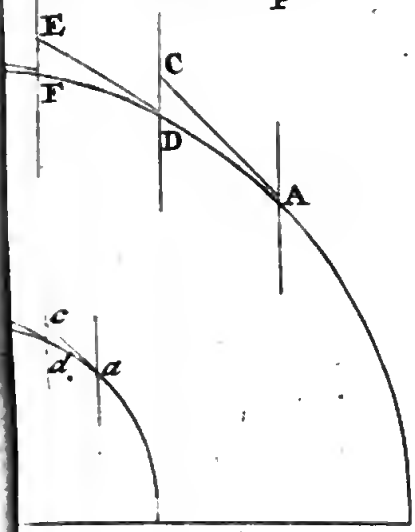
arc & par ſa corde étant d'un genre au deſſous de celle avec laquelle commencent les chûtes par les arcs finis ; & parconſequent le temps de la chûte par l'arc infiniment petit, étant un temps fini, on eſt obligé de conſiderer, tant dans le petit arc que dans la corde, des parties interceptées entre des paralleles perpendiculaires à l'axe, telles que ſont ici * FM, FN, MB, ND, &c. Or l'angle conſtant que font les paralleles RM, SB, avec les parties interceptées de la corde, étant infiniment petit, & du même genre que l'angle variable que les parties de la corde font avec celles de l'arc, les parties de la corde ont avec celles de l'arc des rapports finis & variables ; ce qui donne un temps par l'arc different du temps par la corde : car il eſt viſible que pour rendre ces deux temps égaux, il faudroit que par tout les FM & les MB ne differaſſent des FN & des ND que d'une quantité infiniment petite du ſecond genre qui ſeroit nulle, ce qui donneroit par tout un rapport d'égalité ; & cela ſeroit en effet, ſi l'angle NFM étant infiniment petit, comme il eſt, l'angle MNF de la parallele avec NF étoit fini ; mais cet angle étant auſſi infiniment petit, & du même genre que l'autre, FM a un rapport fini avec FN, juſqu'à pouvoir n'en être que la moitié : car ſi l'angle MNF étoit égal à l'angle MFN, le petit triangle ſeroit iſoſcelle, on auroit $FM = MN$; & l'angle FMN étant infiniment grand, on auroit $FN = FM + MN = 2FM$.

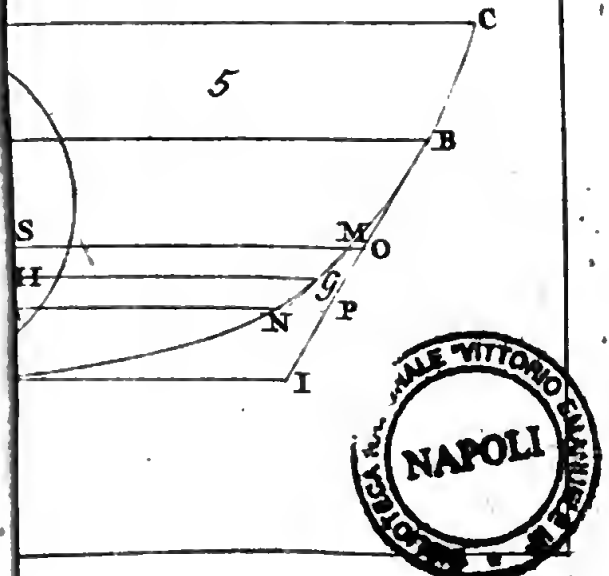
* Fig. 10.

ME-

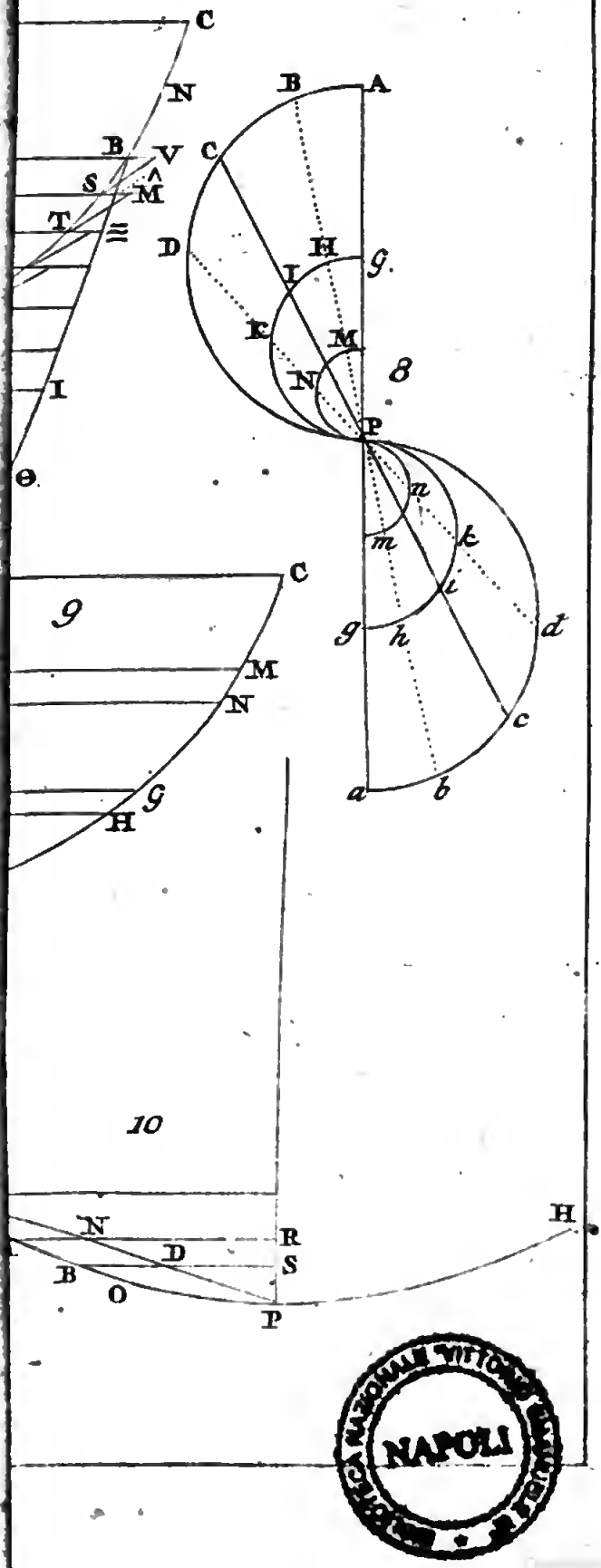
Mem. de l'Acad. 1722. Pl. 5. Pag. 128.







NAPOLI



NAPOLI

MEMOIRE
SUR
LA VEGETATION DES SELS.

Par M. PETIT, Medecin.

*IL y a près d'un siecle que la Physique est devenuë toute experimentale. La plûpart des Systemes & des hypotheses ne sont appuyées & soutenuës que par les preuves que l'on tire des experiences. Mais il arrive assés souvent que lorsque l'on fait des experiences pour prouver ce que l'on a avancé, on découvre des choses ausquelles on n'avoit nullement pensé.

Je ne songeois à rien moins qu'à faire des Vegetations salines, lorsque j'exposai à l'air plusieurs tasses de fayence remplies de differentes dissolutions de Sels, pour examiner l'évaporation & la perte respective qui se faisoit de ces dissolutions toutes les vingt-quatre heures. Je m'apperçûs qu'il y en avoit une qui faisoit des concretions tout autour du bord de la tasse dans laquelle elle étoit, c'étoit la dissolution de Salpêtre rafiné. Cela m'engagea d'examiner toutes les autres dissolutions, & je trouvai que la dissolution du Sel armoniac formoit aussi des concretions, mais bien dif-

* 29 Août 1722.

ferentes de celles du Salpêtre. Les concretions de la diſſolution du Sel armoniac étoient des mammelons, & celles du Salpêtre rafiné formoient des cryſtaux qui repreſentoient des pointes de rochers, & il m'a ſemblé qu'on pouvoit donner à ces ſortes de concretions le nom de *Vegetations*, à l'exemple de pluſieurs Phyſiciens Chimiſtes qui ont donné ce nom à beaucoup d'autres productions à peu près ſemblables, par rapport ſeulement à la forme qu'ils prennent, étant d'ailleurs bien perſuadé que la maniere de ſe former eſt toute differente de celle des Plantes, qui ſe fait par la circulation des ſucs dans leurs canaux; au contraire, de nos Vegetations qui ne ſont formées que par l'application exterieure des parties ſalines qui les produiſent, ſoit que la diſſolution coule à l'exterieure des concretions, ſoit qu'elle paſſe à travers les pores que ſes parties ſalines laiſſent entr'elles.

Un des plus habiles Chimiſtes que nous ayons eu dans le ſiecle paſſé, qui eſt mort, de cette Academie, & qui a le plus travaillé ſur ces ſortes de Vegetations, en un mot M. *Homberg* n'a pas heſité de leur donner ce nom. Il en a fait trois claſſes.

Je rangerai les Vegetations dont je vais parler, avec les eſpeces de la troiſiéme claſſe de ce ſavant Chimiſte.

Les matieres dont je me ſuis ſervi pour produire les Vegetations que j'ai fait voir à la Compagnie, ſont le Salpêtre rafiné, ou de la troiſiéme cuite, le Cryſtal mineral, le Sel armoniac, le Sel marin, le Sel *de duo-*

bus

bus, ou l'impregnation de la Tête-morte restée après la distilation de l'Eau-forte, &c. Ces sels ont été dissous, ou dans l'Eau commune, ou dans l'Eau de chaux, dans le Vin blanc, dans le Vin rouge, dans l'Esprit de Nitre, dans l'Esprit de Sel, dans l'Esprit de Vitriol, l'Esprit de Nitre & l'Huile de Tartre p. d. l'Esprit de Vitriol & l'Huile de Tartre p. d. l'Esprit de Sel & l'Esprit volatil d'Urine.

* Le Salpêtre rafiné, dissout dans l'Eau commune, produit, comme je l'ai dit, des vegetations en pointes de rochers, & afin que cette production soit plus prompte, il faut que l'eau soit saoulée de ce sel: elle tient pour l'ordinaire en dissolution pendant l'été une partie de sel sur trois parties d'eau, & même quelquefois davantage: j'en ai fait dissoudre jusqu'à neuf dragmes & demi dans trois onces d'eau, sans qu'il se soit fait de cryſtallisation, & à mesure que les chaleurs diminuent, l'eau en tient moins en dissolution, ensorte qu'en hyver cela va à une partie de Salpêtre dans quatre parties & demie d'eau.

L'Eau de chaux dissout autant de Salpêtre que l'Eau commune. Cette dissolution a produit des pointes de rochers assés belles, & plus menuës que celle de l'Eau commune.

Le Vin blanc de *Champagne* dissout moins de Salpêtre que l'Eau commune, & le Vin rouge de *Bourgogne* en dissout un peu moins que le Vin blanc. Quatre onces & demi de

Voyez la Planche I, Figure I.

ces vins diſſolvent en été une once de Salpêtre rafiné. Cette diſſolution a formé des têtes inégales, à cauſe des petites molecules qui les compoſent. Chaque petite molecule paroît grenuë comme la ſuperficie des meures, & le tout repreſente en quelque maniere une grape de raiſin.

J'ai mêlé enſemble de l'Eſprit de Nitre & de l'Huile de Tartre p. d. juſqu'à ſaturation; j'ai ajoûté autant d'Eau commune qu'il a été neceſſaire pour diſſoudre le ſel qui s'eſt produit & précipité dans ce mêlange; je l'ai mis dans une taſſe de fayence, je l'ai expoſé au Soleil. Il s'eſt formé ſur les bords de la taſſe une vegetation à peu près ſemblable à celle du Salpêtre rafiné diſſout dans l'Eau commune, mais plus agréable, en ce qu'elle eſt plus fine & plus rameſiée. L'on ſait que le mêlange d'Eſprit de Nitre & d'Huile de Tartre p. d. produit un vrai Salpêtre. *

Le Sel armoniac ſe diſſout dans l'Eau commune dans la même quantité que le Salpêtre rafiné, car trois onces d'Eau commune tiennent en diſſolution à froid une once de Sel armoniac.

Cette diſſolution a formé, ſur des gobelets de verre, † des mammelons ſemblables à des cailloux entaſſés les uns ſur les autres. Ils ſont un peu differents ſur des gobelets de grès

* Il eſt fait mention d'une Vegetation à peu-près ſemblable dans les Experiences de M. *Poliniere*, p. 385. Il eſt auſſi parlé dans le même endroit des branchages formés par la diſſolution de la Tête-morte de l'Eau-forte.

† *Voyez la Planche* I, *Fig.* 2.

grès & sur des gobelets d'étain ; car sur ces derniers vases les mammelons y sont formés à peu près ronds, & tous heriſſés de pointes fort courtes. J'ai fait de ſemblables vegetations avec le Sel armoniac & le Salpêtre rafiné diſſouts enſemble parties égales dans l'Eau commune. Onze dragmes de Sel armoniac & onze dragmes de Salpêtre ſe ſont diſſout aiſément en été dans vingt-huit dragmes d'Eau commune ſans faire de cryſtalliſation.

L'Eau de chaux diſſout autant de Sel armoniac que l'Eau commune ; cette diſſolution produit des vegetations ſur des gobelets de grès, peu differentes de la derniere dont je viens de parler : mais celles qu'elle produit ſur des gobelets de verre, ſont des têtes un peu dégagées les unes des autres, & renduës inégales par de petits mammelons qui les ſurmontent. Les vegetations qu'elle forme ſur des taſſes d'émail, ſont encore differentes, en ce que ce ſont des têtes aſſés rondes, plus petites, plus unies & plus dégagées les unes des autres.

J'ai mêlé de l'Eſprit de Sel & de l'Eſprit d'Urine juſqu'à ſaturation. J'ai mis ce mêlange dans une taſſe de fayence ; il a produit une vegetation approchante de la diſſolution de Sel armoniac, quoi-que du premier abord elle paroiſſe très-differente, parce que les mammelons en ſont beaucoup plus petits. Ceux qui ſavent que le mêlange de ces deux eſprits produit un vrai Sel armoniac, ne ſeront pas étonnés de cette vegetation.

Quatre onces de Vin rouge de *Bourgogne* tiennent en diſſolution à froid, en été, une once de Sel armoniac, le Vin blanc de *Cham-*

pagne en diſſout un peu plus. Cette diſſolution miſe dans une taſſe de fayence au Soleil, forme de petites têtes oblongues, inégales, dont la ſurface eſt grenuë comme celle des meures, & attachées à des eſpeces de queuës, ce qui les fait reſſembler en quelque maniere à des grapes de raiſins. Voilà de quoi donner à penſer à ceux qui donnent dans le merveilleux. Ils ne manqueront pas d'attribuer cet effet à la palingeneſie, avec d'autant plus de confiance que, comme je viens de le dire, le Salpêtre diſſout dans le Vin, produit le même effet, joint à ce que preſque toutes les vegetations de Sel armoniac avec le Vin different peu les unes des autres, ſoit qu'elles ſe faſſent ſur le verre, ſur la fayence, ſur le grès, & même ſur l'étain: mais l'on ſait aujourd'hui à quoi s'en tenir ſur cette reproduction chimerique. J'en ai fait ſur des taſſes d'émail qui n'ont aucune reſſemblance à des grapes de raiſins. Outre cela je n'ai pas toûjours réüſſi à faire de pareilles vegetations: il y a plus, c'eſt que j'ai une vegetation formée par les fleurs de Sel armoniac diſſoutes dans l'Eau commune, qui repreſente des grapes de raiſins mieux formées que celles qui ſont produites avec le Vin. Ces fleurs de Sel armoniac ont été retirées dans la diſtillation de l'Eſprit volatil de Sel armoniac par le Sel fixe de Tartre.

Le Sel armoniac diſſout dans l'impregnation de la Tête-morte de l'Eau-forte, a auſſi formé des concretions qui reſſemblent à des grapes de raiſins.

Les vegetations de Salpêtre & celles de Sel armoniac ont beſoin de Soleil pour ſe bien for-

former. On y expoſe des taſſes ou des gobelets remplis de leur diſſolution; car quoi que ces deux ſels puiſſent produire des vegetations à l'ombre, elles ne ſont jamais ſi belles, & il leur faut d'ailleurs beaucoup plus de temps; en dix ou douze jours on fait de belles vegetations de Salpêtre & de Sel armoniac au Soleil, & il faut quelquefois plus d'un mois pour en former à l'ombre. Celles de Salpêtre ſe forment plus promptement à l'ombre que celles du Sel armoniac, & ces dernieres ne peuvent ſe former à l'ombre que dans un temps fort ſec, mais tout au contraire elles ſe forment plus promptement au Soleil que celles de Salpêtre.

Les vegetations de Salpêtre ne ſe forment pas ſi bien ſur le grès que ſur la fayence, & ſont un peu differentes les unes des autres.

Celles de Sel armoniac ſe forment mieux ſur le verre que ſur la fayence, ſur la fayence fine que ſur la fayence commune, ſur la fayence commune que ſur le grès, & ſur le grès que ſur l'étain.

Voici des vegetations qui n'ont pas beſoin de Soleil pour leur production.

J'ai mêlé enſemble de l'Eſprit de Vitriol avec de l'Huile de Tartre p. d. juſqu'à ſaturation. J'ai ajoûté de l'eau pour diſſoudre le ſel qui s'eſt produit & précipité dans ce mêlange. Je l'ai mis dans une taſſe de fayence. Il s'eſt formé ſur ſes bords de petites vegetations ſemblables à de petits buiſſons. Je n'ai pû réüſſir qu'une ſeule fois à faire cette vegetation, quoi que je l'ai tenté pluſieurs fois de la même maniere, avec le même Eſprit

prit de Vitriol, la même Huile de Tartre, dans le même lieu & dans le même vaſe.

Une des vegetations des plus promptes & des plus jolies, eſt celle que j'ai fait avec l'impregnation de la Tête-morte de l'Eau-forte. J'ai mis une livre d'Eau commune ſur demi-livre de cette Tête-morte, je l'ai fait chauffer pour faire diſſoudre plus facilement le ſel qu'elle contient. J'ai filtré la diſſolution qui a paſſé fort claire, mais un peu rouſſe; j'en ai rempli une taſſe de fayence, ſur les bords de laquelle elle a produit en 48. heures une vegetation aſſés ſemblable à celle qui a été formée par le mêlange d'Eſprit de Nitre & d'Huile de Tartre p. d. mais plus déliée & plus ramefiée.

J'ai rempli un * gobelet de grès de la même impregnation, qui a produit ſur ſes bords de petits arbriſſeaux très-bien formés, auſſi-bien que ſur la ſurface interne & externe du gobelet † Il s'en eſt formé encore une plus agréable dans un verre: elle ne peut être comparée par ſa beauté qu'aux vegetations de Fer de M. *Lemery*, Docteur en Medecine, & de cette Academie; je n'y vois d'autre difference qu'en ce que les vegetations de cet habile Chimiſte ſont de couleur de canelle, & que celles de l'impregnation ſont d'une grande blancheur, lorſqu'elles ſont nouvelles. J'ai eſſayé pluſieurs fois d'en faire de pareilles ſur des taſſes de fayence, mais je n'ai pû en venir à bout, en quoi elles conviennent

* *Voyez la Planche 2. Fig. 2.*
† *V. la Pl. 2. Fig. 1.*

viennent avec les vegetations de Fer, auſſi-bien que par leur délicateſſe; car on ne peut les tranſporter ſans en détruire une partie. Elles conviennent encore, en ce qu'elles ſe produiſent fort promptement. J'en ai vû de fort belles, produites en deux jours. Il m'a paru que l'Impregnation ne produit, ni ſi promptement, ni de ſi belles vegetations, lorſque le temps eſt humide, que lorſqu'il eſt ſec. Il y a même des verres où elle ne ſe produit pas ſi bien que ſur d'autres verres. Il en eſt la même choſe des gobelets. Il y a des verres où la liqueur paſſe ſi vîte du dedans au dehors, qu'elle détruit & entraîne avec elle une partie de ce qui s'eſt formé de vegetation. Il y a des gobelets de grès ſur leſquels elle ne forme que des têtes irrégulieres ſans branches.

Il faut encore obſerver que toutes les Têtes-mortes d'Eau-forte ne ſont pas propres à faire des vegetations. Les plus rouges & les plus legeres m'ont parû les meilleures. Celles qui ont ſouffert un trop grand feu ne produiſent que des mammelons.

J'ai tiré l'impregnation avec du Vin rouge de *Bourgogne*, mais elle n'a produit ſur le verre & ſur le grès qu'une croute avec de petites élevations fort legeres.

Le Salpêtre diſſout dans l'impregnation a produit une vegetation plus belle que celle de la diſſolution de Salpêtre rafiné, mais moins belle que celles qui ſont produites par l'impregnation toute ſeule.

Le Sel marin diſſout dans la même impregnation, a produit une fois quelques vegetations,

tions, mais d'autres fois elle n'a produit qu'une croute.

Je n'ai pû produire de vegetation avec le Salpêtre commun & le Salpêtre de houſſage dans les mêmes liqueurs dans leſquelles j'ai diſſout le Salpêtre purifié. Elles n'ont formé que quelques concretions ſans pointes de rochers.

Le Salpêtre tiré de l'operation de l'Antimoine diaphoretique & le Sel polycrete n'ont produit qu'une croute ſur le bord de la taſſe.

Les diſſolutions d'Argent, de Cuivre, d'Etain, de Biſmut, de Zinc, de Mercure, de Corail, d'Yeux d'Ecreviſſe, toutes faites par l'Eſprit de Nitre, & fermentées juſqu'à ſaturation par l'Huile de Tartre p. d. la diſſolution de Fer, de Zinc, de Coraux, faites par l'Eſprit de Vitriol, & fermentées de même par l'Huile de Tartre p. d. n'ont tous formé qu'une croute ſur le bord de la taſſe.

La diſſolution de Salpêtre rafiné dans l'Urine & avec l'Eſprit d'Urine ont fait la même choſe, de même que le Salpêtre mêlé avec le Sel marin, & diſſout dans l'Eau commune.

Le Salpêtre diſſout dans le Vinaigre n'a fait qu'une legere vegetation. Ce n'étoit qu'une croute ſurmontée en quelques endroits par de petites élevations, & le tout fort deſagréable par la forme, & par la couleur ſale & blafarde, quoi-que le Vinaigre que j'ai employé fût d'un très beau rouge & clair fin.

J'ai fait diſſoudre une once de Salpêtre rafiné

finé dans cinq onces d'Eſprit de Nitre, je l'ai mis au Soleil dans une taſſe de fayence, il ne s'eſt produit aucune vegetation. J'ai pris le Salpêtre qui s'étoit coagulé par l'évaporation de l'Eſprit de Nitre, je l'ai diſſout dans l'Eau commune, & après l'avoir filtré, je l'ai mis dans une taſſe, & il ne s'y eſt rien produit.

Le Salpêtre rafiné diſſout dans l'Eſprit de Sel, puis coagulé, & diſſout derechef dans l'Eau commune, a produit quelques vegetations, mais fort petites.

Si peu que le Salpêtre rafiné ſoit empreint de Fer, il ne produit que de très-legeres vegetations, & ſouvent il n'en produit aucune; c'eſt pourquoi il ne faut pas ſe ſervir de ſpatule de Fer ni de couteau pour agiter les diſſolutions.

La diſſolution de Sel armoniac dans l'Urine n'a produit qu'une croute, non plus que le Sel armoniac diſſout avec le ſublimé corroſif dans l'Eau commune. C'eſt une choſe étonnante de voir à quelle quantité ces deux ſels ſe diſſolvent dans l'eau, car neuf dragmes vingt-quatre grains d'eau tiennent en diſſolution à froid quatorze dragmes cinquante-quatre grains de ſublimé corroſif, & ſix dragmes dix-huit grains de Sel armoniac. Il faut pourtant vingt dragmes d'eau pour tenir en diſſolution une dragme de ſublimé corroſif.

Un peu de Sel marin diſſout avec le Sel armoniac, en empêche la vegetation, le Fer en fait autant. J'ai mêlé enſemble deux parties de Sel armoniac, & une partie de limaille de Fer; j'ai humecté ce mêlange de temps en temps pendant deux mois, puis je l'ai laiſſé ſé-

ſécher entierement. J'en ai ſaoulé de l'Eau commune, j'ai filtré la diſſolution qui étoit jaunâtre, j'en ai empli une taſſe, elle n'a produit qu'une croute jaune. Ce qu'il y a de particulier, c'eſt que lorſque j'ai pilé cette matiere, elle s'eſt beaucoup échauffée, & a échauffé l'eau dans laquelle je l'ai mis. On ne doit pas s'étonner ſi la diſſolution de Fer par l'Eſprit de Sel, fermentée par l'Eſprit d'Urine, n'a fait aucune vegetation, puiſque le Fer empêche cette vegetation.

Le Sel armoniac diſſout dans l'Eſprit de Nitre, ce qui fait l'Eau regale ordinaire, n'a pû produire de vegetation. J'ai fermenté cette même Eau regale avec l'Huile de Tartre p.d. qui n'a de même rien produit. Il y a du Sel marin, parce que le Sel de Tartre s'unit avec l'Eſprit de Sel, qui eſt dans le Sel armoniac.

Le Sel armoniac diſſout dans l'Eſprit de Sel, n'a produit qu'une croute, non plus que cette même diſſolution fermentée avec l'Eſprit d'Urine.

Enfin toutes les diſſolutions de Sel armoniac où j'ai mêlé quelque metail, n'ont rien produit.

J'ennuirois peut-être la Compagnie, ſi je voulois rapporter ici toutes les diſſolutions & tous les mêlanges que j'ai fait pour trouver des matieres à vegetation. Je finirai ce détail par le Sel marin, l'Alun & le Vitriol, qui tous n'ont pû faire de vegetation avec aucune des liqueurs dans leſquelles je les ai diſſouts; je n'ai trouvé que la diſſolution de Sel marin dans l'Eſprit de Vitriol, qui a fait une vegetation, comme je l'ai dit ci-deſſus.

Tou-

Toutes ces diſſolutions & ces mêlanges ne forment ſur les bords des taſſes ou des verres dans leſquels on les met, des croutes ou des vegetations, que parce que la liqueur preſſée à ſa ſurface par le poids & le reſſort de l'air, s'éleve dans ſon contour au deſſus de ſon niveau ſur la ſuperficie du vaſe, où elle trouve de l'appui dans les pores & dans les renures inſenſibles qui s'y rencontrent ; & comme la liqueur ſe trouve avoir beaucoup d'étenduë & de ſurface en ces endroits par rapport à ſa quantité, les parties aqueuſes s'échapent avec facilité, & abandonnent les parties ſalines qui, ſuivant leurs differentes figures, & la difference des pores & des renures qu'elles rencontrent ſur les vaſes, y forment les premiéres molecules, d'une figure particuliere, qu'elles conſervent à peuprès en groſſiſſant, & qui ſont, pour ainſi dire, les premiers rudimens des concretions qui doivent s'y former. Les molecules de ces ſels laiſſent entr'elles des cavités ou des pores, ou de petits canaux, dans leſquels la diſſolution trouve un paſſage, & où chaque molecule de ſel ſert, pour ainſi dire, d'échelon à cette liqueur qui a par ce moyen la facilité de s'élever & de paſſer même au dehors de la taſſe, lorſqu'il y a des concretions formées à la ſuperficie externe. C'eſt un effet aſſez ſurprenant. Je m'éloignerois peut-être trop de mon ſujet, ſi je voulois rapporter ici toutes les experiences que j'ai faites pour expliquer ce phenomene; ce que je viens de dire ſuffit pour expliquer ce phenomene; ce que je viens de dire ſuffit pour donner une idée de la formation des vegetations; mais il

ne

ne détermine pas assés la maniere dont se forment ces pointes de rochers par la dissolution de Salpêtre, ni comment la dissolution de Sel armoniac produit des concretions en forme de tête à peu-près ronde. Il ne nous donne point la mechanique par laquelle l'impregnation de la Tête morte de l'Eau-forte produit ces arbrisseaux si bien formés. Enfin nous n'y voyons point pourquoi les dissolutions des autres sels qui s'élevent sur les bords des vases, aussi bien que celles de Salpêtre & de Sel armoniac, n'y produisent qu'une croute, & ne forment point de vegetation: il me paroît que toutes ces choses dépendent en quelque maniere de l'arrangement que les parties integrantes des sels prennent les unes à l'égard des autres, & que cet arrangement dépend le plus souvent de la figure de ces parties, & c'est ce qu'il faut tâcher de découvrir dans la coagulation & dans la crystallisation des sels.

Les sels dissouts dans un liquide, peuvent se coaguler de plusieurs manieres.

1°. Lorsqu'on vient à refroidir tout d'un coup une dissolution bien chaude & bien chargée de quelque sel. J'ai plongé dans l'eau froide des vases remplis de ces dissolutions chaudes, les parties salines tombent comme en pouffiere au fond de la dissolution, à cause qu'elles ne peuvent plus être entretenuës en mouvement par les parties du liquide qui perdent en un moment celui que la chaleur leur avoit communiqué. Les parties salines s'unissent sans ordre, & tombent avec précipitation.

2°. Par une évaporation prompte & continuë

nuë des parties du liquide; comme lorſqu'on fait évaporer entierement ſur le feu la diſſolution de quelque ſel, le ſel n'acquiert pour lors aucune forme particuliere, les parties ſalines n'ont pas le temps de s'ajuſter les unes avec les autres pour former des cryſtaux, elles s'acrochent & s'uniſſent confuſément ſans aucun ordre, dans la précipitation avec laquelle les parties aqueuſes les abandonnent.

3°. Par une évaporation lente & continuë: lorſqu'on expoſe les diſſolutions à l'air, & principalement au Soleil, les parties aqueuſes ſe diſſipent lentement, les ſalines ont le temps de s'ajuſter, & de trouver, pour ainſi dire, les ſurfaces par leſquelles elles peuvent s'unir les unes aux autres, & former des cryſtaux. Le Sel marin ſe cryſtalliſe mieux de cette maniere que de toute autre.

4°. Si on laiſſe refroidir une diſſolution chaude & bien chargée de quelque ſel, pour lors les parties du liquide ne perdent que peu à peu le mouvement que la chaleur leur a communiqué; les parties ſalines en font de même, & venant à ſe rencontrer, elles s'uniſſent: mais tant que les parties du liquide ont quelque priſe ſur elles, & qu'elles trouvent quelque endroit pour les heurter (en ſuppoſant qu'elles ont toûjours aſſés de mouvement à proportion de la quantité des ſels & de la maſſe de leurs molecules) elles ont toûjours la force de les ſéparer les unes des autres, juſqu'à ce qu'elles ſe ſoient rencontrées par les ſurfaces qui ôtent aux parties du liquide les moyens de les deſunir, & c'eſt de cet-

cette maniere que ſe forment les cryſtaux qui ſont differents ſuivant les differents ſels.

Les cryſtaux de Salpêtre ſont, comme l'on ſait, des priſmes à ſix faces, terminées par une pyramide à ſix faces plus ou moins régulieres.

Le Salpêtre ſe cryſtalliſe le plus ſouvent en petites pieces un peu applaties à ſix faces, & qui ſont articulées les unes avec les autres.

Les cryſtaux de Sel armoniac ſont des molecules qui affectent la figure d'un trapeze. (*Pl.* 3. *Fig.* 3.) Ces molecules ſont formées pour l'ordinaire par des aiguilles, ſur leſquelles ſont attachées perpendiculairement d'autres aiguilles qui vont toûjours en diminuant de longueur d'un bout à l'autre. (*Fig.* 1.) Pluſieurs de ces parties ainſi formées, ſont attachées par leur baſe par de petites aiguilles ou des filets de Sels comme la Fig. 2. & forment la molecule. (*Fig.* 3.) Ces cryſtaux ne ſont pas toûjours de la forme que je viens de le dire, car il y a ſouvent de petites aiguilles mêlées entre d'autres plus grandes (*Fig.* 4.) ce qui rend ces premiéres parties de cryſtaux irréguliéres. Ces petites aiguilles en ont encore quelquefois d'autres plus petites, qui s'y attachent perpendiculairement (*Fig.* 5.) Enfin il y a des cryſtaux qui ſont formés comme des chevaux de friſe. C'eſt ce qui fait auſſi que les molecules prennent ſouvent des figures differentes de celle du trapeze.

L'on ſait que les cryſtaux de Sel marin ſont cubiques, que ceux de Vitriol ſont rhomboïdes

des, que ceux d'Alun ſont octoëdres; ces deux derniers ſels prennent rarement cette figure réguliére.

Cela poſé, il faut en venir à la maniere dont ſe fait la vegetation. Si l'on met dans une taſſe ou dans un verre de la diſſolution de Salpêtre, les parties du liquide s'évaporent peu à peu, une portion du Salpêtre ſe cryſtalliſe au fond du vaſe, pendant que l'autre qui s'éleve avec la liqueur, s'attache aux parois & ſur le bord du vaſe, & y fait une concretion qui participe de la coagulation & de la cryſtalliſation. C'eſt une cryſtalliſation imparfaite, parce que les parties aqueuſes les abandonnent un peu vite.

Voici comme l'on peut penſer à peu-près ſur la maniere dont ſe forment les vegetations. Je ne doute point que dans la ſuite on n'en puiſſe imaginer de meilleur ſuivant les découvertes & les experiences que l'on fera ſur cette matiere.

Auſſi-tôt que les particules ſalines commencent à s'unir en quelques endroits du bord du vaſe, toutes les autres particules ſalines, juſqu'à une certaine diſtance, viennent s'y joindre, & y forment des molecules, qui ſont les premiers fondemens de la concretion: ce que l'experience fait voir, pour peu qu'on ſoit attentif à examiner ce qui ſe paſſe ſur le bord du vaſe. (*Fig.* 6.) Si je diviſe en pluſieurs portions, 1, 2, 3, 4, (*Pl.* 3.) le bord *B* du vaſe *A*, chacune de ces portions ou eſpaces contiendra une certaine quantité de diſſolution, comme on le peut imaginer dans la Figure 7. mais les parties aqueuſes venant à s'évaporer, pluſieurs parties ſalines s'uniſſent

d'abord enſemble ; ſuppoſons que ce ſoit dans le centre de ces petits quarrés (*Fig.* 7.) & ce ſera en cet endroit où toutes les parties ſalines de chaque petit quarré viendront s'unir en *C*. Pour lors les particules ſalines qui ſurviennent inceſſamment avec la diſſolution qui s'éleve, ſuivent le même chemin : mais comme ces particules ſalines ſont de petits priſmes longs & étroits, ils ſe rendent ſuivant leur longueur juſqu'à la circonference de ces molecules ſur leſquelles elles ſont élevées en cet état par le liquide, comme on le voit en *D*, & s'y appliquent dans cette même ſituation. Lorſque les parties aqueuſes dans leſquelles elles nagent les abandonnent, & par l'amas de pluſieurs de ces particules, il ſe forme des eſpeces de cones ou pyramides plus ou moins irréguliéres, comme on le voit en *B* ſur le bord du vaſe *A* (*Fig.* 6.) Tout ce que je viens de dire peut encore ſe remarquer en quelque maniere dans les projections de la diſſolution de Salpêtre ſur un morceau de verre (*Fig.* 8.) Il faut regarder l'étenduë de cette projection *A B C D*, comme le fonds du vaſe, où les cryſtaux ſe forment aſſés bien, & l'on doit prendre ſes limites comme le bord du vaſe où ſe ſont formées des vegetations, mais d'une maniere un peu differente, car les concretions qui ſe forment ſur les bords des vaſes prennent une forme approchante d'un cone dont la baſe eſt ſur le bord du vaſe, comme on le voit en *D* (*Fig.* 6.) à cauſe que les particules priſmatiques ſont obligées de s'élever obliquement, & qu'il leur faut un appui : mais celles qui ſont formées ſur le verre (*Fig.* 8.) ſont produites par un peu de dif-

diſſolution qui s'échappe par un endroit de l'étenduë de la projection, comme on le voit en *E*, & les parties du liquide ſe pouſſant les unes ſur les autres, elles s'étendent horiſontalement ſur le verre: mais parce que les parties ſalines ſont ſoutenuës & appuyées ſelon leur longueur, le moindre obſtacle qui ſe rencontre à leur partie anterieure, les écarte en éventail, comme on le voit en *F*.

On doit raiſonner d'une maniere un peu differente pour la formation des vegetations de Sel armoniac, parce que les petites aiguilles ne s'attachent & ne s'uniſſent pas enſemble ſuivant leur longueur pour en former les criſtaux, comme font les particules ſalines qui forment les priſmes du Salpêtre. Mais, comme je l'ai fait voir ci-deſſus, ces aiguilles s'attachent perpendiculairement ſur d'autres aiguilles qui leur ſervent de baſes. La diſſolution de Sel armoniac qui s'éleve ſur le bord du vaſe, ayant formé les premiéres molecules de la même maniere que je l'ai dit du Salpêtre, les particules de ſel qui nagent dans la diſſolution qui y ſurvient inceſſamment, ſe rendent à la circonference de ces molecules, & peuvent même s'y rendre ſuivant leur longueur; mais lorſqu'elles ſont pouſſées ſur les molecules, elles s'attachent aux parties de ſel qu'elles y rencontrent plus ou moins obliquement, comme on le voit dans le milieu de cette projection faite ſur le verre (*Pl.* 3. *Fig.* 9.) enſorte que laiſſant beaucoup d'eſpaces entr'elles, en formant les concretions, elles produiſent, ſur le bord des taſſes, un corps fort ſpongieux, qui s'imbibe facilement de la diſſolution, & au travers du-

quel elle s'éleve juſqu'à ſa partie ſuperieure dans toute ſa circonference, & s'y deſſéchant, y forme des têtes ou mammelons qui ſont très legers, & telle que nous les voyons dans la vegetation repreſentée dans la Pl. 1. Fig. 2. & dans les bords de la projection (*Pl. 3. Fig. 9.*) *E* eſt l'endroit par où s'eſt échappé la liqueur au dehors de l'étenduë de la projection, & où ſortent des têtes *F*; & ſelon la quantité de la liqueur qui eſt dans l'étenduë de la projection, toutes ces têtes ſe confondent, & ne repreſentent aucune figure, comme on le voit en *G*. Nous ne devons pas nous étonner ſi ces têtes ſont ſurmontées de pluſieurs pointes, lorſqu'il y a du Salpêtre mêlé avec le Sel armoniac qui forment une vegetation; elles ſont produites par les priſmes du Salpêtre, mais elles ne peuvent s'élever bien haut; leur mouvement direct eſt interrompu par celui du Sel armoniac.

Mais comment l'impregnation de la Tête-morte de l'Eau forte qui contient un ſel qui ne ſe cryſtalliſe point, ou du moins dont les cryſtaux ſont ſi petits, qu'on ne peut en reconnoître la figure; comment, dis-je, peut-elle produire une vegetation en arbriſſeaux ſi bien formés? Il faut ſuppoſer, pour l'explication de ce curieux phenomene, que les particules de ce ſel ſont des polyedres qui s'appliquent & ſe joignent par leurs facettes les unes avec les autres, mais qui dans leur union forment de grands pores, ce qui rend cette matiere legere & ſpongieuſe. Lorſque je les ſuppoſe ainſi, il me paroît que j'approche aſſés de la verité, & ce qui peut y donner

ner quelque probabilité, c'eſt que j'ai évaporé une partie de cette impregnation que j'ai laiſſé refroidir, il s'eſt formé un ſel, qui regardé au microſcope, étoit preſque tout compoſé de polyedres quelconques. D'ailleurs, comme je l'ai dit ci-deſſus, j'ai fait une très jolie vegetation en arbriſſeau avec le mêlange d'Eſprit de Vitriol & l'Huile de Tartre p. d. & ce mêlange évaporé & cryſtalliſé donne des cryſtaux, dont la plus grande partie ſont des polyedres quelconques, qui font le Tartre vitriolé: mais l'experience ſuivante confirme encore davantage ma ſuppoſition.

J'ai fait calciner partie égale de Salpêtre & de Vitriol d'*Angleterre*, pour eſſayer de faire quelques vegetations avec cette matiere. Je l'ai tenu pendant deux heures dans le grand feu, mais mon creuſet s'étant caſſé, j'ai été obligé de la retirer. J'ai fait diſſoudre dans de l'Eau commune cette matiere qui étoit rouge, je l'ai filtré, j'en ai mis dans un verre, ſur lequel il ne s'eſt produit aucune vegetation: peut-être la matiere n'étoit-elle pas aſſés calcinée. Il s'eſt ſeulement formé aux parois du verre & ſur la ſuperficie de la liqueur de très-petits cryſtaux, dont les uns étoient des priſmes très-courts, les autres étoient quarrés, & approchoient de la figure cubique, & d'autres pyramidaux à quatre faces, ſans compter la baſe, enſorte que ſi deux de ces cryſtaux euſſent été unis enſemble par leur baſe, ils auroient formé un octoëdre, qui eſt la figure de l'Alun: mais tous ces petits cryſtaux étoient en ſi petit nombre, & noyés, pour ainſi dire, dans une ſi gran-

de quantité d'autres cryſtaux polyedres quelconques, que j'avois de la peine à les démeler avec une bonne loupe. Je n'y ai point apperçû de cryſtaux rhomboïdes. J'ai auſſi remarqué toutes ces figures de ſel dans le Tartre vitriolé cryſtalliſé. Le ſel que l'on retire des Têtes-mortes d'Eau forte qui n'ont pas été bien pouſſées par le feu, donnent des cryſtaux tout ſemblables.

Il faut que les facettes des parties du ſel de notre impregnation ſoient bien petites, puiſque ces parties ſalines ſe deſuniſſent avec une très-grande facilité.

Les premiéres molecules étant une fois formées, comme je l'ai dit, en parlant de la vegetation du Salpêtre & du Sel armoniac, la diſſolution qui ſurvient penette ces molecules avec tant de facilité, qu'elle s'éleve à ſa partie ſuperieure, & y laiſſe ſon ſel par l'évaporation de l'humidité, & par une ſucceſſion continuë d'élevation de la diſſolution & d'évaporation de l'humidité, il ſe forme une tige, comme on le voit dans la projection ſur le verre (*Pl.* 3. *Fig.* 10.) la liqueur qui eſt pouſſée au dehors de la circonference de cette projection forme d'abord la tige *E*; cette tige eſt pleine de pores plus grands les uns que les autres, par où la diſſolution s'échape, & forme en ces endroits des concretions qui s'allongent comme la tige, & produiſent des branches d'où ſortent une infinité de rameaux, & enfin un arbre, comme on le voit en *F*, & cela avec d'autant plus de facilité, que la liqueur y eſt pouſſée comme dans autant de ſyphons ou de tuyaux que l'on auroit remplis de minium ou d'autre matiere qui peut

peut ſervir d'appui à la liqueur qui s'y éleve, comme je le dirai ailleurs.

Il s'agit preſentement de déterminer pourquoi les diſſolutions de quantité de ſels qui s'élevent ſur le bord du vaſe, & qui y forment une croute, ne produiſent point de vegetation ; car il paroît étonnant que le Salpêtre commun, & le Salpêtre de houſſage ne produiſent qu'une croute, & rarement de legeres vegetations, quoi-qu'ils produiſent de pareils cryſtaux que ceux du Salpêtre rafiné. Il faut bien peu de choſe pour empêcher la vegetation, il ſuffit d'un peu de Sel marin, d'un peu de Sel alkali fixe ou de Sel alkali volatil, d'un peu de metal, ou de quelque peu de terre mêlé avec le Salpêtre pour l'empêcher de produire ces pointes de rochers ; il y a apparence que le Salpêtre commun & le Salpêtre de houſſage ne les produiſent point à cauſe du Sel marin ou de la terre ou du Sel fixe qu'ils contiennent. Il ne m'a pas été poſſible de retirer un grain de Sel marin du Salpêtre commun * par la diſſolution & la cryſtalliſation, mais le peu de Sel fixe des cendres qui reſte dans ce ſel avec la partie terreuſe dont il n'eſt pas entierement épuré, empêchent la vegetation : ſi on diſſout un peu de Sel fixe avec du Salpêtre rafiné, il ne produit aucune vegetation. Les Sels volatils d'Urine produiſent le même effet, puiſque le Salpêtre rafiné diſſout dans l'Urine ou dans ſon eſprit ne forme qu'une croute.

Le Salpêtre rafiné mêlé pendant quelque

* *Ce Salpêtre commun avoit été pris de la partie ſuperieure d'une maſſe formée dans une petite chaudiere.*

temps avec la limaille de Fer humectée d'eau, ne produit qu'une legere vegetation. L'Argent, le Cuivre, le Mercure, l'Etain, le Biſmut, le Corail, & beaucoup d'autres matieres diſſoutes dans l'Eſprit de Nitre, & fermentées avec l'Huile de Tartre p. d. ne produiſent aucune vegetation. Toutes ces diſſolutions ont donné des cryſtaux ſemblables au Salpêtre, & qui fuſent de même ſur les charbons. Mais pourquoi les particules de metaux, ou de ſel, ou de terre qui s'uniſſent avec les particules de Salpêtre, ne les empêchent elles pas de s'appliquer les unes avec les autres pour former ces priſmes de Salpêtre, & qu'elles les empêchent de s'élever en pointes de rochers? C'eſt que les particules d'eau & d'air qui entrent dans la compoſition des cryſtaux s'ajuſtent ſi bien avec ces parties étrangeres, qu'elles n'empêchent point les parties ſalines de ſe placer à leur ordinaire, parce que ces particules nagent librement dans la liqueur dans laquelle elles ſont. Ce n'eſt pas la même choſe lorſqu'il s'agit de former une vegetation, car les parties ſalines chargées ſur les côtés par d'autres parties étrangeres, ou ſeulement ſéparées les unes des autres par le mêlange de ces parties, elles ne peuvent ſe gliſſer librement, & s'élever ſelon leur longueur ſur les molecules déja formées. Ainſi ne pouvant s'avancer, elles ſont obligées de reſter au bas & à la circonference des molecules, ſans aucun ordre les unes avec les autres, & ne forment de cette maniere qu'une croute.

Je ne voudrois pourtant pas aſſûrer que ces diſſolutions ne puiſſent jamais former de vegeta-

getations, car il m'eſt arrivé que la diſſolution de Mercure par l'Eſprit de Nitre, & fermentée avec l'Huile de Tartre p. d. qui n'a pû produire de vegetation dans une taſſe de fayence, ayant été miſe dans un poudrier *, cette diſſolution s'eſt élevée perpendiculairement ſur la ſurface de verre, elle a penetré le papier qui la couvroit, & a formé deſſus & au côté du rebord du poudrier une vegetation à peu-près ſemblable à la Plante que nous appellons *Hypoxylon excrementum ligni putridi, fungoſum digitatum. March. Brand. Mentz.* J'ai fait une ouverture au papier de ce poudrier, par où j'ai introduit de l'eau à la faveur d'un petit entonnoir, parce que la matiere étoit deſſechée ; je l'ai délayée, pour faire diſſoudre les parties ſalines, il s'eſt produit par la ſuite autour du poudrier, ſur le papier, beaucoup de vegetation à peu-près ſemblable à l'Hypoxylon, mais toutes garnies d'une infinité de filets ſalins très-fins qui forment un velu dont toutes les tiges & les têtes de cette vegetation ſont garnies.

J'ai mis de la diſſolution de ſublimé corroſif dans un de ces petits vaſes de verre dont on ſe ſert pour mettre de l'encre, & que pour cela on appelle Encriers. Il s'eſt formé ſur les bords de ce vaſe de petites tiges, ſur leſquelles il s'eſt produit quantité de filets plats & droits, dont la plûpart étoient plus longs & plus larges que la tige : les plus fins étoient pointus à leur extremité.

* *C'eſt un vaiſſeau de verre cylindrique, dont l'ouverture a preſque autant de diametre que le corps, & dans lequel les Apoticaires mettent ordinairement leur poudre.*

Le Soufre commun n'empêche point la vegetation de Salpêtre, puiſque la Poudre à canon & le Cryſtal mineral forment des pointes de rochers aſſés belles : & ſi le Salpêtre ſtibiale tiré de l'Antimoine diaphoretique & le Sel polycreſte ne produiſent point de vegetation, c'eſt que la grande calcination & le mêlange du ſel & de la terre du Soufre ont ſi fort changé la tiſſure du Salpêtre, qu'on peut aſſûrer que ce n'eſt plus du Salpêtre, il ne ſe cryſtalliſe plus en priſme, mais preſque tous en cryſtaux à peu-près ſemblables à ceux du Tartre vitriolé.

L'Huile d'Amande douce n'a point empêché la vegetation du Salpêtre : j'ai bien imbibé du Sel fixe de Tartre avec de l'Huile d'Amande douce, je les ai battus enſemble long-temps dans un mortier, je les ai laiſſés en cet état pendant quinze jours, après quoi j'ai verſé peu à peu de l'Eſprit de Nitre ſur cette matiere juſqu'à ſaturation. L'effervescence ni la chaleur n'ont pas été grandes, mais elles ont duré long-temps. Le mêlange eſt devenu épais comme de la bouillie ; je l'ai fait diſſoudre dans de l'eau, je l'ai filtré, & je l'ai expoſé au ſoleil dans une taſſe de fayence, ſur le bord de laquelle il s'eſt produit une fort jolie vegetation qui n'avoit pas la même ſolidité que celle du Salpêtre, à cauſe de l'huile qui y étoit mêlée.

Tout ce que j'ai dit ci-deſſus du Salpêtre mêlé avec differentes matieres, ſe peut dire du Sel armoniac : car dans quelque liqueur que je l'aie diſſout, & avec quelque matiere que je l'aie mêlé, il n'a produit qu'une croute, & cela par les mêmes raiſons, mais qui

ſont

ſont encore plus fortes dans le Sel armoniac ; car dans pluſieurs de ces mêlanges il change de nature, & ne ſe cryſtalliſe plus en Sel armoniac. Il y en a quelques uns où il ſe forme en Sel armoniac. Le Sel armoniac diſſout dans l'Eſprit d'Urine s'eſt cryſtalliſé quelquefois en vrai Sel armoniac, & d'autres fois les cryſtaux n'ont pas reſſemblé tout-à-fait au Sel armoniac. La diſſolution de Fer par l'Eſprit de Sel, & fermentée par l'Eſprit d'Urine, ſe cryſtalliſe en vrai Sel armoniac, parmi lequel on trouve des cryſtaux à facette, & comme deux pyramides unies par leur baſe. Il y en avoit encore d'autres de differentes figures. La diſſolution de Zinc par l'Eſprit de Sel, & fermentée par l'Eſprit d'Urine, donne à peu-près les mêmes cryſtaux.

Mais il y a des diſſolutions où il eſt difficile de reconnoître le Sel armoniac comme le Sel armoniac diſſout dans l'Eſprit de Nitre ou dans l'Eſprit de Sel.

Il y en a enfin où l'on ne le reconnoît plus comme lorſque l'on a mêlé du Fer ou du Cuivre avec du Sel armoniac, comme je l'ai dit ci-deſſus. Car ſelon le plus ou le moins qu'il s'eſt empreint de ces metaux, les cryſtaux approchent plus ou moins des Vitriols de Fer ou de Cuivre.

Si l'on diſſout du Sel armoniac dans l'Urine, qu'on la filtre, & qu'on la faſſe évaporer & cryſtalliſer, les cryſtaux ſeront cubiques comme le Sel marin. Quatre onces d'Urine nouvelle tiennent en diſſolution à froid une once de Sel armoniac. Si l'on veut avoir des cryſtaux cubiques, il faut la faire

évaporer à petit feu & très-lentement, ou bien la faire évaporer au Soleil ; car ſi l'évaporation eſt prompte, les cryſtaux ſeront ſemblables aux cryſtaux de Sel armoniac. Il ne faut pas tant de précaution, lorſqu'on diſſout le Sel armoniac dans l'Urine gardée pendant quelque temps, ou dans l'Urine évaporée à moitié, ou aux deux tiers, car quoi-que l'évaporation de la diſſolution ſoit prompte, il ſe formera des cryſtaux cubiques. La diſſolution de Sel armoniac dans l'Urine gardée fort long-temps, a l'odeur de la ſueur des porte faix.

Les cryſtaux cubiques ſont plus ou moins jaunâtres, ſuivant que l'Urine eſt plus ou moins chargée de terre & de ſels urineux.

Si l'on examine le commencement de la formation de ces cryſtaux ſur la diſſolution, il ſemble d'abord qu'ils doivent reſſembler aux cryſtaux de Sel armoniac ; mais lorſque la liqueur eſt tout-à-fait refroidie, on ne trouve au fond que des cryſtaux cubiques, ou du moins la plus grande partie a pris cette forme ; on les voit quelquefois ſe former en cube ſur la liqueur, & ſe placer régulièrement les uns ſur les autres, enſorte que l'un ne déborde pas l'autre. Faites diſſoudre ces cryſtaux cubiques dans l'Eau commune, filtrez la diſſolution, faites-la évaporer juſqu'à pellicule, on aura très-peu de cryſtaux cubiques, preſque tous les cryſtaux ſeront de Sel armoniac. Neanmoins ſi l'on fait évaporer la diſſolution au Soleil, il ne ſe formera que des cryſtaux cubiques. On les aura de même, ſi on la fait évaporer ſur le feu très-lentement ; plus l'évaporation ſera

ra lente, plus on aura de ces cryſtaux. Ils ne décrepitent point ſur les charbons ardents comme le Sel marin.

Le Sel armoniac diſſout dans l'Urine toute nouvelle, ne donne quelquefois point de cryſtaux cubiques, mais ſi l'on fait diſſoudre une ſeconde fois ce ſel dans de nouvelle Urine, on aura à coup ſûr des cryſtaux cubiques.

Je ne connois point de liqueur qui ſoit plus chargée de terre que l'Urine. On pourroit croire que la terre de l'Urine mêlée avec les parties de Sel armoniac, leur donne l'arrangement neceſſaire pour produire des cubes, car moins il y a de cette terre, plus il faut de lenteur pour faire cet arrangement: d'ailleurs ſi on met ces cryſtaux cubiques dans une fiole, & qu'on les faſſe ſublimer, le ſel ſublimé ſera ſemblable à celui du Sel armoniac: mais une marque que la terre de l'Urine peut contribuer plus que toutes les autres parties de l'Urine à la formation de ces cubes, c'eſt que l'Eſprit d'Urine ne produit point cet effet. Si l'on met quatre dragmes de Sel armoniac dans vingt-deux dragmes d'Eſprit d'Urine, ils s'y diſſoudront entierement. Si l'on fait évaporer la liqueur juſqu'à pellicule, elle donnera des cryſtaux peu differents du Sel armoniac.

Ce qu'on trouvera de ſingulier, c'eſt que cette même terre d'Urine empêche le Sel marin de ſe former en cryſtaux cubiques. Car ſi l'on fait diſſoudre du Sel marin dans de l'Urine, qu'on filtre la diſſolution, qu'on la faſſe évaporer & cryſtalliſer, il ne ſe forme que des cryſtaux à peu près ſemblables à

ceux du Tartre vitriolé, & l'on trouve très-peu de cryſtaux qui approchent de la figure cubique, ſoit qu'on faſſe évaporer la diſſolution à un feu très-lent, ſoit qu'on la faſſe évaporer au Soleil, ce qui n'arrive pas avec l'Eſprit d'Urine.

J'ai fait diſſoudre trois dragmes de Sel marin gris dans deux onces d'Eſprit d'Urine, j'ai filtré cette liqueur, je l'ai miſe dans une taſſe de fayence que j'ai placée dans une écuelle pleine d'eau que j'ai fait chauffer, je l'ai fait évaporer juſqu'à pellicule, & étant retirée & refroidie, il s'eſt trouvé des cryſtaux cubiques très-petits qui ont décrepité ſur les charbons à proportion de leur groſſeur. J'ai expoſé de cette diſſolution au Soleil, elle a donné les mêmes cryſtaux & de pareille groſſeur, & qui ont décrepité de la même maniere.

Mais pour revenir à nos vegetations, on ne doit pas s'étonner ſi l'Alun, le Vitriol & le Sel marin ne peuvent en produire. Leur maniere de ſe cryſtalliſer les rend incapables de former ces pointes de rochers. Leurs particules ne ſont point figurées en cylindres ni en priſmes. Elles ne peuvent s'élever ſur les petites molecules ſalines qui ſe forment d'abord ſur le bord du vaſe: elles ne forment pas des polyedres aſſés petits pour produire des arbriſſeaux. D'ailleurs les particules ſalines ſe ſerrent trop les unes contre les autres, & ne peuvent produire un corps ſpongieux, au travers duquel la diſſolution puiſſe paſſer & s'élever, ainſi les particules de ſel qui s'élevent ſur le bord du vaſe avec le liquide dans lequel elles nagent, s'attachent

tout

de Salpêtre.

Fig. 1.

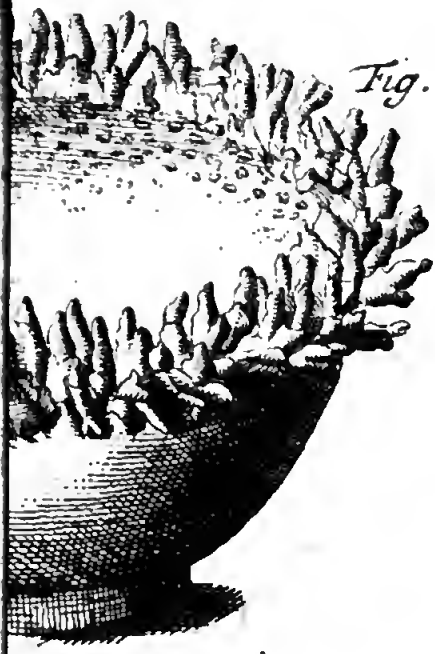


Fig. 2.

de Sel Armoniac.

NAPOLI

e morte d'Eau forte.

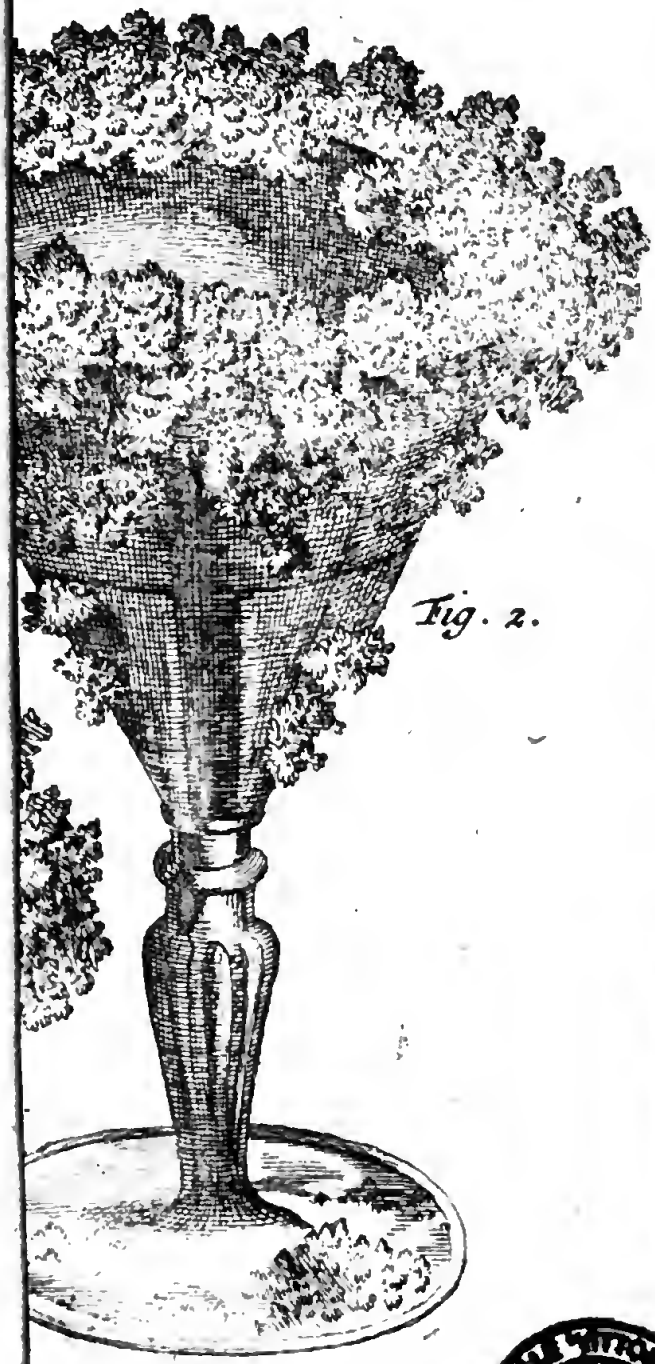


Fig. 2.

NAPOLI

Fig. 3.

Fig. 2.

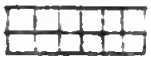


Fig. 1.

Fig. 5.

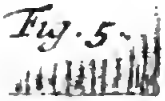


Fig. 4.

Fig. 7.

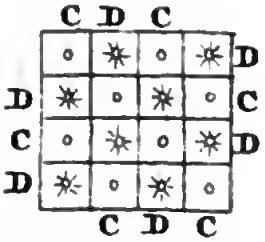


Fig. 6.

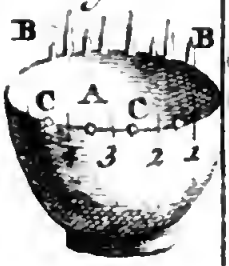
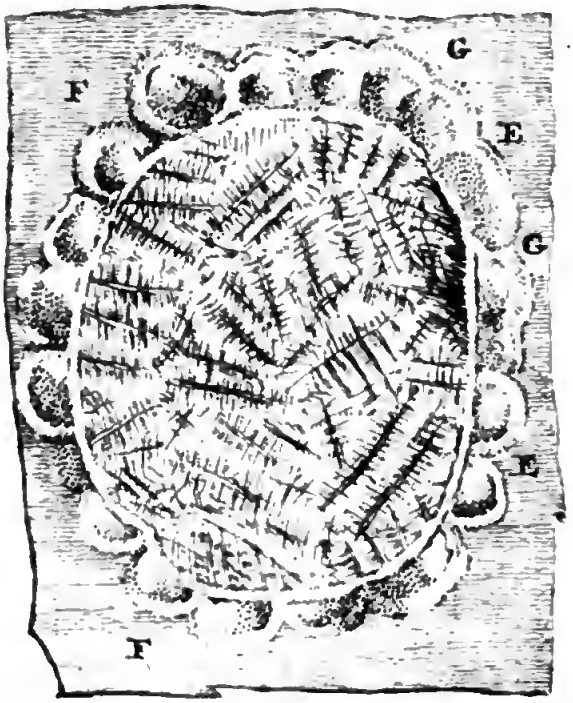


Fig. 9.



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

tout à l'entour des premiéres molecules qui s'y ſont formées.

OBSERVATION
ANATOMIQUE ET PATHOLOGIQUE

Sur les Chûtes qui cauſent une Luxation de la Cuiſſe, dont les Auteurs n'ont point écrit.

Par M. PETIT.

*IL y a quelques années que je fus appellé pour voir une Dame qui depuis deux mois qu'elle étoit tombée, ſe plaignoit d'une douleur rhumatiſante occupant la hanche & toute la cuiſſe. Au récit qui me fut fait de ſa chûte, & des circonſtances qui l'accompagnerent, je me ſentis prévenu, même ſans la toucher, que ſa cuiſſe étoit luxée en haut & en dehors; cependant avant de lui dire ſon mal, je l'examinai, & je lui trouvai tous les ſignes qui caracteriſent cette luxation.

Les aſſiſtans blâmerent le Chirurgien qui l'avoit traitée, de n'avoir pas reconnu la luxation; je fis connoître qu'on le blâmoit à tort, parce qu'il n'avoit vû la malade que les trois ou quatre premiers jours, & que d'ailleurs cette maladie n'eſt point connuë, quoiqu'elle ſoit très-frequente, parce qu'elle ne ſe manifeſte que long-tems après la chûte.

C'eſt une luxation d'une eſpece particuliére,

* 25. Fevr. 1722.

re, que les coups & les chûtes ne produiſent point d'abord ; mais dont elles ſont cauſes occaſionnelles : c'eſt pour y avoir été trompé moi-même, & avoir reflechi ſur les cauſes de mon erreur, que je l'ai connuë, & que j'en donne l'obſervation, afin qu'à l'avenir le nombre des boiteux ne ſoit pas ſi grand. Il y en a beaucoup qui n'ont d'autres cauſes de leur claudication, que cette maladie, ignorée dans ſon commencement.

Lorſque dans une chûte le grand trocanter eſt frappé, la tête du femur eſt violemment pouſſée contre les parois de la cavité de l'iſchion ; & comme elle remplit exactement cette cavité, les cartilages qui recouvrent l'une & l'autre, les glandes de la ſinovie, & le ligament rond qui attache ces deux parties, doivent ſouffrir une violente contuſion, laquelle ſera ſuivie d'obſtruction, d'inflammation & de dépôt. La ſinovie ſe dépoſera en plus grande quantité, remplira la capſule ou tunique ligamenteuſe, & toute la cavité de l'articulation ; ce qui ſera peu à peu ſuivi de luxation ; puiſque cette ſinovie qui s'épanche toûjours, & même alors plus que dans l'état naturel, n'eſt plus diſſipée par les mouvemens de la partie, elle chaſſera la tête de l'os avec d'autant plus de facilité, qu'aïant relâché les ligamens, elle les met hors d'état de réſiſter non ſeulement aux efforts qu'elle fait pour chaſſer l'os de ſa boëte, mais même à ceux que font les muſcles pour la tirer en haut : ainſi l'allongement du ligament rond ſe fait peu à peu ; ainſi la douleur augmente, & ne diminuë que quand ce ligament, tout-à-fait relâché ou rompu, abandonne

donne la tête de l'os à toute la puiſſance des muſcles qui la tirent en haut.

Ce qui vient d'être dit, montre que dans cette maladie, l'os ne ſe déplace point dans l'inſtant de la chûte, mais long-tems après & par degrés. Dans les premiers jours la tête garde ſa ſituation naturelle, & la cuiſſe ne commence à ſe racourcir que quand la tête a commencé d'être chaſſée par la ſinovie. Il ſemble que la cuiſſe ne devroit ſe racourcir que lorſque la tête de l'os eſt entierement ſortie; cependant elle ne devient plus courte que peu à peu, & à meſure que la tête fait ſon chemin pour ſortir.

La figure ſpherique de cette tête en eſt la cauſe, elle va en diminuant depuis ſon coû juſqu'à ſon ſommet; ce qui fait que quand la ſinovie l'a éloignée d'une ligne du fond de la cavité, les muſcles tirent d'une ligne la cuiſſe en haut; & ſi alors on meſuroit la cuiſſe de l'endroit où la tête du femur touche le bord ſuperieur de ſa cavité, on la trouveroit plus courte d'une ligne; de maniere que ſi cette tête eſt chaſſée de quatre ou cinq lignes, la cuiſſe ſe trouvera plus courte de quatre ou cinq lignes, pourvû que l'on meſure de l'endroit où elle touche le bord ſuperieur de la cavité; ainſi autant de chemin que fera la tête du femur pour ſortir, autant la cuiſſe perdra de ſa longueur: & quand la tête ſera entierement ſortie, ſon ſommet qui dans l'état naturel répondoit au centre de la cavité, ſe trouvera au bord ſuperieur de cette cavité, & la cuiſſe ſera plus courte de la moitié du diametre de la tête; elle auroit même été emportée plus loin par l'action des muſ-

muſcles ſans le ligament rond qui la retient encore en ce lieu.

Les choſes étant dans cette ſituation, il eſt facile de concevoir que les douleurs doivent augmenter. En effet, tant que quelque portion de la tête a pû être retenuë par le rebord de la cavité, le ligament rond a partagé avec lui l'effort des muſcles, & ne s'eſt allongé que peu à peu ; mais depuis que la tête a été entierement chaſſée, le ligament a ſupporté lui ſeul l'effort des muſcles, les douleurs ſont devenuës inſupportables, & elles ont duré juſqu'à ce que la rupture du ligament ou ſa relaxation entiere, ait permis aux muſcles de porter l'os auſſi loin que leur contraction a pû le faire. C'eſt donc à tort que l'on blâmoit le Chirurgien, de n'avoir pas connu une luxation qui n'eſt ſurvenuë que long-tems après la chûte.

Il faut remarquer que la tête de l'os de la cuiſſe ainſi portée en haut & en dehors, peut ſe tourner en devant ou en arriere. Lorſqu'elle eſt tournée en devant, le genoû & la pointe du pied ſe tournent en dehors ; & lorſqu'elle ſe tourne en arriere, ce qui arrive plus ſouvent, on la reconnoît par les ſignes ſuivans.

1°. La tête du femur eſt ſur la face externe de l'os des iſles, & la cuiſſe eſt plus courte.

2°. Il y a une tumeur ſous les muſcles feſſiers.

3°. La cuiſſe, le genoû & le pied ſont tournés en dedans.

4°. La cuiſſe peut être portée en dedans, & non en dehors, ſans de grandes douleurs.

5°. Le

5°. Le côté luxé ne peut approcher de la terre qu'avec le bout du pied.

6°. Le pli de la feſſe eſt plus haut.

7°. Il ſemble qu'il y ait une corde tenduë depuis le pubis juſqu'au milieu de la cuiſſe.

EXPLICATION.

1°. La cuiſſe eſt plus courte, parce que l'os eſt remonté.

2°. La tumeur ou boſſe eſt cauſée par la preſence de l'os déplacé.

3°. La cuiſſe, le genoû & le pied ſont tournés en dedans, parce que les muſcles feſſiers ſont relâchés, & que les triceps ſont tendus.

4°. La cuiſſe peut être portée en dedans, & non en dehors, ſans douleur, parce que les muſcles triceps ſont trop tendus.

5°. Il ne peut approcher la terre qu'avec le bout du pied, parce que la cuiſſe étant racourcie, le malade tâche de la rendre plus longue en étendant le pied.

6°. Le pli de la feſſe eſt plus haut, parce que la cuiſſe eſt remontée.

7°. La corde que l'on ſent depuis le pubis juſqu'à la partie moïenne de la cuiſſe, vient de ce que les muſcles triceps ſont dans une grande tenſion.

Cette maladie eſt incurable, quand n'étant pas connuë, on ne fait point promptement les remedes qui conviennent pour la prévenir. J'y ai pluſieurs fois réüſſi par l'uſage des deffenſifs faits avec le blanc d'Oeuf, l'Alum en poudre & l'Eau de vie aromatique, dont je mouillois des compreſſes en huit

huit ou dix doubles, je les appliquois ſur toute l'articulation de la cuiſſe, je les retenois par un bandage ſimplement contentif, & avec cette même liqueur, ſans défaire l'appareil, je l'humectois pluſieurs fois par jour.

Je plaçois commodément le malade dans ſon lit, je lui faiſois éviter tous les mouvemens capables d'exciter la douleur; je ſaignois abondamment, & par le regime & les remedes généraux, j'ai trouvé le moïen de prévenir l'engorgement des vaiſſeaux, l'inflammation, & enfin le dépôt dans l'articulation.

L'examen que j'ai fait des differentes articulations, m'a donné lieu de faire pluſieurs reflexions ſur la route des vaiſſeaux qui y portent la nourriture, ſur les graiſſes & ſur les ligamens interieurs des jointures.

Dans la ſuite j'aurai l'honneur de les preſenter à la Compagnie, je donne ſeulement aujourd'hui une remarque ſur l'échancrure de la Cavité cotiloïde. On ſait qu'elle eſt bouchée par un ligament qui laiſſe un pont ſous lequel paſſent & ſont à l'abri les vaiſſeaux qui ſe diſtribuent au ligament rond, aux membranes, aux glandes & aux graiſſes de l'interieur de cette cavité: j'ai remarqué que l'arcade qui forme cette eſpece de pont, eſt vingt fois plus large qu'il n'eſt neceſſaire pour le paſſage des vaiſſeaux, & que dans les mouvemens violens, le ſurplus de cette arcade ſert de refuge aux corps graiſſeux & aux membranes, qui ſemblent fuir & ſe cacher deſſous pour éviter la compreſſion.

O B.

OBSERVATIONS
SUR
LA VEGETATION DU NOSTOCH.

Par M. DE REAUMUR.

*ON peut voir dans les Memoires de l'Academie de 1708 † que le *Noſtoch* eſt une production de la Nature, que Mrs. de *Tournefort* & *Magnol* ont rangé parmi les Plantes; M. *Geoffroy* le jeune y rapporte les obſervations qui lui ont paru propres à établir ce ſentiment. On peut voir auſſi dans le même endroit, que l'on a donné au Noſtoch les noms de *cœli flos*, *cœrefolium*, *cœli folium*, *flos terræ*, pris apparemment des idées confuſes qu'on a eu de ſon origine; car quelques-uns l'ont regardé comme une eſpece de roſée du ciel; d'autres l'ont même fait venir des étoiles. A la verité il reſſemble peu aux Plantes ordinaires; au premier coup d'œil, ſi on en juge avant de le toucher, on lui trouvera plus l'air d'une gelée que d'une Plante; ſa couleur eſt d'un vert brun, il a quelque tranſparence, il paroît tremblant comme la gelée. Sa figure eſt très irréguliere, c'eſt une eſpece de feuille chiffonnée ou pliée ſans aucun ordre. Lorſqu'on le touche, on apperçoit aiſément qu'il n'eſt pas une gelée, il ne ſe fond point entre les doigts,

* 19. Août 1722. † *p.* 293.

doigts, & on trouve quelque reſiſtance à le déchirer, pareille à celle qu'on trouve à déchirer des feuilles tendres. Mais on n'y découvre ni fibres ni nervures ; les microſcopes mêmes n'y font rien appercevoir de pareil. Malgré cette conformation, nous ne laiſſerons pas de l'appeller une Plante, parce que nous ferons voir dans la ſuite qu'il vegete, & de quelle maniere il vegete.

On ne le voit guere ſur la terre qu'après des jours de pluye. On le rencontre ſur divers terrains, mais ſur-tout ſur ceux qui ne ſont point labourés, comme les prairies, les terres arides, les allées ſablées. On en trouve en toute ſaiſon, même en hyver, mais jamais il n'eſt plus commun qu'après les pluyes chaudes & abondantes d'été.

Ce que le Noſtoch a d'abord de plus ſingulier, c'eſt la façon ſubite dont il paroît être produit ; la production des Champignons ſemble ſe faire lentement en comparaiſon de la ſienne ; il ſemble naître ſur le champ. On ſe promenera en été dans une allée de jardin ſans y appercevoir une ſeule feuille de Noſtoch ; qu'il ſurvienne une pluye d'orage, & qu'une heure après on retourne dans la même allée, à chaque pas on y trouvera du Noſtoch. Il y a telle allée qui en paroît couverte.

Il ſeroit fort ſurprenant qu'une production ſi conſiderable fût l'ouvrage de ſi peu de temps; la Nature travaille avec plus de lenteur. Auſſi tout le ſingulier eſt de ce qu'une production qui ne s'acheve pas plus vîte que les autres, paroît neanmoins ſubite. J'ai été attentif à l'obſerver, & voici à quoi j'ai trouvé

trouvé que tout le myſtere ſe réduiſoit. La ſubſtance du Noſtoch, tel que nous venons de le conſiderer, eſt très-abreuvée d'eau; delà lui vient ſa moleſſe, ſa tranſparence, en un mot ſon air de gelée; mais cette eau, cette humidité lui eſt aiſément enlevée, quelques heures d'un Soleil ardent, ou d'un grand vent ſuffiſent pour cela. Alors il ſe pliſſe, il ſe ride, il perd la plus grande partie de ſon volume, & en même temps ſa tranſparence & ſa couleur; en un mot, il n'a plus l'air de Noſtoch, de cette gelée tremblante, il ne paroît qu'une eſpece de feuille ſéche, maltaçonnée, d'un brun noirâtre qui tire à peine ſur le verd, il eſt friable. Le Noſtoch alors n'eſt plus reconnoiſſable, il a perdu tout ce qui le caracteriſoit à nos yeux; & d'ailleurs, ayant conſiderablement moins de volume, il n'eſt pas aiſé à appercevoir. Dans cet état pourtant la Plante n'eſt point détruite, elle n'eſt que déguiſée; que l'eau vienne à l'arroſer, elle boit cette eau plus avidement que ne feroit une éponge; auſſi-tôt elle ſe gonfle, elle reprend ſon premier volume, ſa tranſparence & ſa couleur, en un mot elle redevient ce que nous appellons du Noſtoch. Une heure & moins ſuffit pour produire ce changement. Elle retourne à ſon état de ſéchereſſe, ſi le temps ſe remet au ſec; & elle eſſuye bien de pareilles alternatives avant d'être parvenu à ſon terme d'accroiſſement, car je ſuis ſûr que le Noſtoch croît au moins pendant un an, & incertain s'il ne croît pas pendant pluſieurs années.

La curioſité que j'avois eu de m'éclaircir ſur l'apparence de cette production ſubite, m'a

m'a naturellement engagé à examiner ſi le Noſtoch vegete à la maniere des autres Plantes terreſtres. M. *Geoffroy* le jeune, dans le Memoire que j'ai cité au commencement de celui-ci, le prétend, il lui donne des racines. Lorſqu'il lût ce Memoire, il montra même à la Compagnie des feuilles de Noſtoch à qui tenoient divers filamens qui ſembloient être les racines de cette Plante. Quoique j'euſſe vû moi-même les filamens, qu'ils m'euſſent parû des racines, comme M. *Geoffroy* le vouloit, j'ai cependant été forcé de reconnoître que le Noſtoch n'en a point, après en avoir ramaſſé une infinité de fois dans les allées de mon jardin, à qui je n'ai pas trouvé la moindre apparence de racine. Si le Noſtoch que M. *Geoffroy* a examiné eût été pris comme celui dont je parle ſur des allées ſablées, il ne lui eût pas non plus apperçû de racines. Mais apparemment que le ſien avoit été ramaſſé ou dans des prairies, ou ſur d'autres terres non ſablées; il reſte ſouvent de petits morceaux de terre attachés aux feuilles priſes ſur de pareils terrains. Dans ces petits morceaux de terre il y a des filamens entrelaſſés qui viennent du chevelu de diverſes autres Plantes, & ces filamens ſe trouvent appliqués aſſés exactement ſur le Noſtoch pour paroître ſes racines, & pour en impoſer à un Obſervateur très-habile & très-attentif.

Quoi-qu'il fût certain que le Noſtoch que j'avois ramaſſé dans les allées ſablées n'avoit point de racines, je ne m'en ſuis pas tenu à cette ſeule obſervation, elle laiſſoit encore quelque doute. On auroit pû penſer que ces Plan-

Plantes avoient été apportées d'ailleurs; que le vent les avoit roulées, & avoit en même temps briſé les filets déliés qui leur ſervent de racines. Pour m'ôter tout ſcrupule, j'ai ſemé en quelque ſorte du Noſtoch, je l'ai fait croître ſous mes yeux. Après l'avoir obſervé en differentes ſaiſons & en differentes circonſtances, j'en ai trouvé qui étoit rempli d'une infinité de petits grains. Je ne ſai ſi je dois nommer ces grains, les graines de la Plante, ou ſes embryons, mais quelque nom qu'on leur donne, ils m'ont paru propres à nous fournir des éclairciſſemens ſur ſa façon de vegeter. J'ai obſervé de ces grains ou embryons de bien des groſſeurs differentes, les uns par rapport aux autres. Il y en a de ſi petits, que c'eſt tout ce que la vûë ſimple peut faire que de les appercevoir. On en trouve d'autres de plus gros en plus gros par degrés. Les plus petits, ceux qui ſont à peine aſſés gros pour être ſenſibles, ſont ſpheriques; ce ſont autant de petites boules, dont la ſubſtance paroît la même que celle du Noſtoch; ils ſont auſſi de couleur verdâtre.

J'ai ſemé de ces grains dans des vaſes à fleurs, dont les uns étoient remplis de terre; d'autres ſur cette terre avoient une couche de ſable; j'avois couvert de gazon la terre de quelques autres. Les plus gros des grains, ſemés ſur ces differents terrains, égaloient à peine la tête des groſſes épingles; d'autres n'avoient que la groſſeur des têtes des plus petites épingles, & d'autres étoient encore beaucoup plus petits. Ces grains n'ont été arroſés que par la pluye; ils ont crû dans les

vaſes, mais au moins avec la lenteur ordinaire des autres Plantes. En croiſſant ils n'ont pas conſervé leur figure ſpherique, ils en ont pris une applatie, dont le contour a eu pendant long-temps quelque rondeur. Au bout d'une année quelques-uns étoient au moins auſſi grands qu'une piece de cinquante ſols, & auſſi épais qu'un écu. D'autres, qui étoient peut-être venus de plus petits embryons, n'avoient que la grandeur d'une piece de vingt-cinq ſols. J'ai obſervé ces grains pendant leurs accroiſſemens, j'ai ſouvent enlevé du vaſe les Noſtochs naiſſants, & je ne leur ai jamais trouvé la plus legere apparence de racine. Souvent je les ai couché ſur le côté oppoſé à celui ſur lequel ils étoient, cela ne m'a paru leur faire aucun tort, au moins cela n'en a-t-il fait perir aucun. Le côté qui touchoit la terre ou le ſable étoit auſſi liſſe que celui qui étoit tourné vers le ciel.

La vegetation du Noſtoch ſe fait donc en quelque ſorte à la maniere de celle des Plantes marines, il eſt par tout racine, il peut par-tout s'imbiber du ſuc neceſſaire à ſon accroiſſement. Les Truffes ne nous donnent-elles pas un autre exemple de cette façon de vegeter, même dans les Plantes terreſtres? Mais ce que le Noſtoch a de particulier, ce ſont les alternatives par où il paſſe, de ce qu'il devient d'une Plante fraîche, molle, d'une Plante en pleine vigueur, une Plante ſéche & même friable; & que de cet état, qui pour toute autre Plante eſt un état de mort, il retourne à ſa premiére vigueur, & prend même de l'accroiſſement. Les temps de ſéch-

chereſſe ſont pour lui ce que l'hyver eſt pour les arbres ; non ſeulement il ne croît pas alors, mais de plus il ſe pliſſe, il ſe racornit, ſa ſubſtance ſe réduit preſqu'à rien ; mais dès que la pluye vient l'humecter, il reprend ſon premier volume, & même un plus conſiderable ; car c'eſt probablement dans ce temps que ſe fait ſon accroiſſement. Peut-être que la liqueur dont il s'eſt imbibé fermente & écarte ſes parties. Cette liqueur ne paroît pourtant être que de l'eau, mais l'eau de pluye n'eſt jamais de l'eau pure. On pourroit croire qu'il ſuce quelque choſe de la terre ſur laquelle il eſt poſé, ſi celui qui eſt mis ſur le ſable vegetoit moins que celui qui eſt mis ſur la meilleure terre. Après tout les Plantes marines tirant toute leur nourriture de l'eau qui les entoure, on ne doit pas trouver plus difficulté à admettre que le Nostoch ne ſoit nourri que par l'eau de pluye.

Quand nos feuilles plates, d'une figure arrondie, ſont parvenuës à une certaine grandeur, il s'y forme des plis, elles prennent une figure plus informe ; tous les plis qui ſe font pendant qu'elles ſéchent ſont alors plus profonds, plus marqués ; l'eau dont la Plante s'abreuve enſuite a plus de peine à les effacer, il reſte toûjours les traces de ces plis ; de nouveaux plis ſe forment dans les mêmes endroits pendant une nouvelle ſechereſſe, & ceux-ci ſont encore plus difficiles à effacer, la feuille reſte donc pliſſée malgré l'humidité qui s'y inſinuë ; à force de plis elle paroît enſuite comme chiffonnée. Sa figure devient encore plus informe, quand elle eſt près de ſon dernier terme d'accroiſſement ou à

perir; l'eau qui s'y eſt trop inſinuée la diviſe enſuite en deux ſelon ſon épaiſſeur, & ce qui a été ainſi ſéparé s'arrange mal.

Les Plantes qui ont des caracteres très-marqués, & fort differents de ceux des autres, ne ſont guere uniques dans leur genre. Peut être auſſi y a-t-il pluſieurs eſpeces de Noſtoch; on y trouve au moins des varietés qui ſuffiroient à caracteriſer des eſpeces ſi elles étoient conſtantes. Le Noſtoch qui croît dans les prés, dans les allées, ſur les bords des chemins, eſt en feuilles plates, ou en feuilles de forme irréguliére, ſelon leur âge, & ne tient à rien, & c'eſt celui-là ſeul dont nous avons parlé juſques ici. Mais on en voit ſur des murs de jardins, & quelquefois ſur des terres, qui y ſemble attaché comme les Plantes marines le ſont ſur les rochers & ſur les coquillages. Celui-ci eſt tout gaudronné par deſſus. Il a en quelque ſorte la figure d'un bouton aplati, dont le deſſus auroit des gaudrons, ou il reſſemble quelquefois à une bourſe antique. M. *Geoffroy* qui n'en avoit vû apparemment de ceux-ci que de petits, les a comparés à des Fraiſes, & les a pris pour des embryons de notre Noſtoch en feuilles, il n'en avoit pas rencontré ſans doute d'auſſi grands que les feuilles même, comme je l'ai fait quelquefois, & n'avoit pas ſuivi les vrais embryons de ces feuilles.

Malgré pourtant des differences ſi marquées, je doute que le Noſtoch friſé ou gaudronné ſoit une eſpece réellement differente de celui qui eſt en feuilles, & mon doute me paroît très-fondé. J'ai ramaſſé ſur les Noſtochs

tochs frisés de ces grains ronds, qui sont les graines ou les embryons des Nostochs applatis ; je les ai semés dans des vases à fleurs, sur de la terre : en croissant, ils sont devenus des feuilles plates, qui ne se sont pas plus plissées que celles qu'on trouve communément dans les allées de jardin. J'aurois donc beaucoup de penchant à croire que la frisure du Nostoch n'est point du tout une suite d'une difference d'espece, mais qu'elle vient d'une cause que je vais expliquer. Le Nostoch est quelquefois couvert de plusieurs milliers de ces petits grains qui en sont les embryons, ils se trouvent amoncelés entre les gaudrons ou plis ; quand ils viennent à y croître, ou en quelque autre endroit où il ne leur est pas facile de s'étendre, quantité de ces grains se collent ensemble. D'un grand nombre de grains ainsi réünis, il se forme un seul tout, une seule Plante dont chaque partie pourtant vegete. En un mot, je soupçonne qu'il se fait ici, mais avec plus de facilité, ce qui arrive à deux arbres, ou à deux branches d'arbres qui ont été trop pressées l'une contre l'autre, elles viennent par la suite à faire un même corps. Ce qui me confirme dans cette conjecture, c'est que j'ai quelquefois rencontré deux ou trois petits grains deja collés ensemble. Un plus grand nombre, collés de la même façon, eussent fait une Plante toute gaudronnée.

Je ne sai même si le Nostoch frisé n'est pas le seul qui donne des graines ou des embryons, au moins lui en ai-je toûjours trouvé à milliers au printemps & dans l'automne, & je n'en ai jamais vû sur le Nostoch à

feuilles que je ne puſſe ſoupçonner venir d'ailleurs. Je n'ai jamais obſervé de ces embryons aux feuilles qui ſont cruës dans les vaſes où je les ai ſemés. Tout cela ſeroit mieux éclairci ſans divers accidents arrivés à mes vaſes. Je tâcherai d'achever de le verifier, mais l'experience eſt ſi aiſée à faire, que j'eſpere que d'autres voudront bien la tenter de leur côté, afin que nous connoiſſions plus particuliérement une Plante dont la façon de vegeter eſt ſi differente de celle des autres.

Le froid m'a paru très-contraire aux grandes feuilles de Noſtoch. Après la gelée, quoi-qu'on les humecte à l'ordinaire, elles ont une couleur plus noirâtre; elles periſſent enfin, & alors elles ſe changent en veritable gelée, avec laquelle elles avoient ſeulement eu juſques-là quelque reſſemblance.

ECLAIRCISSEMENT

Sur une Difficulté de Statique propoſée à l'Academie.

Par M. le Chevalier DE LOUVILLE.

* J'AVOIS propoſé à l'Academie au mois d'Avril 1720. une difficulté à reſoudre ſur la doctrine de *Galilée* touchant la chûte des corps. Il me paroiſſoit que la fameuſe propoſition de M. *Huygens* ſur la détermination du temps de la chûte d'un corps dans une cycloïde renverſée, ne s'accordoit pas

* 20. Juin. 1722. avec

avec la démonſtration de *Galilée* de l'Iſochroniſme des cordes des arcs du cercle ; & comme je n'avois pû juſqu'à lors concilier ces deux démonſtrations, je pris le parti de conſulter les Savans ſur cette difficulté, afin d'en être éclairci, mais ayant trouvé quelque temps après le dénouement de cette difficulté, je la donne dans ce Memoire.

Comme je n'ai rien voulu paſſer ſans en avoir des preuves bien claires & bien démonſtratives, cela m'a obligé d'examiner tous les principes qui avoient rapport à la queſtion, & je me ſuis apperçû qu'il y en avoit un entr'autres dont je n'avois jamais vû de démonſtration, mais que j'avois ſeulement toûjours regardé comme vrai pour l'avoir lû dans quelque Auteur, habile d'ailleurs, dont je ne ſaurois plus me ſouvenir du nom ; je crûs donc qu'il étoit à propos de commencer par examiner ſi ce principe étoit bien ſûr, & je trouvai que rien n'étoit plus faux.

Ce principe eſt que le temps de la chûte d'un corps par ſon propre poids le long d'un arc de cercle quelconque eſt plus long que le temps de la chûte par la corde du même arc ; & même cet Auteur a avancé que *Galilée* s'étoit trompé ſur cet article, en ſoutenant le contraire. Il eſt bien vrai que la démonſtration de *Galilée* a quelque choſe de défectueux, mais on voit cependant bien qu'elle eſt vraye, & je donnerai quelque jour une démonſtration qui confirme celle de *Galilée*, & cela par une voye fort differente de la ſienne. Comme il ſeroit trop long de repeter ici l'expoſition de la premiére difficulté, nous renverrons le Lecteur au Memoire de

M. *Saurin*, où cela eſt expliqué fort au long & fort clairement.

PROPOSITION I.

LEMME.

* *Si deux cercles de differents diametres comme* FMB, ASB, *ſe touchent dans un point comme* B, *enſorte que le petit cercle ſoit ſitué au dedans du grand, & que par les centres de ces deux cercles* C, E, *on mene une ligne droite* FCEB, *qui paſſera, comme l'on ſait, par le point de contact* B, *& qu'on mene d'un point quelconque* S, *de la circonference du petit cercle, une perpendiculaire* SN *au diametre* AB, *qui étant prolongée, coupe la circonference du grand cercle* FMB *en un point* M, *& qu'enſuite du point de contact* B, *on tire les deux cordes* BS, BM,

Je dis que BM *ſera à* BS, *comme la racine du diametre* FB *à la racine du diametre* AB.

DÉMONSTRATION.

Par la nature du cercle FMB, $\overline{BM}^2 = FB \times BN$. Et par celle du cercle ASB, $\overline{BS}^2 = AB \times BN$. Donc $\overline{BM}^2 ; \overline{BS}^2 :: FB \times BN : AB \times BN :: FB : AB$. Donc $BM : BS :: \sqrt{FB} : \sqrt{AB}$. Ce qu'il falloit démontrer.

* Fig. 1.

Co-

COROLLAIRE I.

Si le diametre FB eſt quadruple du diametre AB, qui eſt le cas dont il s'agit ici; BM ſera à BS :: 2. 1.

Et ſi le point M eſt pris infiniment proche du point B, enſorte que l'arc MB ſoit infiniment petit du premier genre, la ligne NB, ſinus verſe de cet arc, ſera infiniment petite du ſecond genre; & ſi l'on diviſe cette petite ligne NB, en une infinité de parties égales, telles que NL, par chacune deſquelles on mene à la ligne NB, des perpendiculaires telles que LI, toutes ces petites lignes telles que NL, ſeront infiniment petites du troiſiéme genre par rapport aux diametres AB, ou FB.

D'où il ſuit que (dans le cas preſent) le diametre BF ayant été fait quadruple du diametre BA, & le rayon BC, par conſequent double du diametre BA, NC, ſera double de NA, à cauſe que NC & NA étant des quantités finies, NB qui n'eſt qu'une quantité infiniment petite, même du ſecond genre, ne changera point leur rapport, ſoit qu'il ſoit ajoûté, ou qu'il ſoit retranché de chacune de ces lignes.

COROLLAIRE II.

Mais le cercle ASB nous donne ces égalités, $\overline{SN}^2 = AN \times NB$. Et $\overline{MN}^2 = FN \times NB$. Donc $\overline{SN}^2 : \overline{MN}^2 :: AN \times NB : FN$

$FN \times NB :: AN : FN$. Donc $SN : MN :: \sqrt{AN} : \sqrt{FN} ::$ 1. 2.

COROLLAIRE III.

Mais nous avons prouvé dans le Corollaire précedent que NC étoit à $NA ::$ 2. 1. Donc $NC : NA :: MN : NS$. Donc les deux triangles CNM, ANS, qui ont outre l'angle commun CNM, leurs côtés CN, AN, & NM, NS, diviſés en proportion geometrique, ſeront ſemblables, & par conſequent leurs angles homologues NCM, NAS, ſeront égaux ; d'où il ſuit que les deux lignes AS, CM, ſeront paralleles. Il faut bien remarquer ce troiſiéme Corollaire, car c'eſt de lui que nous allons tirer tout l'éclairciſſement de la difficulté.

COROLLAIRE IV.

Mais la ligne SB eſt perpendiculaire à la corde SA, à cauſe du demi-cercle ASB, & la tangente MT du cercle FMB, & eſt perpendiculaire au rayon CM du même cercle. Or deux lignes perpendiculaires à deux lignes paralleles ſont paralleles entre elles ; donc la tangente MT du cercle FMB eſt parallele à la corde correſpondante SB du cercle ASB. Et par conſequent la petite partie MG de cette tangente MT interceptée entre les deux paralleles NM, LI, ſera égale à la petite partie SK de la corde SB, interceptée entre les mêmes paralleles ; & comme en quelque point du petit arc MOB qu'on mene une tangente, cela arrivera toûjours, il s'enſuit que

que ce petit arc circulaire dont tous les élemens interceptés entre les deux paralleles correſpondantes ſont égaux & paralleles aux petites parties, telles que SK, de la corde correſpondante du cercle ASB, aura toutes les proprietés de l'arc cycloïdal BHP, dont le cercle generateur ſeroit ASB, & le cercle oſculateur au ſommet B ſeroit FMB, & par conſequent ce petit arc circulaire doit ſe revêtir de toutes les proprietés de la cycloïde en ce point. D'où il ſuit qu'un corps qui ne commenceroit ſa chûte que du point M, tomberoit en B le long de cet arc, dans un temps qui ſeroit au temps de la chûte du même corps par le diametre FB du cercle oſculateur, comme le quart de la circonference d'un cercle eſt à ſon diametre, en vertu de la démonſtration de M. *Huygens*, & en vertu de celle de *Galilée*, ce temps ſeroit à celui de la chûte par la petite corde correſpondante MB dans cette même raiſon.

Il ne faudroit ici d'autre démonſtration que celle de M. *Huygens* appliquée au petit arc circulaire MOB, avec lequel la cycloïde ſe confond ; mais l'importance de la matiere merite bien qu'on démontre ce Theoreme d'une maniere indépendante de la démonſtration de M. *Huygens*, & cela par les proprietés du cercle, ce qui ſera pour cette démonſtration un ſurcroît de certitude. C'eſt ce que nous allons faire dans la Propoſition ſuivante.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Le temps de la chûte d'un corps par un arc de cercle infiniment petit, dont une des extremités ſe termine au point le plus bas de la circonference, qu'on ſuppoſe tracée dans un plan vertical, eſt au temps de la chûte de ce corps par la corde du même arc, comme le quart de la circonference d'un cercle à ſon diametre.

* Soit décrit le demi-cercle AEB, dont le diametre AB eſt ſuppoſé dans une ſituation verticale, & dont le point B ſoit le plus bas de la circonference. Je dis que ſi l'on prend ſur cette circonference le point D infiniment proche du point B, & qu'on laiſſe tomber par l'arc infiniment petit DB, un mobile par ſon propre poids, le temps que ce mobile employera à tomber par ce petit arc DB, ſera au temps qu'il employeroit à tomber par la corde du même arc DB, comme le quart de la circonference d'un cercle eſt à ſon diametre.

PRÉPARATION.

Soit tiré du point D, d'où l'on ſuppoſe que commence la chûte au diametre AB, la perpendiculaire DH; & ayant diviſé la petite ligne HB en une infinité de parties égales telles que Pp, ſoit mené par chaque point P & p des lignes horiſontales PQ, pq, infi-

* Fig. 2.

D. $t = \frac{2a\sqrt{x}}{p} +$

Puiſque le dian

Fig. 2. L'on demande
dante *HB* ſera le
nommée *e*, qui
de *p* & de *q*, le
$= a$, & par conſ
& $q = a$. Et l'in

$$t = \frac{2a\sqrt{c}}{\sqrt{2ac}} + \frac{2}{3}\ \frac{a}{2ac}$$

$$t = \frac{2a}{\sqrt{2a}} + \frac{2}{3}\ \frac{-}{2}$$

Il faut remarqu
plus dans les num

$$t = 2\frac{a}{\sqrt{2a}} + \frac{2}{6}\frac{a}{\sqrt{}}$$

$$\frac{\frac{1}{2}+3}{4} \times \frac{2}{9} \times \frac{16\,9_4\,a\,x4\sqrt{x}}{p9}$$

$$\frac{2}{9} \times 4\,\frac{a\,99\,x4\,\sqrt{x}}{p7} \qquad \&c.$$

$$\frac{x4\sqrt{x}}{p5}$$

la hauteur verticale correſpon-
nd genre; cette ligne *HB* a été
lans la ſerie ci-deſſus, au lieu

levient $=0$, que $a-c$ devient

ra donc pour lors $p=\sqrt{2ac}$,

$$\frac{\frac{1}{2}+3}{4} \times \frac{2}{9} \times \frac{16\times a_5 c_4\sqrt{c}}{16\times a_4 c_4\sqrt{2ac}}$$

$$\times \frac{2}{9} \times \frac{4\times a_3\sqrt{c}}{8\times 13 c_3\sqrt{2ac}}$$

$$\times \frac{2}{9} \times \frac{ac_4\sqrt{c}}{4aacc\sqrt{2ac}}$$

&c.

nt au moins d'une dimenſion, de
la ligne ſuperieure, qui devient

étant égale à la chûte par le

diametre

diametre $2a$, qui eſt $= 4\frac{a}{\sqrt{2a}}$, il s'enſuit que le temps de la chûte par l'arc infiniment petit, ſera au temps de la chûte par la corde de cet arc, comme tous ces nombres $2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{20} + \frac{5}{176} + \frac{35}{1776}$ &c. ſont à 4: mais tous ces nombres pouſſés à l'infini expriment la demi-circonference d'un cercle dont le diametre eſt deux, comme l'on peut voir dans le ſavant Traité de M. *Newton*, intitulé *Analyſis per quantitatum ſeries, fluxiones ac differentias*, imprimé à *Londres* en 1711. page 15. Donc tous ces nombres qui expriment le temps de la chûte par un arc de cercle infiniment petit, comme nous avons démontré, ſont au temps de la chûte par le diametre du cercle, ou, ce qui eſt la même choſe, par la corde correſpondante, comme la demi-circonference d'un cercle eſt à 2 fois ſon diametre, ou comme le quart de la circonference à ſon diametre. Ce qu'il falloit démontrer.

J'avouë que voilà le Theoreme le plus ſurprenant & le plus paradoxe que j'aye encore vû en Geometrie, mais il n'en eſt pas moins certain, & M. *Huygens* ne s'eſt point trompé ſur cet article.

Voilà tout d'accord preſentement, tant ce qui a été avancé par M. *Huygens*, & démontré enſuite par M. le Marquis de *l'Hopital*, ſur les forces centrifuges, que ce qui l'a été par M. *Varignon* en tant d'endroits de nos Memoires.

Et j'ai même experimenté qu'un Pendule ſimple égal en longueur à celuî qui fait des

vibrations laterales très-petites d'une seconde de temps, & que l'on faisoit circuler horisontalement, en décrivant la circonference d'un très-petit cercle, étoit sensiblement isochrone au premier; je veux dire que ce dernier Pendule décrivoit un demi cercle horisontal dans une seconde. Ainsi M. *Parent* a eu tort d'attaquer M. *Huygens* sur cet article, puisqu'il est sûr que ces deux Pendules donnent la même détermination de la chûte des corps dans le vuide.

Il faut à present calculer quel est le temps de la chûte d'un corps par un arc de cycloïde quelconque par la même methode, pour faire voir l'accord de toutes ces verités.

Soit dans la troisiéme Figure ADE une demi-cycloïde renversée, dont le sommet soit en A, & dont le diametre est FA, le cercle generateur FPA, qui ait son centre au point C. Supposons que le mobile commence à tomber du point D, pris où l'on voudra le long de l'arc cycloïdal DMA, par sa propre pesanteur, je dis que le temps qu'il sera à arriver en A par cet arc, sera au temps de la chûte du même corps par le diametre FA, comme la demi-circonference d'un cercle est à son diametre.

PREPARATION.

Du point D soit menée au diametre FA la perpendiculaire DH, & ayant pris un autre point M où l'on voudra au dessous de D, soit mené par ce point M la ligne MO, parallele à DH, qui rencontre la circonference du cercle en S, & le diametre en O; puis ayant pris sur cette cycloïde le point N, infini-

finiment près de M, ſoit mené la ligne NP, parallele à MO, & du point A par le point, S, ſoit tiré la corde AS, qui coupe NP en B. Enfin des points B & N ſoit élevé les deux petites perpendiculaires BK, NR, à la ligne PN.

DEMONSTRATION.

Ayant nommé FA $(2a)$ CH (c) HO (x), OP, ou KB, ou RN, (dx). CO ſera $(c+x)$ AO $(a-c-x)$ FO $(a+c+x)$. AH $(a-c)$. & $\overline{SA}^2 = FA \times AO$ ſera $2aa-2ac-2ax$, donc $SA = \sqrt{2aa-2ac-2ax}$.

Mais à cauſe des triangles ſemblables SBK, SAO, on aura $SB.BK\,(dx) :: SA\,(\sqrt{2aa-2ac-2ax}).AO(a-c-x)$. Donc $SB = \frac{dx}{a-c-x}\sqrt{2aa-2ac-2ax} = dx\sqrt{\frac{2a}{a-c-x}}$ qui ſera auſſi la valeur de MN, à cauſe que par la proprieté de la cycloïde, MN eſt parallele, &, par conſequent, égale à SB.

Et le temps de la chûte par MN ſera $\frac{dx}{\sqrt{x}} \times \sqrt{\frac{2a}{a-c-x}} = dt$, ou en nommant $a-c$, qui eſt $AH\,(p)$, on aura $dt = dx\sqrt{\frac{2a}{px-xx}} = dx\sqrt{2a} \times \overline{px-xx}^{-\frac{1}{2}}$.

Il faut reduire en ſerie cette quantité $\overline{px-xx}^{-\frac{1}{2}}$.

Et l'on aura cette ſerie px

$$px^{-\frac{1}{2}} - \tfrac{1}{2}px^{-\frac{1}{2}-1} \times -xx - \tfrac{1}{2} \times \frac{-\frac{1}{2}-1}{2} px^{-\frac{1}{2}-2} \times xx^2$$

$$-\tfrac{1}{2} \times \frac{-\frac{1}{2}-1}{2} \times \frac{-\frac{1}{2}-2}{3} px^{-\frac{1}{2}-3} \times -xx^3 - \tfrac{1}{2} \times \frac{-\frac{1}{2}-1}{2} \times \frac{-\frac{1}{2}-2}{3}$$

$$\times \frac{-\frac{1}{2}-3}{4} px^{-\frac{1}{2}-4} \times xx^4 - \tfrac{1}{2} \times \frac{-\frac{1}{2}-1}{2} \times \frac{-\frac{1}{2}-2}{3} \times \frac{-\frac{1}{2}-3}{4}$$

$$\times \frac{-\frac{1}{2}-4}{5} \times px^{-\frac{1}{2}-5} \times xx^5, \text{ \&c.}$$

Ce qui vaut

$$\frac{1}{\sqrt{px}} + \tfrac{1}{2} \frac{xx}{\sqrt{p^3x^3}} + \tfrac{1}{2} \times \tfrac{3}{2} \times \frac{x^4}{\sqrt{p^5x^5}} + \tfrac{1}{2} \times \tfrac{3}{2} \times \tfrac{5}{3} \times \frac{x^6}{\sqrt{p^7x^7}}$$

$$+ \tfrac{1}{2} \times \tfrac{3}{2} \times \tfrac{5}{3} \times \tfrac{7}{4} \times \frac{x^8}{\sqrt{p^9x^9}} + \tfrac{1}{2} \times \tfrac{3}{2} \times \tfrac{5}{3} \times \tfrac{7}{4} \times \tfrac{9}{5} \times \frac{x^{10}}{\sqrt{p^{11}x^{11}}}$$

&c. Donc $dt = dx\sqrt{2a} \times \overline{px - xx}^{-\frac{1}{2}}$ sera

$$dt = \frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{px}} + \tfrac{1}{2} \frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{p^3x^3}} \times xx + \tfrac{1}{2} \times \tfrac{3}{2} \frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{p^5x}} \times x^4$$

$$+ \tfrac{1}{2} \times \tfrac{3}{2} \times \tfrac{5}{3} \times \frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{p^7x^7}} \times x^6 + \tfrac{1}{2} \times \tfrac{3}{2} \times \tfrac{5}{3} \times \tfrac{7}{4} \times \frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{p^9x^9}}$$

$$\times x^8 + \tfrac{1}{2} \times \tfrac{3}{2} \times \tfrac{5}{2} \times \tfrac{7}{4} \times \tfrac{9}{5} \times \frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{p^{11}x^{11}}} xx^{19}. \text{ \&c.}$$

Et $dt = \frac{\sqrt{2a}}{p} \times \frac{dx}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2a}}{p^3} \times dx\sqrt{x} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \frac{\sqrt{2a}}{p^5} \times$

$$dx\sqrt{x^3} + \tfrac{1}{2} \times \tfrac{3}{2} \times \tfrac{5}{3} \frac{\sqrt{2a}}{p^7} \times dx\sqrt{x^5} + \tfrac{1}{2} \times \tfrac{3}{2} \times \tfrac{5}{3} \times \tfrac{7}{4} \frac{\sqrt{2a}}{p^9}$$

$$\times dx\sqrt{x^7} + \tfrac{1}{2} \times \tfrac{3}{2} \times \tfrac{5}{3} \times \tfrac{7}{4} \times \tfrac{9}{5} \times \frac{\sqrt{2a}}{p^{11}} \times dx\sqrt{x^9} \text{ \&c.}$$

Dont l'Integrale eſt

$t =$ 2.

$t = 2\sqrt{\frac{2a}{p}} \times \sqrt{x} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2a}{p^3}} \times \sqrt{x^3} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}\sqrt{\frac{2a}{p^5}} \times \sqrt{x^5}$

$+ \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{7}\sqrt{\frac{2a}{p^7}} \times \sqrt{x^7} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{2}{9}\sqrt{\frac{2a}{p^9}} \times$

$\sqrt{x^9} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{9}{10} \times \frac{2}{11}\sqrt{\frac{2a}{p^{11}}} \times \sqrt{x^{11}}$. &c.

Et lorsque HP (x) devient HA (p). on aura $t = 2\sqrt{2a} + \frac{1}{3}\sqrt{2a} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}\sqrt{2a} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{7}\sqrt{2a}$ $+ \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{2}{9}\sqrt{2a} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{9}{10} \times \frac{2}{11}\sqrt{2a}$. &c.

Ce qui vaut

$t = 2 + \frac{1}{3} + \frac{3}{30} + \frac{5}{56} + \frac{35}{378} + \frac{63}{1408}$. le tout multiplié par $\sqrt{2a}$.

Or le temps de la chûte par le diametre FA eſt exprimé par $\frac{4a}{\sqrt{2a}} = \sqrt{\frac{16aa}{2a}} = \sqrt{8a} = 2\sqrt{2a}$.

Mais cette ſerie exprime la longueur d'un demi-cercle, dont le diametre eſt 2. Donc le temps de la chûte par un arc de cycloïde quelconque, eſt au temps de la chûte par le diametre de la même cycloïde, comme la demi-circonference d'un cercle eſt à ſon diametre. Ce qu'il falloit démontrer.

Nous avons fait ce même calcul de pluſieurs façons differentes, afin d'avoir une preuve que nous ne nous trompions pas dans ce calcul, outre que c'eſt un plaiſir en Geometrie de retrouver les mêmes verités par pluſieurs chemins differents, nous avons pris, par exemple, le rapport du rayon CS, à l'appliquée SO, pour exprimer celui du temps de la chûte par MN, ou SB, au temps

par

par *O P*, qui eſt la premiére proportion qui s'étoit preſentée à M. *Huygens*, & nous ſommes toûjours retombés par tous ces differents chemins dans la même ſerie du demi-cercle, la chûte par le diametre de la cycloïde étant exprimée par le diametre du même cercle. Cette expreſſion n'accommodoit pas M. *Huygens*, parce que par ſa methode il falloit des proportions où la même raiſon regnât dans tous les termes, ce qui ne ſe rencontrera pas en Geometrie de cent fois une, ſans quoi cependant il n'auroit jamais pû venir à bout de démontrer ce beau Theoreme, ce qui fait voir l'excellence du calcul integral, qui s'accommode également de la premiére proportion qui ſe preſente, quelque varieté qu'il y ait dans la raiſon qui regne dans la ſerie. Ainſi voilà un Theoreme démontré de bien des façons differentes, qui s'accordent toutes à donner la même détermination du temps de la chûte des corps.

Mais le temps de la chûte d'un corps, par le diametre *F B* du cercle oſculateur, qui eſt quadruple du diametre *A B* du cercle generateur, ſeroit double de la chûte par *A B*, ſelon la doctrine de *Galilée*, donc le temps de la chûte d'un corps par un arc de cycloïde quelconque ſera au temps de la chûte par ce diametre *F B*, comme la demi-circonference d'un cercle à deux fois ſon diametre, ou comme le quart de la circonference à ſon diametre.

D'où il ſuit que la chûte d'un corps par un arc de cycloïde quelconque eſt égal à la chûte du même corps par un arc infiniment petit du cercle oſculateur, pourvû que cet arc abou-

aboutiſſe au point le plus bas de la circonference de ce cercle.

* Mais on peut encore conclure que le rayon de la développée demeure toûjours égal à $2AF$ pendant que dure l'eſpace d'un arc infiniment petit du premier genre, en prenant ſur cet arc AM un point infiniment près de A, & cherchant où la perpendiculaire à la courbe en ce point ira couper le diametre AF prolongé, & l'on trouvera par l'article 95. page 92. de la premiére Edition de l'Analyſe des Infiniment petits, où nous renvoyons les Lecteurs, que cette perpendiculaire ira couper le diametre AF à une diſtance au de-là de F, égale à FA; ce qui s'accorde avec la démonſtration ſuivante.

D'où il ſuit qu'on ne doit pas regarder la cycloïde comme compoſée d'arcs de cercle infiniment petits qui ſeroient décrits du point F pour centre, & qui auroient pour rayon au point A, le diametre FA, puiſque ſi cela étoit, les perpendiculaires à la cycloïde, en ce point A, ſeroient auſſi perpendiculaires à ces arcs de cercle, & iroient couper par conſequent le diametre FA en F, ce qui eſt faux.

Voici encore une autre maniere immediate de rectifier la cycloïde, ou, ce qui eſt la même choſe, de trouver la longueur du rayon de ſa développée qui eſt plus ſimple qu'aucune que j'aye encore vûë, que nous allons donner ici.

† Ayant nommé les lignes comme il s'enſuit, $FA\ (a)$. $AO\ (x)$ PO, ou $BK\ (dx)$. $AS =$

* Fig. 3. † Fig. 3.

$AS = \sqrt{FA \times AO} = \sqrt{ax}$. on aura cette proportion,
SB, ou MN. BK (dx) :: SA $(\sqrt{xa})$. AO (x)
Donc $MN = \frac{dx}{x}\sqrt{xa} = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{x}} = dx\sqrt{a} \times x^{-\frac{1}{2}}$
dont l'integrale eſt $2\sqrt{a} \times \sqrt{x} = 2\sqrt{ax} = z$ SA pour la longueur de l'arc cycloïdal correſpondant AM.

Et pour avoir celle de l'arc AE, on aura AO $(x) = AF$ (a). Subſtituant donc pour lors a au lieu de x dans l'expreſſion de l'arc AM $(2\sqrt{ax})$ on aura $AE = 2\sqrt{aa} = 2a = 2AF$. Et c'eſt la valeur du rayon de la développée d'une autre cycloïde en ſon ſommet, qui auroit pour développée la cycloïde AME; & comme cette valeur demeure la même tant que $AO = AF$, c'eſt-à-dire, tant que ces deux lignes ne different l'une de l'autre que d'une quantité infiniment moindre qu'elles, ce qui continuë tant que l'extremité A du fil qui enveloppoit AE, ne parcourt qu'un arc de cercle infiniment petit du premier genre, il s'enſuit que le rayon de la développée de cette cycloïde demeurant conſtant pendant tout ce mouvement, la courbe qu'il décrira ne ſera qu'un veritable arc de cercle qui aura pour rayon le rayon même de ſa développée, qui eſt celui du cercle oſculateur de cette cycloïde en ſon ſommet.

Eclairciſſement ſur l'Analyſe des Infinis.

La regle fondamentale du calcul des Infinis eſt qu'on peut prendre indifferemment l'une pour l'autre deux quantités qui ne differ-

ent

ferent l'une de l'autre que d'une quantité infiniment moindre qu'elles; c'eſt-à-dire, que ſoit qu'on ajoûte, ſoit qu'on retranche d'une quantité une quantité infiniment moindre qu'elle, cela ne changera point le rapport que cette quantité a avec une autre quantité avec laquelle on la compare.

Cette regle eſt très-certaine, & l'accord merveilleux qui ſe trouve entre cette Geometrie & la commune, eſt une démonſtration ſuffiſante que ce que l'on neglige peut être negligé, puiſqu'il n'en arrive jamais aucun mécompte. Mais il y a cependant un cas où ce principe paroît ſouffrir une exception, ce qui vient d'une équivoque que la regle peut cauſer, c'eſt dans les angles des triangles rectilignes, il y a un cas où il n'eſt pas permis de prendre indifferemment l'un pour l'autre deux angles qui ne different l'un de l'autre que d'un angle infiniment moindre qu'eux. Voici le cas où il n'eſt pas permis de le faire.

C'eſt lorſque dans un Triangle rectiligne il y a un angle infiniment petit, on ne peut pas augmenter ni diminuer un des deux angles finis d'un angle infiniment petit, ſans qu'il en arrive un changement fini dans le rapport des côtés de ce triangle.

La raiſon en eſt facile à appercevoir, c'eſt que les trois angles de tout triangle étant neceſſairement égaux à 180. degrés, on ne ſauroit augmenter un des deux angles finis de ce triangle d'un angle infiniment petit, l'autre angle fini demeurant conſtant ou de même grandeur, ſans que l'angle infiniment petit ne ſoit diminué par ce changement d'un angle infi-

infiniment petit égal à l'angle ajoûté ; &, par la même raiſon, ſi l'on retranche d'un angle fini un angle infiniment petit, l'angle infiniment petit ſera augmenté de la même quantité. Or comme cet angle infiniment petit a un rapport fini avec cet angle infiniment petit qu'on lui a ajoûté, ou qu'on lui a retranché, il s'enſuit qu'on aura fait à cet angle un changement fini, ce qui changera d'autant le rapport des côtés du triangle qui dépend du rapport des ſinus des angles oppoſés à ces mêmes côtés.

EXEMPLE.

* Soit dans la premiére Figure le triangle *CNM*, dont l'angle *NCM* eſt ſuppoſé infiniment petit, à cauſe que l'arc *BM* qui en eſt la meſure, a été pris dans la conſtruction infiniment petit du premier genre le côté *NM* oppoſé à cet angle, & qui en eſt ici le ſinus droit, ſera une ligne infiniment petite par rapport aux deux autres côtés *NC*, *MC*; or l'angle *CNM* étant droit, l'angle *NMC* ne differera d'un angle droit que d'un angle infiniment petit *NCM*, égal à l'angle *CMR* (en ſuppoſant *MR* parallele à *NC*). Or il eſt viſible que, ſi l'on coupe en deux également l'angle *CMR* par la ligne *MF*, les lignes *MF* & *NF* deviendront par ce changement doubles des lignes *NC*, *MC*, c'eſt-à-dire que nous aurons doublé les côtés finis du triangle *NCM* pour avoir augmenté l'angle *NMC* de l'angle infiniment petit *CMF*; d'où il ſuit que le changement qui eſt arrivé aux

* Fig. 1.

aux côtés de ce triangle eſt d'une quantité finie, pour avoir fait à un des deux angles finis un changement d'une quantité infiniment petite ; c'eſt à quoi les commençants doivent prendre garde.

Ainſi dans notre queſtion, quoi-que l'angle *HMG* que fait la petite tangente *MG* du cercle oſculateur au point *M*, avec la corde correſpondante *MH*, ſoit infiniment petit, ayant pour meſure la moitié de l'arc *MB* infiniment petit, cependant la petite ligne *MH* ſera double de la ligne *MG*, ce qui vient de ce que dans le petit triangle rectangle *GMD*, l'angle *MGD* eſt infiniment petit, étant égal à l'angle *NCM*, qui a été fait infiniment petit par la conſtruction, car cet angle *MGD* eſt égal à l'angle *NMT*, à cauſe des paralleles *NM*, *LD*. Or l'angle *CMG* eſt droit, étant fait par le rayon *CM* & par la tangente du cercle en ce point, auſſi-bien que l'angle *NMD* par la conſtruction, ainſi ſi de chacun de ces angles droits on ôte l'angle commun *NMT*, les reſtes *CMN* & *TMD* ſeront égaux ; d'où il ſuit que les deux triangles rectangles *CMN*, *GMD*, ſeront ſemblables, & par conſequent l'angle infiniment petit *NCM* ſera égal à l'angle infiniment petit *MGD* ; par conſequent ſi l'on ajoûte à l'angle *GMD*, l'angle infiniment petit *HMG=CMF*, (comme il eſt facile de démontrer, en faiſant les mêmes raiſonnemens qu'on vient de faire) le côté *MG* deviendra *MH*, double de *MG*, comme *MF* eſt double de *MC*, c'eſt pourquoi la chûte par la corde *MH* ſera double de la chûte par l'arc *MG* dans ce premier inſtant, ce qui fait qu'on ne peut pas prendre

l'un

l'un pour l'autre ; car quoi qu'à la fin de la chûte en *B*, l'arc reperde en inclinaiſon ce qu'il avoit gagné ſur ſa corde en *M*, cependant l'un ne récompenſe pas l'autre par rapport au temps, à cauſe de l'acceleration qu'acquiert le mobile pendant le temps de ſa deſcente le long de l'arc *MOB*, qui eſt un temps fini, & que ce mobile parcourra ces derniers petits élemens avec une viteſſe infiniment plus grande qu'il n'a parcouru les premiers, ce qui fait voir viſiblement que la chûte d'un corps par tout arc de cercle qui n'excede guere 90 degrés doit être plus prompte que par ſa corde, comme *Galilée* a eu raiſon de l'avancer.

On doit donc conclure de tout cecy que la cycloïde ne differe en rien d'un arc infiniment petit du premier genre du cercle qui la baiſe en ſon ſommet *B*, puiſque ce petit arc a toutes les mêmes proprietés que la cycloïde, comme il paroît par tout ce que nous avons démontré dans ce Memoire ; ce qui doit être en effet, puiſque le rayon de la développée de la cycloïde dans tout l'eſpace de cet arc ne differe en rien du rayon du cercle oſculateur ; d'où il ſuit que ces deux courbes n'en font qu'une dans ce petit arc. Ce qui eſt conforme à ce que nous avons démontré par les proprietés des tangentes de l'une & de l'autre courbe qui ſe trouvent toûjours paralleles entre elles dans tout cet arc.

On peut encore conclure de ces démonſtrations, qu'un cercle n'eſt pas un polygone d'un nombre infini de côtés, du moins ſi l'on entend par ce mot un nombre infini du premier genre, puiſque ſi cela étoit, un arc infi-

infiniment petit ne feroit qu'une veritable corde, entre laquelle & ſon arc il n'y pourroit avoir aucune difference, ainſi ce n'eſt pas aſſés dire, il faut dire qu'un cercle eſt un polygone d'un nombre infiniment infini de côtés, non pas un infini du premier, ni du ſecond, ni du troiſiéme genre, mais de l'infinitiéme genre, ſi l'on peut ſe ſervir de ce terme; c'eſt-à-dire, que ſi l'on donne pour l'expoſant de l'infini du premier genre 1, 2, pour celui du ſecond genre, 3 pour celui du troiſiéme genre, il ſaudra que le nombre qui exprime la multitude des côtés d'un cercle regardé comme polygone ſoit un nombre d'une infinité qui ait pour expoſant l'infini.

Ce qui s'accorde avec la petiteſſe de l'angle de contingence, car cet angle eſt meſuré par la moitié de l'arc que l'on prendra, ou plutôt il eſt encore plus petit, puiſque la corde fait toûjours avec la tangente d'un arc un angle plus grand que celui de l'arc même avec la tangente; & comme il n'y a point de bornes à la petiteſſe d'un arc, & qu'on le peut prendre de plus petit en plus petit à l'infini, & qu'on entend par l'angle de contingence le dernier de tous, il eſt certain que cet arc, auſſi-bien que ſon angle, eſt d'une petiteſſe ſans bornes.

REFLEXIONS

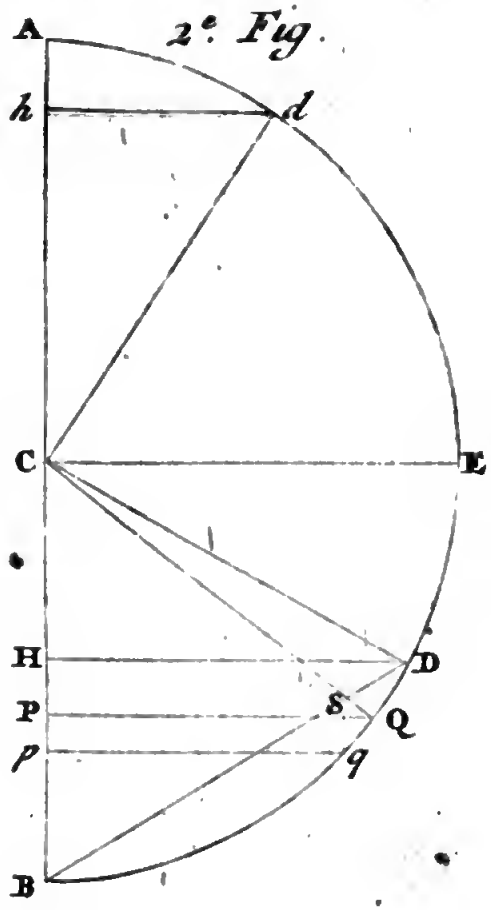
Sur les Experiences d'une nouvelle maniere d'éteindre le Feu:

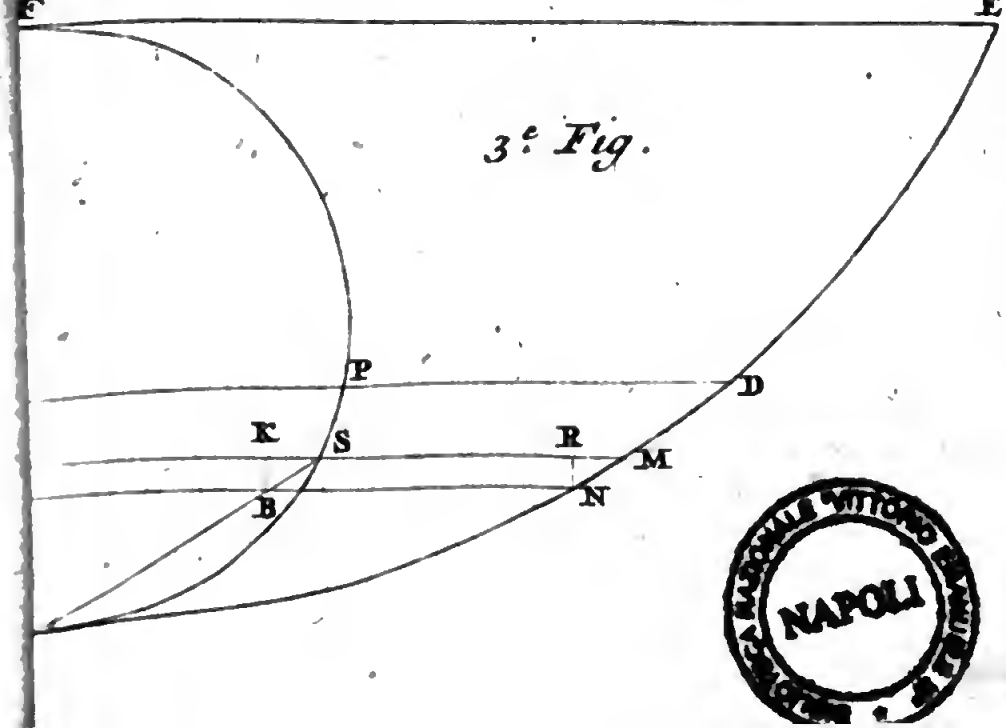
Qui furent faites à l'Hôtel Royal des Invalides le Jeudi 10. *Decembre* 1722.

Par M. DE REAUMUR.

JAMAIS peut-être experiences n'ont été faites en preſence d'un plus grand concours de ſpectateurs, & de tant de ſpectateurs illuſtres, que celles qui le furent Jeudi dernier à l'Hôtel Royal des Invalides. La curioſité du public juſtement intereſſée par l'importance de la matiere, l'avoit encore été par toutes les merveilles que les nouvelles publiques avoient rapporté de cette façon ſurprenante d'éteindre le feu. Il y a près d'un an qu'on a lû dans les Gazettes, qu'on avoit conſtruit en *Saxe* une Maiſon de bois, qu'on l'avoit remplie des matieres les plus combuſtibles, qu'on y avoit mis le feu, qu'on l'avoit laiſſé s'embraſer totalement, & qu'alors on avoit jetté deſſus un peu d'une certaine poudre, qui ſur le champ avoit arrêté l'incendie, & entierement éteint le feu. Ces circonſtances, & quelques autres pareilles, au moins auſſi merveilleuſes, n'ont pas trouvé beaucoup de croyance chés ceux qui ſont accoûtumés à raiſonner ſur les effets

2e. Fig.





3e. Fig.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

fets de l'art & de la nature ; ils n'ont ſu à quoi s'en tenir ſur le ſuccès du ſecret dont on s'eſt ſervi en *Allemagne*, ſoit que les experiences n'y ayent pas été faites devant des obſervateurs attentifs à les examiner de près, ſoit que ceux qui les ont examinées ayent negligé d'inſtruire le public de ce qu'ils avoient vû.

Heureuſement que l'Inventeur de ce ſecret a envoyé en *France* des gens pour y en faire les épreuves, & heureuſement encore qu'on s'eſt adreſſé pour cela à M. *le Blanc*. On ſait avec quel zele, avec quelle intelligence & avec quelle activité ce Miniſtre a toûjours ſuivi tout ce qui lui a été confié. On fit d'abord conſtruire dans l'Avant-cour des Invalides une Maiſon, ou plutôt une eſpece de Baraque de bois, ſur un plan quarré, dont chaque côté avoit environ 18 pieds: on lui donna environ 10 pieds de hauteur, à la prendre depuis le rés-de chauſſée juſques au commencement du toit. Ce toit étoit en comble, & s'élevoit de 5 pieds. Elle étoit entierement de planches & bâtie dans le goût des Loges des Foires *St. Germain* & *St. Laurent*. On demandera d'abord pourquoi on a commencé par bâtir une eſpece de Maiſon pour faire l'experience d'éteindre le feu. Le premier eſſai en pouvoit être fait avec moins d'appareil, ſur un tas de pluſieurs voyes de bois bien embraſées. M. *le Blanc* auſſi n'avoit pas manqué de le propoſer, il vouloit qu'on préludât par là. Mais ceux qui avoient le ſecret avoüerent ingenüement qu'il ne réüſſiroit point en pareil cas, qu'il n'étoit efficace que ſur le feu mis à des Maiſons, que

ſur un feu clos en quelque ſorte. C'eſt de quoi on verra aſſés les raiſons dans la ſuite de ce Memoire.

La Baraque fut donc conſtruite à peu-près dans les proportions que nous venons de donner, le terrain fut recouvert en partie de planche, ſon toit fut auſſi fait de planches attachées un peu à claire voye. On y reſerva de plus ſix ouvertures, ou eſpeces de fenêtres, dont quatre étoient aſſés près des quatre coins, & les deux autres vers le milieu de chacune des moitiés de ce toit; elles avoient environ 3 pieds & demi de longueur ſur 2 & demi de largeur. On laiſſa encore deux ouvertures à chaque face de la Baraque de même grandeur que les précedentes, placées près des angles, & qui alloient juſques à l'origine du toit. En quelques endroits les planches furent legerement enduites de poix, on ſuſpendit même quelques morceaux de cordes gaudronnées & roulées auprès des ouvertures dont nous venons de parler. L'interieur de la Baraque étoit vuide. On s'étoit contenté d'abord de mettre du même bois, tiré de fagots, tout autour des cloiſons ou planchers qui la renfermoient, & cela juſques à hauteur d'appui, mais M. *le Blanc* jugea à propos de faire au moins ajoûter un rang de fagots, mis debout autour de cette premiére couche de menu bois. Le bas de la Baraque étoit encore couvert de paille, commode pour mettre le feu, & propre auſſi à donner plus d'apparence à l'embraſement.

Des experiences qui attiroient tout *Paris* ne pouvoient manquer d'attirer des Academiciens. Je m'étois offert à l'Academie pour en

en aller être temoin, & pour lui en rendre un compte qu'elle croiroit peut-être devoir au public, pour ne le pas laisser dans la même incertitude où il est resté sur ce qui a été tenté en *Allemagne* en pareille matiere. Mrs. d'*Osembray* & *Geoffroy* le jeune vousurent bien se joindre à moi. Nous examinâmes de concert tout ce que nous pûmes, avant les experiences, pendant qu'elles se firent, & après qu'elles furent faites. Nous nous fimes part mutuellement de nos observations & de nos reflexions: ainsi ce que je vais rapporter ne m'appartient pas plus qu'à eux.

Il est heureux pour les Etats que ceux qui sont chargés du Gouvernement, cherchent à s'instruire par eux-mêmes des découvertes qui ont le bien public pour objet. Son Eminence, Mgr. le Premier Ministre, voulut aussi juger par ses propres yeux du succès du nouveau secret. Elle se rendit à l'Hôtel des Invalides environ sur les trois heures après midi. Elle examina les preparatifs avec attention, elle entra dans la Baraque, & voulut que nous l'y suivissions.

Outre la porte par laquelle on entroit librement dans cette Baraque, & qui étoit toûjours ouverte, il y en avoit une autre qu'on tenoit fermée, Mgr. le Premier Ministre la fit ouvrir; celle-ci conduisoit dans un petit réduit où étoient les matieres destinées à éteindre le feu. Nous y vimes deux tonneaux de bois pareils aux plus grandes de ces pieces qu'on appelle des Carteaux; ils avoient environ 22 pouces & demi de hauteur & 13 pouces de diametre; ils étoient liés assés legerement. Le volume de ces tonneaux

nous apprit déja que la renommée & les Gazettes nous avoient mal instruit, lorsqu'elles nous avoient annoncé que le secret étoit d'éteindre le feu en jettant dessus un peu de poudre. Ces tonneaux, ou au moins un des deux, devoient être conduits dans la Baraque dans l'instant où on voudroit y faire cesser l'embrasement; il y avoit même auprès des tonneaux un petit chariot à deux roues destiné à les y voiturer plus commodément. Enfin près du meme réduit on avoit mis quelques baquets pleins d'eau, & de sceaux propres à y puiser.

Tout ce qui pouvoit être visité l'ayant été, son Eminence & M. *le Blanc* allerent se placer à une distance de la Baraque, favorable pour bien voir où en seroit l'embrasement. Le feu fut mis avec des flambeaux, & bientôt on vit une flamme assés considerable s'élever jusques au toit de l'édifice. Elle commençoit à passer au travers des planches qui le couvroient, lorsque tout à coup on entendit un bruit assés considerable; sur le champ toute flamme parut éteinte, excepté celle d'une corde gaudronnée placée auprès d'une des ouvertures dont nous avons parlé, qui brûloit obstinément.

M. *le Blanc* avoit fait promettre qu'on n'éteindroit le feu que quand on en donneroit l'ordre. On le promit avec peine, & on ne tint pas parole. M. de *Mairan*, de cette Academie, eut la curiosité de voir à sa Montre combien dureroit le feu, & il observa qu'on ne l'y avoit laissé allumé qu'environ deux minutes. Un feu d'une si courte durée n'avoit pas eu le temps de faire

grand

grand ravage. Un inſtant après qu'il eut été éteint, ſon Eminence & M. *le Blanc* rentrerent dans la Baraque, où nous eûmes l'honneur de les ſuivre. Nous n'y trouvâmes rien d'allumé, auſſi avoit-on eu la précaution de jetter promptement de l'eau où il pouvoit être reſté quelque choſe d'embraſé. Mais nous y jugeâmes encore mieux que nous ne l'avions fait par la durée du feu, qu'on ne lui avoit pas donné le temps de faire de grands progrès. Les planches qui formoient la Baraque n'étoient que noircies; les fagots qui avoient été mis avec des liens, les avoient conſervé; rien n'avoit brûlé que le plus menu bois & la paille, encore m'a-t-on aſſûré qu'on avoit trouvé de la paille qui n'avoit pas été brûlée, ce que je ne remarquai pas.

Ce qui attira le plus notre attention, furent les fragmens d'une boëte de Fer blanc qui étoient reſtés ſur le plancher; ils ſervirent à confirmer les idées que nous avions eûës ſur l'expédient auquel nous avions jugé qu'on devoit avoir eu recours pour éteindre le feu. Mais nous eûmes en même temps lieu de croire que nous y avions ſoupçonné un peu trop de myſtere; nous frotâmes nos doigts contre les fragmens de la boëte de fer blanc, ils s'y noircirent, & prirent l'odeur de la Poudre à canon ordinaire; M. d'*Oſembray* prétend même y avoir trouvé des grains de cette Poudre non brûlés.

Pour mieux entendre de quoi dépend le ſuccès de cette expérience, pour voir tout ce qu'elle a d'ingenieux, & juſques à quel point

elle peut être utile, parcourons les manieres d'éteindre le feu. Les plus communes ſont de l'étouffer, d'arrêter ſon mouvement en jettant deſſus de l'eau, de la terre. D'épaiſſes vapeurs, la circulation de l'air arrêtée peuvent auſſi produire le même effet. Une autre façon de l'éteindre, c'eſt de rarefier conſiderablement l'air. La flamme ne peut ſe ſoutenir dans la machine pneumatique, dont l'air a été pompé. Enfin lorſqu'il ne s'agit que d'éteindre la flamme, une commotion d'air peut en être la cauſe. On allume le bois en ſoufflant ſur les tiſons, & on éteint une chandelle & des flammes plus conſiderables en ſoufflant deſſus; on diſperſe les parties de l'amas deſquelles ces flammes étoient compoſées. Nous avions ſoupçonné que l'effet du nouveau ſecret dépendoit d'une commotion & d'une rarefaction très-ſubites & conſiderables, produites dans l'endroit embraſé. Les tonneaux préparés ne nous laiſſerent aucun lieu d'en douter, & le bruit qui ſe fit dans la Baraque, dans l'inſtant même où la flamme y fut étouffée, en étoit une démonſtration. Mais où nous avions crû plus de myſtere, c'eſt que nous avions penſé qu'on employoit quelque matiere plus inflammable que celles dont on ſe ſert ordinairement, & les fragmens de boëte dont nous avons parlé, nous firent penſer qu'on avoit recours ici principalement à la Poudre à canon ordinaire. Qu'au milieu d'une grande flamme, on faſſe allumer ſubitement une certaine quantité de Poudre à canon, il eſt aiſé de prévoir que la nouvelle flamme éteindra

teindra l'autre. On ſait la prodigieuſe rarefaction d'air qui eſt produite dans l'inſtant que la Poudre à canon s'allume. Tout l'air qui ſe trouve dans la ſphere d'activité, dans l'étenduë qu'occupe la Poudre enflammée, tout cet air, dis-je, eſt dilaté à un point ſurprenant, cet air ſe trouve dans un état à peu-près ſemblable à celui de la machine pneumatique. Par conſequent ſi cet air étoit occupé ci-devant par de-là la flamme, cette flamme doit s'y éteindre. La commotion, l'ébranlement conſiderable de l'air qui ſe fait dans le même inſtant, eſt encore capable d'éteindre la flamme. Voilà déja de quoi prendre quelque idée des premiéres cauſes de l'effet du nouveau ſecret.

Mais le bruit que nous entendîmes lorſque la flamme de la Baraque fut éteinte, ne nous parut pas aſſés conſiderable pour que nous dûſſions penſer que tout le Carteau où la Poudre avoit été renfermée en fût rempli, & les fragmens de la boëte de fer blanc, que nous trouvâmes, acheverent de nous perſuader que cette Poudre n'occupoit qu'une très-petite partie du Carteau. M. *Geoffroy* ſoupçonna ingenieuſement que le reſte du Carteau étoit rempli par de la cendre, & que cette cendre jettée de toutes parts, dans l'inſtant où la Poudre s'enflammoit, ne contribuoit pas peu à bien étouffer la flamme. Peut être eſt-ce un moyen qui meriteroit d'être mis en pratique, il meriteroit au moins d'être eſſayé: Et ſi ce n'eſt pas celui qu'on a choiſi, il y revient. Nous voulions toûjours trouver plus de myſtere qu'on n'en avoit mis.

Après l'experience de la Baraque enflammée, on en fit une autre pour éteindre le feu qu'on alluma dans une Cave, où on avoit arrangé les uns sur les autres des tonneaux gaudronnés & des fagots. Nous pûmes voir à loisir le Carteau qui devoit éteindre cette flamme; & malheureusement pour ceux qui cherchoient à cacher leur secret, ce Carteau n'étoit pas assés bien lié, l'eau s'échappoit de quelques endroits. Cette derniere circonstance acheva de découvrir l'artifice. Il est certainement très-ingenieux, on a sû, pour ainsi dire, rassembler toutes façons d'éteindre le feu, les faire agir en même temps, & d'une maniere très-propre à les rendre efficaces. On le verra dès que nous aurons décrit ce Barril mysterieux, nous l'allons faire, mais autant qu'on le peut, n'en ayant vû qu'une partie, ayant deviné le reste, & n'ayant pû prendre des mesures bien précises. Le centre de ce barril est occupé par une boëte de fer blanc cylindrique. Nous n'avons pû voir si elle descend jusques au fond, on croit bien aussi qu'on ne nous a pas permis de mesurer sa capacité. Mais il n'y a pas d'apparence que cette boëte contînt plus de deux livres de Poudre, & peut-être en tenoit-elle moins; son diametre étoit à peu-près de quatre pouces, nous en avons jugé par celui de l'ouverture qui avoit été faite à un des fonds du tonneau pour la laisser passer. Cette boëte se termine par un long col, comme une espece de bouteille, les fragments que nous en avons trouvé nous l'ont encore appris; ce col est continué jusques à un des fonds.

fonds du barril, il sort même en dehors; c'est la lumiere par où on met le feu à la Poudre; car le long col est occupé par une fusée: enfin le reste du barril est rempli d'eau commune.

Veut-on faire usage du barril pour éteindre le feu, on allume la fusée dont nous venons de parler, & aussi-tôt on le pousse le plus avant qu'il est possible dans le feu. La Cave où nous vîmes faire la derniere experience étoit un endroit où il fut aisément conduit; on l'avoit attaché sur une planche inclinée, sur laquelle on le fit glisser; on fit même ensorte qu'il tombât droit sur un de ses fonds, ayant en dessus celui où étoit la fusée. Nôtre barril est au milieu de l'embrasement, là la Poudre s'enflamme, elle défonce le tonneau, elle en fait sauter les cercles; enflammée, elle rarefie l'air prodigieusement, elle donne à toute la flamme de l'incendie des secousses terribles, mais elle produit en même temps un autre effet, elle lance de toutes parts une infinité de jets d'eau, aussi proches les uns des autres qu'il est possible de l'imaginer. C'est un arrosoir placé au centre du feu, & de tous les arrosoirs celui dont les jets sont les plus fins, & en même temps les moins écartés les uns des autres. Nous avons donc ici, pour éteindre le feu, la dilatation considerable de l'air, la commotion de l'air, l'eau dont la flamme est arrosée; & pour que toutes les façons d'éteindre le feu se trouvent réünies, nous avons bien tôt d'épaisses vapeurs, tout est plein d'une fumée humide; la Poudre en divisant l'eau, l'avoit presque mis en

cet état, & la chaleur acheve le reſte. D'ailleurs il n'y a pas à craindre que la flamme de la Poudre allume elle-même un feu qu'elle vient d'éteindre, toutes les ſurfaces ſur leſquelles elle paſſe ont été humectées.

Quand on fit l'épreuve de ce barril dans la Cave, le feu y étoit beaucoup mieux allumé qu'il ne l'avoit été dans la Baraque, mais pourtant pas encore au point où on l'eût ſouhaité. La flamme y fut éteinte ſoudainement; d'épaiſſes tenebres, de noires vapeurs prirent ſubitement la place de la grande lueur qui y paroiſſoit.

Les ſpectateurs ont raiſonné fort differemment ſur le ſuccès de ces experiences. Les uns les ont regardées comme très-merveilleuſes, comme propres à nous mettre à l'abri de tous les incendies; d'autres au contraire n'ont pas balancé à traiter tout ceci de tours de gobelets. On eſt ordinairement extrême dans ſes jugemens, quoi-que le vrai ne ſe trouve que dans un certain milieu: tâchons de démêler ici ce milieu auquel il faut ſe tenir.

Il eſt vrai que ce ſecret nous avoit été annoncé comme trop merveilleux. Ce que nous en avons rapporté ſuffit déja pour apprendre que ſon utilité eſt reſtrainte à des cas particuliers. On voit pourquoi on n'a pas voulu tenter l'épreuve ſur un tas de bûche embraſées, expoſé au milieu de l'air; il faut un endroit clos en quelque ſorte, pour que la rarefaction de l'air produiſe tout ſon effet; auſſi le ſuccès fut-il plus grand dans la Cave que dans la Baraque.

Il eſt encore aiſé de voir pourquoi on avoit

voit tant d'empreſſement de conduire le baril, ſoit dans la Baraque, ſoit dans la Cave. Ceux qui en faiſoient uſage, ſavoient ce qu'ils s'en devoient promettre; & peut-être vouloient-ils, que le public en eſperât trop. L'effet de ce ſecret ſe réduit à éteindre la flamme. Il ne ſauroit éteindre des poutres, des ſolives, & même des pieces de bois beaucoup moins conſiderables, lorſqu'elles ſeront bien embraſées. Par ce moyen on éteindra bien la flamme, on amortira le feu qui eſt à la ſurface, mais on n'empêchera pas le feu de reprendre ſa premiére activité au bout d'un inſtant. Qu'on jette un peu d'eau ſur une groſſe bûche preſque en braiſe, qu'on l'arroſe, & on aura une image de l'effet du nouveau ſecret. La ſurface du bois, de rouge qu'elle étoit, redeviendra noire ſur le champ, mais ſur le champ elle retournera à ſa premiére couleur. Il ne convenoit donc pas de laiſſer allumer les matieres combuſtibles de la Cave, & encore moins celles de la Baraque juſques à un certain point. Celles même de la Cave le furent un peu trop. A peine la flamme y eut-elle été étouffée, que ſon Eminence viſita cette Cave, on tâcha d'éteindre à l'ordinaire avec de l'eau ce qui pouvoit reſter de braiſe, cependant M. le Cardinal s'en étoit peu éloigné, lorſqu'on vint lui dire que le feu recommençoit; on ne lui annonçoit que ce qu'il avoit prévû pouvoir arriver.

Mais ce ſecret devient-il inutile, parce qu'à proprement parler, tout ſon effet eſt d'étouffer la flamme? Il s'enſuit ſeulement qu'on en avoit trop eſperé, & peut-être mê-

me qu'on nous en avoit voulu trop faire eſperer. Il reſte cependant une infinité de circonſtances où il peut être d'un grand ſecours. Nous demandons toûjours trop, nous comptons pour rien les uſages auxquels une choſe peut être utile, ſi elle ne l'eſt pour tous ceux où nous euſſions voulu qu'elle l'eût été, & dans l'étenduë que nous l'euſſions voulu.

Il n'y a nul doute que ce ſecret ne réüſſiſſe parfaitement dans les commencemens d'un incendie; par-tout même où l'on pourra avoir la commodité de jetter ces barrils préparés, il ſera utile. N'eſt ce pas beaucoup que d'étouffer la flamme? Combien y a-t-il de circonſtances, dans les incendies, où il eſt eſſentiel de pouvoir approcher, & on en aura la facilité, ſi l'on peut y conduire le barril.

La flamme appaiſée, quoi-qu'elle ne le ſoit que pour un inſtant, on fera agir avec plus de ſuccès l'eau des Pompes, & celle qui eſt portée avec des ſeaux.

Dans tous les cas où l'eau eſt rare, on pourra faire avec une petite quantité d'eau ce qu'on n'a pû faire juſques ici qu'avec une quantité conſiderable; l'eau d'un des barrils équivaut à une grande quantité d'eau jettée de toute autre maniere.

Le feu s'eſt-il mis à la campagne dans une Grange pleine de paille & de foin, il paroît que ce ſecret ſera ſuffiſant pour arrêter totalement l'incendie.

Que craint-on davantage dans les grandes Villes que les embraſemens qui arrivent chés les

les Epiciers, & ſur-tout lorſqu'ils penetrent à leurs magaſins ou caves remplies d'eau-de-vie, d'huiles? &c. Dans ces cas les barrils préparés doivent être encore d'un merveilleux ſecours. Il eſt vrai que quand on peut parvenir à boucher tous les ſoupiraux des caves, qu'on y éteint ſûrement le feu, mais il y a des cas où il pourra être plus facile d'y deſcendre un barril, que de boucher tous les ſoupiraux; d'ailleurs cette reſſource ne peut ſervir pour les magaſins remplis des matieres aiſément inflammables, mais qui ne donnent point de braiſe, dans lequel cas les barrils feront des merveilles.

Voilà certainement aſſés de circonſtances utiles pour que ce ſecret paroiſſe digne d'attention, & meriter des récompenſes à celui qui l'a imaginé: il eſt ſimple, il n'en eſt pas moins ingenieux, & en eſt plus d'uſage. Enfin c'eſt une idée nouvelle qui a déja de grandes utilités, & qui en aura peut-être de plus grandes, ſi on s'applique à la perfectionner; tout ce qu'elle a contre elle, c'eſt de ce qu'on nous en a voulu faire trop attendre, & au de-là de ce que l'adreſſe & l'effort humain peuvent produire.

Je ſai bien que les experiences mêmes qu'on a faites donnent priſe à des objections conſiderables. On ne ſe trouvera peut-être jamais dans le cas de pouvoir faire entrer un de ces gros barrils dans une chambre en feu, deux minutes après que le feu y aura été mis, mais il ne s'enſuit pas que l'effet des barrils préparés ſera inutile dans un embraſement plus avancé. Peut-être qu'alors il ſera ſeulement neceſſaire de jetter pluſieurs

de

de ces barrils les uns après les autres, ou peut-être d'en jetter pluſieurs enſemble, ou de plus grands. Il eſt vrai encore qu'il ne ſera pas aiſé d'introduire des barrils dans tous les endroits en feu, mais ils ſeront utiles dans ceux où l'on pourra les conduire.

Peut-être même qu'on craindra que nous n'eſperions trop de ſuccès de ces barrils dans les caves des Epiciers; ce n'eſt pas qu'ils ne ſoient propres à y éteindre la flamme, mais on craindra que ce ne ſoit en faiſant ſauter leurs voutes; les experiences que nous avons vûës ſont propres à faire naître cette inquietude. La Cave où le feu a été éteint n'avoit preſque point de voute, elle étoit couverte d'un ſimple toit de planches; on avoit menagé pluſieurs grandes ouvertures au toit de la Baraque; ſa conſtruction ne les demandoit pas, elles pouvoient n'avoir été laiſſées que pour faire paroître aux ſpectateurs une flamme plus conſiderable, mais peut-être que ceux qui l'avoient conſtruit, apprehendoient auſſi l'effet de la Poudre dilatée dans un endroit trop peu ouvert; & ſi cela eſt, le riſque ſeroit plus grand encore pour des caves, toûjours incomparablement plus cloſes. Mais alors il faudroit moderer l'effet de la Poudre, en la mêlant avec d'autres matieres, ou diminuer ſa quantité. Ce ſont préciſément toutes ces circonſtances qui doivent engager à faire de nouvelles experiences pour s'inſtruire à fond des utilités qu'on peut tirer de cette idée, & juſques où elles peuvent s'étendre.

Les gros barrils peuvent être difficiles à conduire dans bien des endroits en feu, mais

mais il faut tenter si plusieurs barrils beaucoup plus petits, jettés les uns après les autres, ne produiront pas suffisamment d'effet.

Au reste si on avoit quelque inquietude que nous n'eussions pas dévoilé tout le fond du mystere, qu'il n'y eût dans les barrils, ou qu'il ne dût y avoir, quelque matiere que nous n'avons pû découvrir, cette inquietude cesseroit dès que nous aurons ajoûté, que depuis que nous avons eu lû à l'Academie tout ce qui précede, que M. de *Ressons*, Membre de cette Compagnie, a répeté dans la Cave des Invalides l'experience qui y avoit été faite, qu'il y a éteint le feu avec autant de succès qu'on le fit dans la premiére experience, & cela en se servant d'un tonneau pareil à celui que nous avons décrit.

On a pourtant envoyé d'*Allemagne* à Mgr. le Cardinal, Premier Ministre, une composition, & très-composition, pour remplir les tonneaux, au lieu que nous n'y avons mis que de l'eau simple; son Eminence a communiqué à l'Academie le Memoire où elle est décrite. On donne à cette composition le nom de *Salamandera Artificialis.* Voici comme on prescrit de la faire: *Prenez deux seaux d'*Aqua infecta; Alumen, 15 *livres*; *Vitriol*, 15 *livres*; Minium, 15 *livres*; Creta, 15 *livres*; Cineres ligni, 15 *livres*; Salis Nitri, 15 *livres.* On ajoûte qu'*il faut que le tout soit pilé dans un mortier*; *que l'eau doit être chauffée*, *mais qu'il ne faut pas qu'elle bouille*; *mettre ensuite le tout dans un tonneau ou cuve*, *tourner bien le tout*, & *mettre de l'eau dessus*, *cette matiere se conservera plusieurs an-*

années ſans ſe corrompre, on n'en ſera pas ſurpris, *& éteint bien le feu.*

Il ſeroit aſſés inutile de faire de longues reflexions ſur tous les ingredients qu'on a imaginé d'employer ici, & ſur la maniere dont ils ont été doſés. Il y a peu d'apparence qu'on ait fait uſage de cette compoſition, & qu'on puiſſe s'en promettre beaucoup plus que de l'eau commune. Car il eſt premiérement viſible que ſi on n'employe que les deux ſeaux d'eau dont il eſt parlé d'abord, qu'ils ne ſauroient tenir en diſſolution les différentes matieres preſcrites, dans les quantités où elles ſont doſées ; ces matieres ſe précipiteront dans le barril ; quand elles ſeroient efficaces par elles-mêmes, alors elles ne ſeroient pas en état de produire beaucoup d'effet; la Poudre enflammée les diſperſeroit par grumeaux comme elle diſperſeroit toute pâte qui ſeroit au fond du barril. Secondement il eſt encore viſible que la Craye, le Minium, la Cendre de bois, dont on détermine ſi préciſément les quantités, ne peuvent avoir été ainſi combinées que pour donner plus l'air de ſecret à cette compoſition ; il y a mille matieres qu'on y auroit pû faire entrer comme celles-ci. Mais nous ne pouvons nous empêcher de faire une remarque à laquelle le Memoire de M. *Geoffroy*, qui va ſuivre celui-ci, eût ſeul donné lieu, c'eſt qu'une eau qui aura diſſous d'un certain ſel autant qu'elle en pourra diſſoudre, par exemple de l'Alun, que cette eau, dis-je, pourra peut-être être employée avec plus de ſuccès que l'eau commune, & cela, parce que certains ſels empêchent le

feu

feu de se rallumer, beaucoup mieux que ne feroit l'eau. Toute la question est de savoir, si la petite quantité de sel qui pourra être dissoute dans l'eau d'un barril sera suffisante pour produire un effet sensible sur les charbons d'une chambre embrasée. Mais au moins est-ce encore une de ces experiences qui meriteroient d'être tentées avec differents Sels, afin qu'on sût tout ce qu'on peut tirer d'avantages de la nouvelle maniere d'éteindre le feu.

REFLEXIONS

Sur la maniere d'éteindre le Feu par le moyen d'une Poudre.

Par M. GEOFFROY le Cadet.

* QUOI-QUE l'union des Soufres & des Sels dans une certaine proportion soit capable de produire la flamme, il n'est pas moins certain que ces deux matieres se brident mutuellement, & que les Sels servent à retenir les Soufres comme les Soufres à moderer l'action des Sels. La difference qui se trouve entre le bois neuf & le bois flotté en est une preuve. Celui-ci s'allume très-facilement, fait plus de flamme, & se consume plus vîte que l'autre, parce qu'étant depouillé de ses Sels par la lessive qui s'en est faite dans l'eau, il laisse aux Soufres tout leur

* 12. Decembre 1722.

leur jeu. C'eſt pour cela que les cendres de bois flotté ne ſont point propres aux mêmes uſages que celles du bois neuf, parce qu'elles ſont privées de leurs Sels, pour la plus grande partie.

Il eſt donc d'experience que les Sels peuvent être employés pour arrêter les progrès des incendies. C'eſt ce qui m'avoit fait penſer, ſur la nouvelle qui ſe répandit il y a quelque temps d'une Poudre qui éteignoit les embraſemens, que cette Poudre pouvoit être un compoſé de quelques Sels. Et comme on marquoit en même temps que l'extinction étoit précedée d'un bruit conſiderable, qui ne pouvoit provenir que de quelque exploſion, je me figurai d'abord que ce pouvoit être quelque combiné à peu-près ſemblable à la Poudre fulminante, parce qu'en ſe hazardant de conjecturer ſur des ouï dire, on ne peut aller qu'à tâtons.

En effet cette Poudre miſe dans une cueillere de fer un peu creuſe, au poids de huit onces, produit une détonation très-grande, ſans porter de flamme. Ainſi je jugeois que dans un incendie, l'air étant prodigieuſement agité par cette rarefaction ſubite, faiſoit quitter priſe à la flamme dans l'inſtant.

Mais j'étois en peine de quelle maniere on pouvoit emploier pour cet uſage la Poudre fulminante, parce qu'en la jettant à nud ſur un feu vif & bien allumé, il ne ſe fait preſque point de détonation, & qu'elle ſe conſume, pour ainſi dire, inutilement.

Ainſi j'eûs recours à un mêlange de deux parties de Sel alkali avec une de Salpêtre, une de Sel marin, & demi-partie de Sou-

fre.

fre. En jettant ce mêlange ſur du bois enflammé, il ſe fait par le moyen du Salpêtre & du Soufre une eſpece de fulmination, qui mettant en fuſion le Sel marin & le Sel alkali, les fait penetrer dans le bois allumé, le noircit, & l'éteint.

Mais cela ne répondoit point à l'idée que je m'étois faite de l'action de la Poudre tant vantée pour l'extinction des incendies. Je voyois bien qu'il falloit, pour faire une rarefaction capable d'arrêter un grand embraſement, que la Poudre fulminante ou tout autre combiné de cette nature fût renfermé dans quelque boëte, parce que la réſiſtance ſert infiniment à procurer l'exploſion. Ce n'eſt que la vivacité & la promptitude de cette exploſion, qui rarefie ſubitement l'air environnant, l'écarte au loin de toutes parts, & diſſipe la flamme, tant par la violente agitation, que parce qu'elle ne peut ſubſiſter dans un air trop rarefié.

Je penſois donc à enfermer de la Poudre fulminante pour en faire l'eſſai, lorſqu'on parla d'executer l'experience qui vient de ſe faire. Cela me fit ſuſpendre mon projet, dans l'eſperance que la vûë nous donneroit plus de lumieres ſur ce que l'on nous cachoit, que tous les rapports qu'on nous en avoit fait.

Toute la difference que j'ai remarquée entre mon projet & l'execution de la nouvelle experience, c'eſt que je penſois à faire enſorte que ma matiere fulminante put écarter de tous côtés des Sels alkalis dont j'aurois environné ſa boëte, les jugeant capables de

de noircir le charbon allumé, après la diſſipation de la flamme par l'exploſion; au lieu que dans la nouvelle experience la matiere qui fulmine, & qui m'a paru n'être autre choſe que la Poudre à canon renfermée dans une boëte de fer blanc, fait ſon effet au milieu d'un barril d'eau qui modere la flamme de la Poudre, en diſſipant celle de l'incendie; ce qui diſperſe tout autour une certaine quantité d'eau pour amortir la vivacité des matieres allumées, & empêche que la flamme ne renaiſſe de ſon bucher. Car il eſt à obſerver que les auteurs du ſecret ne prétendent pas éteindre de grands braſiers bien ardents, mais ſeulement diſſiper la flamme. Auſſi faut-il que l'incendie ſoit fait de matieres plus capables de faire une grande flamme, comme le gaudron, les huiles, la paille & le menu bois, que celui qui proviendroit de gros bois bien allumé.

Cependant la nouvelle experience n'eſt pas à mépriſer, parce qu'en écartant ſubitement la flamme, on rend l'incendie acceſſible, & l'on eſt par-là plus à portée d'y donner les autres ſecours neceſſaires pour l'éteindre tout-à-fait.

OB-

OBSERVATIONS

Sur des Sacs membraneux pleins d'Hydatides ſans nombre, attachés à pluſieurs Viſceres du bas Ventre, & découverts par l'ouverture d'un Cadavre.

Par M. MORAND.

*UN Soldat de l'Hôtel Royal des Invalides, qui portoit depuis long temps des tumeurs dures en pluſieurs endroits du bas-ventre, ſouffrant plus qu'à l'ordinaire au commencement du mois de Juillet 1722, fut obligé de garder le lit, & le 13 du même mois commença à ſe plaindre d'une ſuppreſſion d'urine.

Les ſoins apportés par M. *Maloët*, Medecin de l'Hôtel, mon Pere, Chirurgien-Major, & moi, ſoulagerent notre malade de ce dernier accident. La ſonde n'ayant procuré aucune iſſuë à l'urine par des difficultés dont on trouvera la cauſe dans la ſuite de ce Memoire, j'en tirai plus de deux pintes par une ponction faite à la veſſie dans la region hypogaſtrique; je tirai cinq hydatides par une inciſion au periné faite pour connoître le corps étranger que l'on ſoupçonnoit au col de la veſſie. Le ſurlendemain de cette operation le malade urina lui-même copieuſement, & quelques heures après,

* 1 Août 1722.

après, malgré l'évacuation naturelle & celle qui avoit été procurée par art, il mourut le 19 dudit mois, ſans avoir eû un inſtant le ventre & ſur tout la region de la veſſie moins élevée après qu'avant les évacuations.

Cette derniere circonſtance nous parut d'autant plus remarquable, qu'elle ne pouvoit plus avoir pour cauſe la preſence de l'urine, & l'éclairciſſement ne pouvoit être tiré que de l'ouverture du Cadavre. Voici les particularités que celle du bas ventre, où étoit le ſiege de la maladie, me preſenta.

J'y trouvai d'abord beaucoup de confuſion & d'adherence de parties contre l'ordre naturel. En particulier, après avair écarté les inteſtins grêles, pour examiner eſſentiellement les parties du baſſin, j'apperçûs le centre de la region ombilicale occupé par une poche très-ample attachée à la partie poſterieure du fond de la veſſie par des tuniques communes à l'une & à l'autre appuyée ſur les gros vaiſſeaux à la diſtribution inferieure des grands troncs, & rempliſſant par ſa baſe une partie du baſſin de l'hypogaſtre.

Elle avoit huit pouces de longueur & preſque autant de diametre; elle étoit aſſés grande pour donner à entendre combien elle devoit gêner la veſſie à laquelle elle étoit adoſſée, repouſſer de bas en haut la plûpart des inteſtins, même l'eſtomac, dont le fond étoit caché ſous le diaphragme, tant il avoit été reſſerré.

Ce viſcere n'étoit pas encore à ſon aiſe, où le ſac l'avoit cantonné, car il avoit à ſes côtés le foye & la rate, qui étant garnies

de

de pluſieurs autres poches, occupoient plus d'eſpace qu'à l'ordinaire.

Ce ſac s'allongeant derriere le col de la veſſie, rempliſſoit tellement le baſſin de l'hypogaſtre, qu'à peine l'inteſtin rectum y pouvoit trouver place, & les adherences de ce boyau à la poche étrangere étoient ſi fortes, que l'inteſtin s'étoit déchiré ſans avoir pû en être détaché.

La playe du periné répondoit à cette poche membraneuſe & dans les mouvemens neceſſaires pour ſéparer ces parties, il ſortit par l'ouverture pluſieurs hydatides pareilles à celles qui furent tirées par l'inciſion, & qui me firent conjecturer que les poches attachées aux autres viſceres en contenoient de même eſpece.

Pour en faire l'examen, connoître l'état de la veſſie, & déterminer quel obſtacle pouvoit s'être oppoſé à l'iſſuë de l'urine par la ſonde, il falloit ouvrir les parties, mais comme je prévoyois qu'elles devoient preſenter bien des particularités, je crûs que la démonſtration en devoit être faite en même temps que l'ouverture dans l'Academie même.

Pour ouvrir d'abord la veſſie, qui faiſoit mon objet principal, j'introduiſis dans le canal de l'uretre une ſonde creuſe qui ne trouva point les obſtacles que je m'étois imaginé, & me conduiſit dans l'interieur de la veſſie; à la faveur de cette ſonde creuſe, j'ouvris la veſſie, qui me parût bien plus petite qu'on n'auroit dû la croire, elle contenoit au plus environ deux cuillerées d'une urine ſanguinolente; loin d'être fort diſtenduë, elle étoit

au contraire assés resserrée, & sa surface interne paroissoit garnie de grosses fibres charnuës qui se croisoient en differents sens.

La poche attachée derriere le fond de la vessie fut ouverte ensuite ; elle étoit pleine d'hydatides de differente grosseur, dont les unes pleines de liqueur, les autres vuides, & comme repliées dans les intervalles des hydatides pleines, auroient representé par leur arrangement les graines d'une grosse Grenade ouverte, si elles eussent été plus petites.

A la partie moyenne & posterieure de la vessie ce sac membraneux avoit un fond qui le séparoit absolument d'un autre sac placé au dessus, lequel étoit aussi plein d'hydatides, & qui repoussant la vessie du fond du bassin vers le pubis, éloignoit son col de l'incision au perine.

La grande quantité d'hydatides qu'il renfermoit, tenoit sa tunique tenduë au point que la surface interne de la vessie qui doit être concave, étant comprimée posterieurement, faisoit convexité en dedans, ce qui avoit sans doute fait la résistance remarquée avec la sonde du vivant du sujet.

Peut-être même cette partie moyenne du fond de la vessie avancée en devant, étoit-elle assés rapprochée de l'uretre pour s'opposer à la sortie de l'urine par la sonde, quoiqu'entrée dans la vessie, parce que cette éminence interieure, faite par la compression d'une poche ronde, pouvoit avoir à ses côtés deux parties caves, où l'urine s'étant retirée, se trouvoit éloignée des yeux de la sonde, qui elle-même s'étendoit peu au delà de l'ouverture de l'uretre.

La

La veſſie entre ces deux ſacs n'avoit de détaché que deux doigts de ſon fond; du reſte on eût dit que ces trois parties étoient une & même; elles étoient à la verité enveloppées d'une même tunique, mais leurs capacités étoient très-diſtinctes & ſans aucune communication entr'elles, la tunique commune étoit très-épaiſſe: il y a toute apparence que ces deux ſacs étoient faits par differentes dilatations de la tunique exterieure que le peritoine fournit à la veſſie, de façon que les hydatides étoient contenuës entr'elle & la ſeconde tunique.

Le foye ne me parut point ſchirreux, quant à la ſubſtance glanduleuſe, mais il attachoit cinq poches formées par des dilatations de ſa tunique exterieure, dont deux étoient placées à la partie convexe, adherentes au diaphragme, & pleines d'hydatides, trois autres à ſa partie cave, dont l'une renfermoit auſſi des hydatides, la ſeconde une eſpece de bouillie ou ſteatôme, & la troiſiéme creuſée dans la ſubſtance même du foye, contenoit une matiere bilieuſe très-épaiſſe & de couleur de ſafran, avec pluſieurs petites concretions que j'ai regardé comme autant de germes de pierres de fiel.

La rate étoit ſchirreuſe, & ſon enveloppe devenuë preſque cartilagineuſe en pluſieurs endroits, comme il arrive aſſés ſouvent dans les embarras de ce viſcere: outre les obſtructions de ſon tiſſu celluleux, elle avoit auſſi deux reſervoirs d'hydatides ſous ſa tunique externe, l'un à la partie ſuperieure, l'autre dans ſa propre ſubſtance.

L'épiploon & le peritoine ſous les grands

muſcles du bas ventre avoient auſſi quelques poches d'hydatides, & j'en ai tiré du milieu de quelques tubercules que l'on auroit pris volontiers pour des ganglions ou des glandes endurcies.

Il paroît naturel qu'il y eût une plus grande quantité de ces veſicules lymphatiques où il y a une plus grande quantité de ces mêmes vaiſſeaux, c'eſt pourquoi je ne ſuis pas ſurpris du prodigieux nombre qui s'eſt trouvé ſous les enveloppes du foye, de la rate & de la veſſie, la plupart des viſceres du ventre étant recouverts d'une tunique que quelques Anatomiſtes nomment Reticulaire lymphatique, à cauſe du grand nombre de vaiſſeaux de cette eſpece qui font ſur ces viſceres un raiſeau ſenſible par certaines préparations.

De tout ce détail il eſt aiſé de déduire les cauſes de la mort de ce ſujet. On voit clairement que la veſſie n'étoit point tant fatiguée de la preſence de l'urine qui avoit été évacuée, & par une ponction & par le ſecours de la Nature même, que de la compreſſion des deux ſacs, dont l'inferieur rapprochoit le col de la veſſie de ſon fond, & le ſuperieur ſon fond du col : tous deux enſemble devoient auſſi gêner conſidérablement le cours des liqueurs dans toutes les parties du bas ventre, & même dans les extremités inferieures.

Si la ſubſtance du foye n'étoit pas abſolument alterée, combien d'embarras & d'oppoſitions à la filtration naturelle de la bile de la part de toutes ces tumeurs dont il étoit farci, les vaiſſeaux biliaires en avoient été tellement comprimés, que la bile au lieu de ſuivre la route

route des canaux excreteurs du foye, ayant fait un reflux vers le foye même, avoit crevé pluſieurs de ces vaiſſeaux: de-là ces amas de bile épaiſſie par ſon ſéjour & renfermé dans un kiſt particulier.

Dans la rate la compreſſion de ces vaiſſeaux par les hydatides qu'elle logeoit ſous ſa tunique, & la compreſſion des parties voiſines par le ſeul poids de la rate ſchirreuſe, ne pouvoit qu'augmenter les embarras précedemment détaillés, & une maladie ſi compliquée ne pouvoit que faire échoüer tous les ſecours de l'art. Il y a toute apparence qu'elle étoit formée de longue main, & que le malade en avoit ſouffert l'accroiſſement ſans trop d'impatience, ne s'étant alité que quinze jours avant les derniers accidens, & ayant vécu ſoixante & onze ans.

Voici preſentement quelques remarques ſur les hydatides mêmes tirées de leurs capſules membraneuſes.

Les plus groſſes étoient comme des œufs de Canne, les plus petites comme des grains de bled, & il y en avoit de tous les differents degrés de groſſeur entre ces deux eſpeces.

La plupart étoient pleines d'une liqueur aqueuſe & aſſés claire, en d'autres cette liqueur étoit de la nature de celles que l'on nomme en Medecine, crues, dans quelques-unes plus épaiſſe, & dans les plus groſſes elle rouloit avec elle certains nuages & des parties plus épaiſſes très-diſtinctes des fluides, enfin pluſieurs étoient opaques, & ne permettoient point de reconnoître la liqueur renfermée.

Celles qui ſe ſont trouvées vuides, & qui

étoient telles dans les ſacs même, s'étoient ſans doute ouvertes par la compreſſion de leurs voiſines plus épaiſſes & plus fortes; ce qui étoit d'autant plus facile, que leurs tuniques étoient de differente épaiſſeur.

Je ne crois pas que les enveloppes de ces hydatides puiſſent être dites organiſées, elles ne m'ont point paru membraneuſes, mais d'une ſubſtance baveuſe, dénuée de vaiſſeaux, & qui ſe détruit aiſément entre les doigts, quelques hydatides n'en avoient qu'une, d'autres en avoient deux ſimplement appliquées l'une ſur l'autre; il y en avoit de très-larges, exactement fermées, qui dans leur capacité en contenoient de plus petites que l'on voyoit nager dans la liqueur, & j'ai remarqué que la tunique de celles-ci avoient moins de conſiſtance que celle des hydatides contenuës; ce n'étoit autre choſe qu'une eſpece de gelée.

La figure ronde étoit la plus commune, quelques-unes étoient ovales, d'autres irrégulieres; la figure differente des intervalles qu'elles laiſſoient entr'elles, devoit faire des moules très irréguliers.

Leur ſurface exterieure étoit aſſés uniforme, hors en quelques-unes, dont le fond tranſparent paroît rayé de petites lignes blanches qui repreſentent des feuillages.

Il y en a une aſſés large, où l'on voit de petites tuberoſités ſur une partie de ſa ſurface, & ſur l'autre de petites veſicules ſemblables à celles d'un citron dont on a enlevé la pellicule jaune.

Elles étoient toutes détachées des parois des capſules qui les renfermoient, elles l'étoient auſſi les unes des autres, hors quelques-

ques-unes des plus petites qui ſe tiennent par de petits filets blancs.

Ces remarques me donneront lieu de faire des experiences & des reflexions pour autoriſer les conjectures que je pourrai donner dans la ſuite ſur la formation de ces Hydatides.

EXPLICATION DES FIGURES.

La premiére Planche repreſente les Poches membraneuſes en ſituation, & ouvertes dans leur longueur, pour faire voir les Hydatides qu'elles renfermoient.

A. Poche ſuperieure, qui par ſon volume occupoit dans le ventre toute la region ombilicale.

B. Poche inferieure qui rempliſſoit preſque tout le baſſin, & élevoit le col de la veſſie.

C. La Veſſie affaiſſée & élargie ſur les côtés par la compreſſion de la poche ſuperieure, qui en ayant rapproché les fibres, avoit groſſi conſiderablement leurs differents plans.

D. D. Les Ureteres.

La ſeconde Planche repreſente les differentes eſpeces d'Hydatides qui étoient renfermées dans les Poches.

A. Hydatide de l'eſpece ordinaire, & dont la capſule eſt ſimple.

B. Hydatide dont la capſule eſt double.

C. Hydatide en grappe : il y en avoit peu de cette eſpece.

D. Hydatide qui contenoit avec de la limphe une matiere épaiſſie par filets.

E. Hydatide dont la ſurface exterieure étoit ramifiée.

F. Hydatide dont la ſurface exterieure étoit chagrinée.

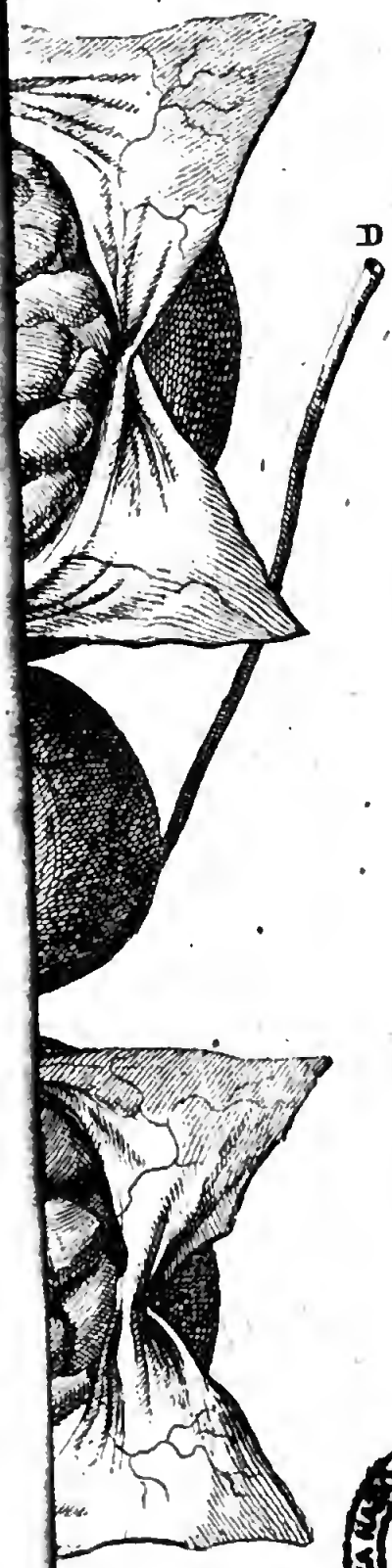
G. Sac membraneux particulier qui renfermoit une Hydatide *H*, dans laquelle étoient contenuës d'autres Hydatides qui flottoient dans la limphe.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE LUNE,

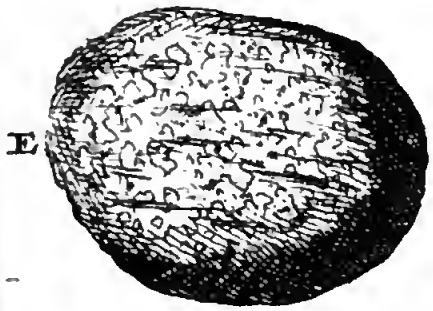
Faite le 28. Juin après minuit 1722.

Par M. MARALDI.

LEs nuages qui avoient couvert preſque tout le Ciel depuis 6 heures du ſoir juſqu'à 11 heures & demie du 28 Juin, s'étant enſuite diſſipés, on a eu le Ciel fort ſerein durant tout le temps de l'Eclipſe, ce qui nous a donné la commodité de faire cette obſervation exactement, le terme de l'ombre ayant paru preſque toûjours aſſés bien marqué.



NAPOLI



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

qué. On a obſervé avec une Lunette de 8 pieds le paſſage de l'ombre par les Taches principales, & on a meſuré auſſi par le moyen du Micrometre placé au foyer de la même Lunete, la partie du diametre de la Lune qui reſtoit éclairée. Cette partie étant comparée avec le diametre entier obſervé par le même Micrometre, un peu avant le commencement de l'Eclipſe, on a conclu la partie de la Lune éclipſée. Voici l'Obſervation.

A	12h	11′	0″ On voyoit la penombre aſſés forte ſur le bord oriental de la Lune.
	12	15	0 Le commencement de l'Eclipſe n'eſt pas encore certain.
	12	16	20 Le commencement de l'Eclipſe eſt certain.
	12	20	16 L'ombre arrive à Galilei & au bord précedent de Grimaldi.
	12	24	30 L'ombre à Ariſtarque.
	12	28	10 L'ombre au milieu de Kepler.
	12	30	20 L'ombre à Heraclides.
	12	33	20 L'ombre arrive à Gaſſendi & à Helicon.
	12	34	50 L'ombre à Eratoſthenes & au bord précedent de Copernic.
	12	36	28 L'ombre au milieu de Copernic & à Bullialdus.
	12	39	0 L'ombre au bord précedent de Plato.
	12	40	14 Tout Plato couvert.
	12	40	14 L'ombre arrive au bord précedent de Sckicardus.
	12	44	9 Tout Sckicardus eſt couvert.
	12	47	19 L'ombre au bord d'Ariſtote.

12	48	9	L'ombre au bord précedent d'Eudoxus.
12	50	49	Manilius.
12	52	25	L'ombre au bord précedent de Menelaüs.
12	53	55	Tout Menelaüs couvert.
12	55	50	L'ombre au premier bord de Tycho.
12	57	10	L'ombre à Dionisius.
12	58	50	Tout Tycho dans l'ombre.
13	4	52	L'ombre a la Tache claire, qui est à *Promontorium acutum.*
13	6	50	Proclus est tout couvert.
13	11	50	Tout *Mare Caspium* couvert.
13	12	50	L'ombre à Snellius & Furnerius.
13	22	0	Je commence à douter de la fin.
13	24	20	Fin certaine, ou Immersion totale de la Lune dans l'ombre.

Durant l'Eclipse totale, la Lune n'a point disparu comme elle a disparu quelquefois, mais depuis l'Immersion totale jusqu'au commencement de l'Emersion, elle a toûjours été d'une couleur rougeâtre, avec cette difference que la partie septentrionale de son disque étoit plus obscure que la meridionale, ce qui est conforme aux hypotheses astronomiques; car dans cette Eclipse la Lune avoit un peu de latitude meridionale, & par consequent la partie septentrionale de son disque passoit dans l'ombre plus proche du centre où il y a moins de rayons rompus que loin du centre où étoit la partie meridionale du disque de la Lune qui étoit plus rouge.

A	14h	25'	48" Le bord oriental de la Lune commence à s'éclaircir, ce qui fait douter du commencement de l'Emerſion.
	14	27	38 Le commencement de l'Emerſion eſt certain.
	14	39	12 Tout Grimaldi découvert.
	14	46	0 L'ombre éloignée de Galilei de tout ſon diametre.
	14	53	22 L'ombre à Kepler.
	14	53	38 Ariſtarque eſt découvert.
	15	1	34 Tout Copernic découvert.
	15	7	48 L'ombre à Eratoſthenes.
	15	8	38 Tout Helicon découvert.
	15	14	8 Le milieu de Tymocaris.
	15	15	56 Manilius découvert.
	15	19	3 Menelaüs découvert.
	15	21	11 Plinius ſur le bord de l'ombre.
	15	34	16 L'ombre à Proclus. L'ombre eſt très-mal terminée; ce qui vient peut-être de la grande clarté du jour qui affoibliſſant la lumiere de la Lune, étoit cauſe que le terme de l'ombre n'étoit pas ſi ſenſible, comme elle auroit été, ſi la Lune avoit eu tout ſon éclat.
	15	36	45 Fin entiere de l'Eclipſe.

Outre le paſſage de l'ombre par les Taches principales que nous avons obſervé, nous remarquions encore le progrès de l'Eclipſe par les doigts éclipſés de la maniere ſuivante, autant qu'il nous a été permis par le temps.

La grandeur de l'Eclipſe.

Lorſque la Lune entroit dans l'ombre.		Lorſqu'elle en ſortoit.	
A 12h 22′ 26″	— 1d 24′	2h 31′ 18″	— 11d 30
12 26 40	— 2 13	2 33 40	— 10 49
12 30 0	— 2 42	2 37 20	— 10 16
12 38 0	— 4 25	2 41 10	— 10 0
12 42 10	— 5 5	2 44 30	— 9 25
12 46 0	— 5 54	2 56 45	— 7 6
12 50 0	— 6 15	2 59 20	— 6 36
12 52 16	— 7 0	3 12 48	— 4 9
12 2 0	— 8 38	3 19 0	— 3 9
12 5 20	— 9 17	3 24 34	— 1 45
12 8 10	— 9 42	3 27 30	— 1 11
12 11 0	—10 14	3 30 0	— 0 28
12 14 30	—10 38	3 33 0	— 0 16
12 17 30	—11 12		

En comparant le commencement de l'Eclipſe avec la fin de l'Immerſion, on trouve 1h 8′ 0″ pour le temps que la Lune a employé à entrer dans l'ombre, & par la comparaiſon du commencement de l'Emerſion avec la fin de l'Eclipſe on a 1h 9′ 7″ pour le temps que la Lune a employé à ſortir de l'ombre; & par la comparaiſon de la fin de l'Immerſion totale avec le commencement de l'Emerſion, on a le temps que la Lune a été entierement éclipſée de 1h 3′ 18″, & le temps du commencement de l'Eclipſe comparé à celui de la fin, donne la durée entiere de l'Eclipſe de 3h 20′ 25″.

OBSERVATION
DE L'ECLIPSE DE LUNE
Du 29 Juin 1722.

Faite à l'Obſervatoire Royal en preſence de ſon Eminence Mgr. le Cardinal de Polignac.

Par M. CASSINI.

NOUS avons eu le temps très-favorable pour l'Obſervation de cette Eclipſe, le Ciel qui étoit chargé de vapeurs le 28 Juin au coucher du Soleil, s'étant entierement éclairci vers le minuit. On appercevoit alors vers le bord oriental de la Lune une penombre qui augmenta de denſité, & on ſe prépara à obſerver l'Eclipſe avec une Lunette de 8 pieds montée ſur la machine parallactique, & garnie à ſon foyer de reticules paralleles entr'eux, pour déterminer la grandeur de l'Eclipſe.

A 0h 16′ 37″ La Lune commence à s'éclipſer.
0 24 22 L'ombre au commencement d'Ariſtarque.
0 24 54 Ariſtarque entierement dans l'ombre.

* 1 Juillet 1722.

0	33	37	L'ombre au commencement de Gaſſendi & à Hélicon.
0	35	6	L'ombre au commencement de Copernic.
0	37	11	Copernic entierement dans l'ombre.
0	38	57	L'ombre à Platon.
0	44	22	L'ombre à Capuanus.
0	46	2	L'ombre à Bouillaud.
0	46	32	L'ombre au commencement du ſinus moyen.
0	47	22	L'ombre au commencement d'Eudoxe & d'Ariſtote.
0	49	53	L'ombre au commencement de Manilius.
0	50	53	Manilius entierement dans l'ombre.
0	52	3	L'ombre au commencement de Menelaüs.
0	55	33	L'ombre au commencement de Tycho.
0	57	6	L'ombre au milieu de Tycho & de Pline.
0	58	9	L'ombre à la fin de Tycho.
1	3	44	L'ombre au Promontoire aigu.
1	6	31	L'ombre au commencement de la Mer Caſpienne.
1	11	45	L'ombre à la fin de la Mer Caſpienne.
1	16	16	L'ombre à Langrenus.
1	23	46	Immerſion totale de la Lune dans l'ombre de la Terre.

On voyoit pendant l'Obſervation la partie de la Lune éclipſée, d'un brun tirant ſur le rouge à diverſes nuances, la partie ſeptentrio-

trionale étant beaucoup moins éclairée que la partie meridionale, ce qui provenoit de ce que l'Eclipſe, quoi-que totale, n'étoit pas centrale, car la Lune étant alors plus meridionale que le centre de l'ombre de la Terre qui eſt ſur l'Ecliptique, il ſuit que ſa partie ſeptentrionale étoit plus enfoncée dans l'ombre que ſa partie meridionale, qui par conſequent devoit être plus éclairée. La lumiere qui étoit vers la partie occidentale de la Lune, où avoit paru l'Immerſion, paſſa enſuite ſucceſſivement vers le bord oriental, où devoit paroître l'Emerſion, en parcourant le demi-cercle inferieur de la Lune; &

A	2h 27′ 20″	Nous obſervâmes le commencement de l'Emerſion de la Lune de l'ombre de la Terre.
	2 32 44	Schikardi eſt entierement ſorti de l'ombre.
	2 38 35	Le milieu de Platon eſt ſorti de l'ombre.
	2 39 35	Grimaldi eſt entierement ſorti de l'ombre.
	2 45 22	Galilée & Tycho ſont ſortis de l'ombre.
	2 52 56	Ariſtarque commence à ſortir.
	2 53 57	Ariſtarque eſt entierement ſorti.
	2 59 41	Copernic commence à ſortir.
	3 1 9	Copernic eſt entierement ſorti.
	3 4 16	L'ombre à Heraclides.
	3 8 12	L'ombre à Helicon.
	3 14 34	Manilius eſt entierement ſorti de l'ombre.
	3 17 54	Menelaus commence à ſortir.
	3 21 55	Pline commence à ſortir.

3 35 41 Fin de l'Eclipſe.

On eut de la peine à diſtinguer la fin de l'Eclipſe, à cauſe que le crepuſcule étoit déja fort grand.

Suivant cette Obſervation la durée totale de l'Eclipſe a été de $3^h\ 19'\ 4''$, & la durée de l'Immerſion de la Lune dans l'ombre de $1^h\ 3'\ 34''$.

Nous avons auſſi déterminé par le moyen des reticules la grandeur de l'Eclipſe en differents temps, que nous avons réduite en doigts en cette maniere.

A	0h	16′	37″ Commencement.
	0	18	32 Un demi-doigt.
	0	20	28 Un doigt.
	0	26	18 Deux doigts.
	0	28	40 Deux doigts & demi.
	0	30	48 Trois doigts.
	0	35	56 Quatre doigts.
	0	41	2 Cinq doigts.
	0	46	36 Six doigts.
	0	52	8 Sept doigts.
	0	57	48 Huit doigts.
	1	3	34 Neuf doigts.
	1	10	16 Dix doigts.
	1	16	59 Onze doigts.
	1	23	46 Immerſion totale.
	2	27	20 Commencement de l'Emerſion.
	2	33	45 Un doigt.
	2	40	38 Deux doigts.
	2	46	55 Trois doigts.
	2	52	33 Quatre doigts.

2	58	8	Cinq doigts.
3	3	57	Six doigts.
3	9	14	Sept doigts.
3	14	34	Huit doigts.
3	20	28	Neuf doigts.
3	25	23	Dix doigts.
3	31	20	Onze doigts.
3	35	41	Fin de l'Eclipſe.

SUITE
DE L'ETABLISSEMENT
DE
NOUVEAUX CARACTERES DE PLANTES.

Par M. VAILLANT.

CLASSE
DES DIPSACE'ES.

*LE terme de *Dipſacées*, duquel nous nous ſervons pour exprimer cette claſſe de Plantes, vient de *Dipſacus*, Δίψακος, qui eſt le nom que porte le premier des vingt-ſept genres qu'elle renferme ſous quatre ſections.

*. 10. Decembre 1721.

CARACTERE GENERAL.

Les Dipſacées ſont des Plantes dont la tige eſt, ou a été accompagnée de feuilles oppoſées; & quand il arrive que cette tige ſe diviſe, ſes diviſions gardent ordinairement entre elles, de même que les feuilles qui en ſortent, un ordre ou arrangement pareil à celui des feuilles de la tige. Toutes ces Plantes portent des fleurs complettes & hermaphrodites, excepté toutefois certaines eſpeces d'un ſeul genre où ces parties ſont effleurées, c'eſt-à-dire ſans petales. L'ovaire qui accompagne chaque fleur, ſoit qu'elle porte deſſus, ſoit qu'elle le contienne, devient, après qu'elle eſt paſſée, & quand il n'avorte pas une capſule, une baye, ou un fruit monoſperme.

SECTION I.

Des Dipſacées dont la fleur eſt complette, monopetale & irréguliere, & dont l'ovaire qui la porte, devient une capſule.

GENRE I.

Dipſacus. *Chardon-à-carder, ou Cuvette-de-Venus.*

* La *Cuvette-de-Venus* porte des fleurs irrégulieres ramaſſées en maniere de tête, le plus ſouvent conique 2, dont la baſe eſt garnie

* Ananthopetalos.
2 *Planche* I.

nie d'une fraiſe à rayons ordinairement ſaillans *a*, *a*, *a*, *a*. Ces fleurs ſont ſéparées les unes des autres par de longues bales taillées en becquillon aigu 7: & ces bales qui heriſſent un placenta pyramidal, forment entre elles des alveoles. Chaque fleur 5, 8, eſt un tuyau dont le bout anterieur *a* s'évaſe & ſe découpe ordinairement en quatre parties inégales, de ſorte, qu'elles ſemblent repreſenter un oiſeau volant. Le bout poſterieur du tuyau eſt emboité dans un calice *b* à quatre pans, lequel ſurmonte un étui *c* où cet ovaire eſt enfermé. Cet étui qui eſt plongé au foud d'un des alveoles dont on a parlé, devient un quarré oblong *b Fig.* 6. ſur chaque côté duquel regnent, d'un bout à l'autre, deux ſillons. On peut ajoûter que les feuilles qui partent de chaque nœud de la tige, forment par l'union de leur baſe & leur concavité, comme des gondoles ou petits bateaux enfilés & matés par cette tige.

Dipſacus vient du mot Grec διψάω, ſitio, *j'ai ſoif*; parce que l'eau qui ſe ramaſſe dans les gondoles que forment les feuilles qui accompagnent la tige des Plantes de ce genre, ſemble être deſtinée à les deſalterer.

Les eſpeces de Cuvette-de-Venus & leurs varietés ſont,

1. Dipſacus ſativus. B. Pin. 385. & *I. R. H.* 466. *Labrum Veneris s. Dipſacus. Matth.* 661. *Gallicè* Chardon-à-carder ou à-Bonnetier.
   j. Idem non ſpinoſus.
   ij. Idem caule lato, contorto & concavo. R. Hiſt. 1. 381. 1.

2. Dip-

2. Dipſacus folio laciniato. B. Pin. 385. & *I. R. H.* 466.

j. Idem foliis ex adverſo ternis.

3. Dipſacus ſylveſtris. Dod. 735. *Sylveſt. aut Virga Paſtoris major. B. Pin.* 385. & *I. R. H.* 466.

4. Dipſacus Indicus, maximus, pluribus capitulis racematim diſpoſitis. Ambr. Phytol. 201.

GENRE II.

Succiſa. *Mors-du-Diable, ou Remors.*

* Le *Remors* differe de la Cuvette-de-Venus, principalement en ce que les feuilles qui ſortent de la tige, pour être à queuë ou trop étroites par le bas, ne forment point de gondolés. D'ailleurs il en differe encore, 1. par ſes têtes qui, dans certaines eſpeces, ſont hemiſpheriques, & qui, dans d'autres eſpeces, ſont en toupie. 2. Que dans celles-là, la baſe des têtes n'eſt que peu ou point du tout débordée par les découpures ou rayons de la fraiſe dont elle eſt garnie; & que dans celles-ci, il ne ſe rencontre point de fraiſe mais ſeulement quelques écailles qui plaquent le bas de leur tête. 3. Que les bales qui heriſſent le placenta, ne ſurpaſſent preſque point le bout des étuis qu'elles ſéparent. 4. Qu'enfin les ſemences étant meures, l'étui 10 de l'ovaire eſt alors ordinairement renflé vers ſa partie moyenne, excepté neanmoins celui de la premiére eſpece de ce genre, dans laquelle

* *Planche I.*

quelle il faut auſſi remarquer que le calice n'eſt point à quatre pans comme dans les autres eſpeces, mais que c'eſt une petite coupelle dont le bord eſt rayonné de quatre à cinq pointes.

On a donné le nom de *Succiſa* à ce genre, parce que la racine de la premiére eſpece ſemble avoir été rongée, ou tronquée.

Les eſpeces de Remors & leurs varietés ſont,

1. Succiſa officinarum, flore cæruleo. *Succiſa glabra & hirſuta. B. Pin.* 269. *Scabioſa fol. integro, glabro & hirſuto, fl. cærules. I. R. H.* 466.

j. Eadem flore incarnato. *Scabioſa fol. integro, fl. incarnato. I. R. Herb.* 466. *Succiſa fl. carneo. Scot. Illuſt.* 2. 51.

ij. Eadem flore albo. *Scabioſa fol. integro, fl. albo. I. R. H.* 466. *Succiſa fl. albo. Scot. Illuſt.* 2. 51. *Succiſa hirſuta, candida. Flor. Pruſſ.* 263.

iij. Eadem capite prolifero, flore cæruleo. *Scabioſa fol. integro, flore cæruleo, prolifero. I. R. H.* 466. *Succiſa s. Morſus Diaboli, fl. cæruleo, prolifera. Flor. Quaſim.* 47.

iv. Eadem foliis profundè inciſis. *Succiſa glabra & hirſuta, cærulea, foliis laciniatis. B. Pin.* 269. *Succiſa hirſuta, cærulea, foliis inciſis & laciniatis, Flor. Pruſſ.* 263. *Succiſa anguſtifolia, paluſtris Triumf. Obſ.* 76.

2. Suc-

2. Succiſa hirſuta, Lapathi folio, flore albo. *Dipſacus ſylveſtris, capitulo minore, vel Virga Paſtoris, minor. B. Pin.* 385. *Virga Paſtoris vulgaris. J. B.* 3. *lib.* 25. *p.* 75. *Virga Paſtoris. Matth.* 663.

3. Succiſa annua, foliis oblongis dentatis, flore ſubcæruleo. *Scabioſa fruticans, latifolia, floribus ad cæruleum inclinantibus. B. Pin.* 269. & *I. R. H.* 464.

j. Eadem flore albo. *Scabioſa fruticans, latifolia, alba. B. Pin.* 269. & *I. R. H.* 464. *Scabioſa maxima, dumetorum, fol. non laciniato. J. B.* 3. *lib.* 25. *p.* 10. quoad Icon.

4. Succiſa annua, Perſicæ folia, flore amethyſtino. *Scabioſa Syriaca, annua, flore cæruleo*, Syvan *ex Syria dicta. Boerh. Ind. alt.* 1. 129.

5. Succiſa Globulariæ folio, ſubtùs incano. *Scabioſa ſicula, fruticans, Laureolæ folio, ſubtùs incano. I. R. H.* 465. *Scabioſa Cophanenſis, fruticans, cærulea, Laureolæ folio, craſſo, rotundo, lucido, molli, ſubtùs incano. H. Cath.* 196. *R. Hiſt.* 3. 238. *n.* 53.

6. Succiſa annua, foliis Agrimoniæ nonnihil ſimilibus. *Scabioſa altiſſima, annua, fol. Agrimoniæ nonnihil ſimilibus. H. L. Bat.* 539. & *I. R. H.* 464. *Scabioſa Agrimoniæ foliis, elatior, Virginiana, Pluk. Alm.* 334. *Scabioſa altiſſima, cærulea, Agrimoniæ ſ. Centaurii majoris foliis Pſyllii capitulis lævibus. H. Cath. Supp. alt.* 79.

7. Succiſa Iberia, annua, flore ochroleuco. *Scabioſa Orientalis, maxima, hirſutiſſima,*

ma, flore flaveſcente. Cor. I. R. Herb. 35.

8. Succiſa perennis, Fraxinellæ foliis. *Scabioſa Fraxinellæ foliis. I. R. H. App.* 666.

9. Succiſa Alpina, perennis, ampliſſimo Valerianæ ſylveſtris folio. *Scabioſa Alpina, fol. Centaurii majoris. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464.

10. Succiſa Iberia, Valerianæ folio, flore flaveſcente. *Scabioſa Orientalis fol. Centaurii majoris, ſubhirſutis, fl. maximo flaveſcente. Cor. I. R. H.* 34.

11. Succiſa Armenia, Valerianæ folio, rigido, flore flaveſcente. *Scabioſa Orient. fol. Centaurii majoris, glabris & rigidis. Cor. I. R. H.* 34.

12. Succiſa perennis, glabra, laciniata, flore albido, majore. *Scabioſa flore globoſo niveo. B. Pin.* 270. *Scabioſa glabra, fol. rigidis viridibus. J. B.* 3. *lib.* 25. *p.* 8. *Scabioſa Calidarum Regionum ſimilis; folio latiore. Boerh. Ind.* 1. 47. *n.* 11.

13. Succiſa perennis, glabra, laciniata, flore albido, minore. *Scabioſa fruticans, anguſtifolia, alba. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464. *Scabioſa alba, Belgicorum hortorum. Cluſ. Hiſt. iiij.*

GENRE III.

Scabioſa. *Scabieuſe.*

* La *Scabieuſe* porte des fleurs 11, 12, 13, ſemblables à celles du Remors & de la Cuvet-

* *Planche* I.

vette-de-Venus 5, 8. Dans la pluſpart des eſpeces ces fleurs ſont ramaſſées en têtes hemiſpheriques 1, 3, dont la baſe eſt garnie d'une fraiſe 9 découpée en rayons. Mais on peut dire que dans les autres eſpeces, les fleurs *a*, *a*, *a*, *a*, *Fig.* 4. ſont diſpoſées en petales d'Oeillet, vû que leurs tuyaux ſont plongés dans un fourreau oblong *b*. Le bas bout de chaque tuyau eſt engagé dans un calice frangé *a Fig.* 11, 12, 13, 14, & 15, ou découpé en pointes de couronne antique. Ce calice termine l'ovaire, & en ſurmonte l'étui *b Fig.* 14 & 15. Enfin cet étui devient oblong 16: il eſt comme anguleux dans certaines eſpeces, applati dans les autres, & articulé avec ſes ſemblables ſur un placenta *a Fig* 9, heriſſé de poils.

Scabioſa vient de ſcabies, *gale*; parce qu'on prétend que la Scabieuſe ordinaire guerit cette maladie à laquelle ſes feuilles ſont quelquefois ſujettes.

Les eſpeces de ce genre & leurs varietés ſont,

1. Scabioſa officinarum, flore purpuro-cæruleo. *Scabioſa pratenſis, hirſuta, quæ officinarum. B. Pin.* 269. & *I. R. H.* 464.
j. Eadem flore carneo. *Scabioſa Nebrodenſis, Succiſæ hirſutæ laciniatæ foliis, flore carneo. H. Cath.* 191. & *Supp. alt.* 79. *I. R. H.* 465.
ij. Eadem capitis baſi ampliſſimis radiis circumvallata.
iij. Eadem flore albo. *Scabioſa pratenſis, fl. albo. Flor. Jenenſ.* 211.

ij. Ea-

iv. Eadem capite prolifero.

v. Eadem integrifolia *Scabiosa major, communior, hirsuta, folio non laciniato. J. B. 3. lib. 25. p. 2.*

2. Scabiosa hirsuta, multifida, Alpina, repens. Bocc. Mus. 2. 22. Tab. 6. & *I. R. H.* 465. Item, *Scabiosa major, fl. ex cæruleo purpureo. I. R. H.* 464. & *Tabern. Icon.* 158.

3. Scabiosa glabra, Valerianæ sylvestris folio. *Scabiosa folio Sinapi sylvestris. B. Pin.* 270. *Scabiosa Pannonica, laciniata, rubro flore. Hist. Oxon.* 3. 45. *n.* 6. *Tab.* 13. *sect.* 6. *n.* 6.

4. Scabiosa folio integro, Cæsalpini. J. B. 3. lib. 25. p. 2. Fig. 3. *Scabiosa montana, latifolia, non laciniata, rubra & prima B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464.

5. Scabiosa Dipsaci folio. *Scabiosa latifolia, rubra, non laciniata secunda. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464. Item, *Scabiosa Virgæ Pastoris folio. B. Pin.* 270. & *I. R. Herb.* 464.

6. Scabiosa annua, integrifolia, sive foliis Bellidis. Bot. Monsp. 231. & *I. R. H.* 465. Item, *Scabiosa minima, annua, erecta, semine anguloso. H. R. Blef.* 304. & *I. R. Herb.* 465.

7. Scabiosa cærulea, fistulosa, Centaurii majoris folio. R. Hist. 3. 234.

8. Scabiosa altissima, segetum, *H. Rom. Sapien. Triumf.* R. Hist. 3. 236. n. 35.

9. Scabiosa Orientalis, Caryophylli flore. *D. Sherard. Scabiosa Orient. Pseudo-Melanthii flore. Petiv. Bot. Hort. Lychni-Scabiosa flore rubro, annua, Boerh. Ind. alt.*

alt. 1. 131.

GENRE IV.

Aſterocephalus. *Tête-étoilée.*

* La *Tête-étoilée* porte des fleurs ramaſſées en tête oblongue, ou hemiſpherique 19, dont la baſe eſt garnie d'une fraiſe à rayons *a*, *a*, *a*, *a*. Chaque fleur 17 eſt un tuyau évaſé & decoupé par le haut bout en cinq parties, quatre deſquelles ſont oppoſées par paires d'inégale grandeur, & ſemblent repreſenter avec la cinquiéme qui eſt la plus ample, un oiſeau volant qui auroit deux têtes. Le bas bout du tuyau eſt engagé dans un calice *a* à cinq pointes, & qui, après que la fleur eſt paſſée, repreſente une étoile *a Fig.* 21. Cette étoile termine un ovaire *b Fig.* 21, & ſe trouve placée dans une tremie de gaze rayée 18, ou ſi l'on veut, dans un pavillon *a* d'entonnoir 20 dont le tuyau *b* ſert d'étui à l'ovaire *b Fig.* 21. On peut ajoûter que dans la pluſpart des eſpeces le haut bout de ce tuyau *b Fig.* 20. eſt canelé ou creuſé dans ſon contour d'un rang de niches, ou fauſſes lucarnes; & que le placenta eſt chargé de bales dans chacune deſquelles *c Fig.* 20 un ovaire eſt niché.

Aſterocephalus vient des mots Grecs ἀστὴρ, *étoile*; & de κεφαλὴ, caput, *tête*: parce qu'après la chûte des fleurs, la tête des Plantes de ce genre eſt toute parſemée d'étoiles.

Les eſpeces de Tête-étoilée & leurs varietés ſont,

1. Aſterocephalus vulgaris, flore cæruleo. *Sca-*

* Planche 1.

Scabiosa capitulo globoso, major. B. Pin. 270 & *I. R. H.* 465. Item, *Scabiosa mont. glabra, foliis Scabiosæ vulgaris. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464. Item, *Scabiosa capitulo globoso, minor. Turnef. Hist. Par.* 141. *Phyteuma Dioscoridis. Col. Phytob.* 99. *Scabiosa glabra, carnosis foliis virentibus. Par. Bat. Icon.* 221. *Scabiosa n.* 18. 20. & 21. *Hist. Oxon.* 3 *pag.* 47. & 48.

j. Idem flore carneo. *Scabiosa minor, vulgaris, floribus carneis. Hist. Oxon.* 3. 48. *n.* 21.

ij. Idem flore cinereo. *Scabiosa tenuifolia, flore cinereo. H. Eyst.*

iij. Idem flore albo. *Scabiosa minor, vulgaris, floribus albis. Hist. Oxon.* 3. 48. *n.* 21.

iv. Idem capite prolifero.

2. Asterocephalus folio molli, incano, laciniato, flore incarnato. *Scabiosa fol. molli, incano, fl. incarnato,* Amati. *Boerh. Ind. alt.* 1. 130. *n.* 25.

3. Asterocephalus Orientalis, anguſtifolius, laciniatus, tomentoſus. *D. Sherard.*

4. Asterocephalus ſubincanus, Sophiæ foliis. *Scabiosa minor, iiij. Tabern. Icon.* 162. *Scabiosa capitulo globoso, fol. in tenuissimas lacinias divisis. B. Pin.* 271. *Scabiosa capitulo globoso, minor.* C. B. Pin. *I. R. Herb.* 465. ſed malè.

5. Asterocephalus minor, foliis variis, flore odorato. *Scabiosa minor, capitulo, odoro, globoso. B. Pin.* 277. & *I. R. H.* 465. *Phyteuma Col. Phytob.* 2. 31. *Scabiosa mont. repens, Valerianæ æstivæ foliis,*

longius radicata, fl. dilutè rubro, odorato. Bocc. Muſ. 2. 51. Tab 46.

6. Aſterocephalus Rutæ caninæ foliis, flore ochroleuco. *Scabioſa multifido folio, flore flaveſcente. B. Pin. 270. & I. R. H. 464. Scabioſa maritima, Rutæ caninæ foliis. Barr. Obſ. n. 1038.* Item, *Scabioſa ſulfurea, inciſis foliis, Polonica. Barr. Obſ. n. 1036.* Item, *Scabioſa anguſtifolia alba altera. B. Pin. 270. & I. R. H. 464.*

7. Aſterocephalus minor, glaber, Nardi montani foliis. *Scabioſa capitulo globoſo, minor. B. Pin. 270. Scabioſa j. ij. & iij. Tabern. Icon. 160. & 161. I. R. H. 465.*

8. Aſterocephalus Alpinus, minimus, Globulariæ foliis. *Succiſa Alpina, Globulariæ foliis. Triumf. Obſ. 78.*

9 Aſterocephalus tomentoſus, cinereus, foliis diſſectis. *Scabioſa Pyrenaica, cinerea, villoſa, magno flore. I. R. H. 465. Scabioſa Alpina, ſaxatilis, incana & tomentoſa, fol. diſſectis, fl. ex cæruleo purpuraſcente.* D. Micheli. *Scabioſa fruticans, Salviæ foliis.* H S. J. Neapoli *R. Hiſt. 3. 236. n. 33. Scab. incana, ſaxatilis, Salviæ folio, Neapolitana. Bocc. Muſ. App. pag. 12.*

10. Aſterocephalus Armenius, Artemiſiæ foliis cinereis, flore flaveſcente. *Scabioſa Orient. tenuiſſimè laciniata, flore magno flaveſcente. Cor. I. R H. 35.*

11. Aſterocephalus Afer, fruteſcens, maximus. *Scabioſa Africana, arboreſcens, maxima, fol. rugoſis & crenatis, integris, major. Prod. Par. Bat. 373 & I. R. H. 465.*

Scab.

Scab. Africana fruteſcens. Par. Bat. Icon. 219. & *Boerh. Ind. alt.* 1. 128.

j Idem capite prolifero.

12. Aſterocephalus Afer, fruteſcens, maximus, foliis ſaturatè viridibus. *Scabioſa Africana, fruteſcens, maxima, fol. rugoſis & crenatis, minor. Par. Bat. deſcr.* 220. & *Boerh. Ind. alt.* 1. 128. *Scabioſa minor, Æthiopica, fruteſc. fol. lanuginoſis, fl. cæruleo purpuraſcente Breyn, Prod.* 2. 88. cum Fig.

13. Aſterocephalus Armenius, annuus, hirſutus, capite oblongo. *Scabioſa Orientalis, villoſa, flore ſuaverubente, fructu pulchro oblongo. Cor. I. R. Herb.* 35.

j. Idem flore albo. *Scabioſa Orient. villoſa; fl. albo, fructu pulchro oblongo. Cor. I. R. H.* 35.

14. Aſterocephalus Armenius, hirſutus, tenuiſſimè laciniatus, flore candicante. *Scabioſa Orientalis, hirſuta, tenuiſſimè, laciniata, flore parvo, candicante. Cor. I. R. H.* 34.

j. Idem flore purpureo. *Scabioſa Orient. hirſuta, tenuiſſimè laciniata, flore parvo, purpureo. Cor. I. R. H.* 34.

15. Aſterocephalus perennis, argenteus, laciniatus, caule tenui eburneo *Scabioſa Orient. argentea, fol. inferiorib. inciſis. Cor. I. R. H.* 34. *Scabioſa tenuifolia, mont. caule eburneo. Bocc. Muſ. App. pag.* 12.

16. Aſterocephalus annuus, foliis imis Senecionis retuſis. *Scabioſa Sicula, Cardiacæ folio. I. R. H.* 465. *Scabioſa Alpina, hirſuta, Hieracii folio, capſulis è geniculo*

prodeuntibus. Bocc. Muſ. 2. 167. *Tab* 120.

17. Aſterocephalus annuus, ruber, capite oblongo. *Scabioſa peregrina, rubra, capitulo oblongo. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464.

j. Idem flore carneo. *Scabioſa peregrina, capitulo oblongo. fl. carneo. H. R. Par.* & *I. R. H.* 464.

ij. Idem flore albo. *Scabioſa Stœbes folio, flore albo. H. Cath. ſupp.* 3. *R. H.* 3. 238. *n.* 54.

iij. Idem flore variegato. *Scabioſa peregrina, capitulo oblongo, flore variegato. H. R. Par.* & *I. R. H.* 464.

iv. Idem flore atropurpureo. *Scabioſa peregrina, capitulo oblongo, fl. atropurpureo. H. R. Par. Scabioſa peregrina, capitulo oblongo, nigricante, odore Zibethi. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 465.

v. Idem flore atropurpureo, capite prolifero. *Scabioſa Indica, prolifera. H. Edinb.* & *I. R. H.* 465.

vj. Idem flore atropurpureo, capite dupliciter prolifero. *Scabioſa Indica, dupliciter prolifera, Muntingii. Hiſt. Oxon.* 3. 48. *n.* 28.

vij. Idem flore purpuro-cæruleo, capite prolifero. *Scabioſa prolifera, folio latiore. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464.

18. Aſterocephalus Luſitanicus, capite oblongo. *Scabioſa Cæſalpini H. Sicc. Scabioſa Luſitanica, Indicæ ſimilis. I. R. H.* 465. *Scab. peregrina. integris ſ. Bellidis, foliis, altera. Barr. Obſ. n.* 1040. *Icon.* 223.

19. Aſte-

19. Aſterocephalus annuus, folio oblongo, capite pulchro, globoſo. *Scabioſa Hiſpanica, ampliſſimo folio. I. R. H.* 465. *Scabioſa peregrina, integris & acutis foliis. Barr. Obſ. n.* 1039. *& Icon.* 224.

20. Aſterocephalus major, annuus, laciniatus, capite pulchro, globoſo. *Scabioſa ſtellata, folio laciniato, major. B. Pin.* 271. & *I. R. H.* 465.

21. Aſterocephalus minor, annuus, laciniatus, capite pulchro, globoſo. *Scabioſa ſtellata, fol. laciniato, minor, s. maritima. B. Pin.* 271. & *I. R. H.* 465. *Scabioſa cum pulchro ſemine, minor. J. B.* 3. *lib.* 25. 7.

22. Aſterocephalus minimus, laciniatus, capite pulchro, globoſo. *Scabioſa ſtellata, minima. B. Pin.* 271. & *I. R. H.* 465. Item, *Scabioſa maritima, parva. J. B.* 3. *lib.* 25. *p.* 7. & *I. R. H.* 465.

23. Aſterocephalus annuus, humilis, integrifolius. *Scabioſa ſtellata, annua, prolifera. A. R. Par.* 109. & *I. R. H.* 465. *Scab. ſtellata, humilis, integrifolia, prolifera. Par. Bat.* 223. *Scabioſa Hiſpan. procumbens, fol. integris, prolifera, Pluk. Alm.* 334. *Scab. prolifera, foliacea, ſemine membranaceo, majore. Hiſt. Oxon.* 3. 50. *n.* 41.

24. Aſterocephalus fruteſcens, Leucoii folio. *Scabioſa ſtellata, folio non diſſecto. B. Pin.* 271. & *I. R. H.* 465. Item, *Scabioſa Cretica, fruteſcens, Auriculæ Urſifolio. Cor. I. R. H.* 34.

25. Aſterocephalus, fruteſcens, Leucoii folio, longiore, anguſto. *Scabioſa ſtellata,*

fruteſc. Leucoii folio, minor, unâ, alterâve crenâ inciſo. Flor. 2. 56. & *Boerh. Ind. alt.* 1. 129. *n.* 17. *Scabioſa fruteſc. foliis Leucoii hortenſis.* H. Cath. *I. R. H.* 465. & *R. Hiſt.* 3. 235. *n.* 17.

26. Aſterocephalus argenteus, Graminifolius, flore cæruleo. *Scabioſa argentea, anguſtifolia. B. Pin.* 270 & *I. R. H.* 464. *Scab. argentea, arborea, anguſtifolia, flore cæruleo. Schol. Bot.* 207.

j. Idem flore carneo. *Scabioſa arborea, anguſtifolia fl. carneo. Schol. Bot.* 207.

ij. Idem Gramineis foliis glabris. *Scabioſa Gramineis foliis glabris. H. R. Bleſ.* 304. & *I. R. H* 465.

27. Aſterocephalus Iberius, Scorzoneræ folio. *Scabioſa Orientalis, Scorzoneræ folio, flore maximo, leucophæo. Cor. I. R. H.* 35.

GENRE V.

Pterocephalus. *Tête-aigrettée.*

*La *Tête-aigrettée* porte des fleurs qui, par leur ſtructure, leur forme & leur diſpoſition, reſſemblent parfaitement ou à celles de la Tête-étoilée, ou à celles de la Scabieuſe. Chaque fleur eſt engagée par le bas, dans un calice qui termine l'ovaire, & qui eſt découpé juſques vers ſon fond en dix ou en un plus grand nombre de plumes, ou de rayons barbus *a Fig.* 23, & 24. L'étui de l'ovaire eſt à peu-près le même que dans la Tête étoilée. Il eſt articulé avec ſes ſemblables ſur un placen-

* Planche I.

centa qui ſe trouve ras dans certaines eſpeces, & qui, dans les autres, eſt chargé de bales, entre leſquelles ces étuis ſont nichés.

Pterocephalus vient des mots Grecs πτερὸν, pluma, *plume*; & de κεφαλὴ, caput, *tête*: parce qu'après la chûte des fleurs des Plantes de ce genre, la tête qui les portoit eſt chargée d'aigrettes de plumes.

Les eſpeces de Tête-aigrettée ſont,

1. Pterocephalus annuus, latifolius. *Scabioſa Cretica, capitulo pappos mentiente. Cor. Inſt. R. Herb.* 34.
2. Pterocephalus perennis, humilis, laciniatus & incanus. *Scabioſa Orient. fruteſcens, humillima, Burſæ Paſtoris folio, incano, capite magno.* D. Sherard.
3. Pterocephalus Achilleæ foliis. *Scabioſa mont. fruticoſa, reclinata, Achilleæ naſcentis foliis.* H. Cath. *I. R. H.* 465. *Scabioſa repens, Chamæmeli folio, montana. Bocc. Muſ. App. p.* 12.

GENRE VI.

Diototheca. *Double oreille.*

* La *Double-oreille* porte des fleurs irrégulières & verticillées. Chaque fleur 1, 2, eſt un tuyau terminé par le haut en maniere de gueule beante, dont la babine ſuperieure eſt ordinairement découpée en deux parties & l'inferieure en trois. Le bas bout du tuyau eſt engagé dans un calice *b Fig.* 2 & 9 fendu

* *Planche* 2.

en deux lobes opposés & taillés comme en oreilles d'âne. Ce calice couronne un ovaire *a Fig.* 2 & 9 contenu dans une gaîne 8, *ou b Fig.* 1, en cornet bordé d'aiguillons, & dans laquelle cet ovaire devient une capsule solide & monosperme 10, *a ou b.*

Diototheca vient des mots Grecs δις, bis, *deux*; de ους, ωτος, auris, *oreille*: & de θηκη, theca, *ovaire*: parce que l'ovaire des Plantes de ce genre porte deux oreilles.

Nous ne connoissons qu'une espece de Double-oreille.

1. Diototheca Carlinæ foliis ex adverso binis.
2. Eadem foliis ex adverso ternis. *Morina Orientalis, Carlinæ folio. Cor. I. R. H.* 48. & Voyage du Levant, 2. 181. *quoad descr.*
3. Eadem foliis ex adverso quaternis. *Morina Orientalis, Carlinæ folio.* Voyage du Levant, *quoad Icon.*

GENRE VII.

Valeriana. *Valeriane.*

* La *Valeriane* porte des fleurs irrégulières, éparpillées à la sommité de la tige, ou le long de ses menuës branches & de leurs rameaux. Chaque fleur 3, 4, 5, est un tuyau évasé par le haut, & découpé en cinq parties, dont quatre sont opposées par paires d'inégale grandeur, lesquelles semblent representer, avec la cinquiéme qui est la plus ample,

* Blanche 2.

ample, un oiſeau volant qui auroit deux têtes. Le bas bout du tuyau eſt engagé dans un calice en bourrelet *a Fig.* 6, qui termine l'ovaire, & qui, après que la fleur eſt paſſée, devient une couronne de plumes 7. L'ovaire eſt contenu dans un étui ou une enveloppe en forme de poire ou de caraffe *a Fig.* 3 *ou* 4, *ou b Fig.* 5, 6, 7, un peu applatie d'un côté, & ſillonnée de l'autre ſelon ſa longueur.

Valeriana vient, dit on, de *Valerius*, nom attribué à la perſonne qui, la premiére, mit en uſage quelque Plante de ce genre.

Les eſpeces de Valeriane & leurs varietés ſont,

1. Valeriana hortenſis. Dod. 349. *hortenſis; flore albo. Riv. Icon. Valeriana hortenſis, Phu folio Oluſatri Dioſcoridis.* B. *Pin.* 164. & *I. R. H.* 132. Item, *Valeriana Orient. anguſtifolia, florib. & radice Valerianæ hortenſis. Cor. I. R. H.* 6.
2. Valeriana tuberoſa. J. B. 3. lib. 27. p. 307. *Imp.* 656. *Cor. I. R. H.* 5. *Valeriana tuberoſa Imperati s. Telephii radice. Barr. Icon.* 825. Premier Nard de montagne, de Leon. *Lugd. Gall.* 805.
3. Valeriana Cretica, Filipendulæ radice. I. R. H. 131. *Nardus montana. Cluſ. Hiſt. lvj. Valeriana bulboſa J. B.* 3. *lib.* 27. *p.* 207. *Imper.* 659. *Nardus Cretica, Belli. Pon. Bald.* 49.
4. Valeriana major, ſylveſtris, foliis latioribus. Mor. Umb. 68. *Valeriana ſylveſt. major.* B. *Pin.* 164. & *I. R. H.* 132. Item, *Valeriana ſylveſtris, major, altera, fol.*

lucido. H. R. Par. & *I. R. H.* 132. *Valeriana Riv. Icon.* 1. *Phu Dioſcoridis. Col. Phytob.* 113.

5. Valeriana major, ſylveſtris, foliis anguſtioribus. Mor. Umb. 50. *Valeriana ſylveſt. major, montana. B. Pin.* 164. *ſylveſtris. Dod.* 350. *foliis anguſtioribus. Riv. Icon.*

6. Valeriana paluſtris, minor. B. Pin. 164. & *I. R. H.* 132. *Valeriana minor. Riv. Icon.*

7. Valeriana aquatica, minor, flore minore. R. Hiſt. 1. 389. & *I. R. H.* 132. *Valeriana flore exiguo. Riv. Icon.*

j. Eadem flore albo minore.

8. Valeriana Orientalis, Siſymbrii Mathioli folio. Cor. I. R. H. 6.

9. Valeriana Alpina, prima. B. Pin. 164. & *I. R. H.* 131. *Valeriana Alpina, minor & minima. Pluk. Alm.* 380. *Tab.* 231. *Fig.* 7. & 8.

10. Valeriana Alpina, minor. B. Pin. 165. & *I. R. H.* 132. Item, *Valeriana Alpina, Nardo Celticæ ſimilis. B. Pin.* 165. & *I. R. H.* 131. *Nardus montana, radice olivari. B. Bin.* 165. Item, *Nardus mont. radice oblonga. Ejuſd. Pin* 165.

11. Valeriana Orientalis, minima, flore leucophæo. Cor. I. R. H. 6.

12. Valeriana Alpina, Scrophulariæ folio. B. Pin. 164. & *I. R. H.* 131. Item, *Valeriana Alpina, altera. B. Pin.* 164. & *I. R. H.* 131.

13. Valeriana Alliariæ folio, flore albo. Cor. I. R. H. 6.

14. Valeriana montana, ſubrotundo folio. B. Pin.

Pin. 165. & *I. R. H.* 131. Item, *Nardo Celticæ ſimilis, inodora. B. Pin.* 165. *Valeriana Alpina, fol. integris, rad. repente, inodora. R. Hiſt.* 1. 389. & *I. R. H.* 131. *Pluk. Alm.* 380. Item, *Valeriana Alpina, parva, Nardo Celticæ ſimilis, inodora. Pluk. Alm.* 380. *Tab.* 232. *Fig.* 2.

15. Valeriana Alpina, minor, Spatulæ folio. *Valeriana Celtica. I. R. H.* 131. *Nardus Celtica Dioſcoridis. B. Pin.* 165. Item, *Nardus Celtica, altera. Ejuſd. ibid.* Itemque *Nardus ex Apulia. Ejuſd. ibid.*

16. Valeriana maxima, Pyrenaïca, Carcaliæ folio. *D. D. Fagon.* I. R. H. 131. *Valeriana Canadenſis. Riv. Icon.* Nard de montagne, ſecond, de Leon. *Lugd. Gall.* 805.

17. Valeriana Luſitanica, latifolia, annua, laciniata. I. R. H. 132. *Valeriana annua, latifolia, ad Valerianam foliis Calcitrapæ accedens. Hiſt. Oxon.* 3. 102. *n.* 8. *Valeriana annua, ſplendens, imis fol. integris, cæteris parum laciniatis, flore minore Pluk. Alm.* 381.

j. Eadem foliis ex adverſo ternis.

18. Valeriana foliis Calcitrapæ. B. Pin. 164. & *I. R. H.* 132. Item, *Valeriana ſylveſtris, fol. tenuiſſimè diviſis. B. Pin.* 165.

j. Eadem flore albo.

GENRE VIII

Valerianoïdes. *Eperonnée.*

* L'*Eperonnée* ne differe de la Valeriane qu'en

* *Plantæ 2.*

qu'en ce que le bas bout du tuyau de ſa fleur 11, 12, eſt armé d'une pointe d'éperon *a*; & que les découpures de ſon haut-bout ſont diſpoſées de maniere que l'oiſeau volant qu'elles ſemblent repreſenter, ſe trouve culbuté, ayant la queuë où celui de la fleur de Valeriane a ſes deux têtes.

Valerianoides eſt comme ſi on diſoit, *Plante qui a du rapport avec la Valeriane.*

Les eſpeces de ce genre & leurs varietés ſont,

1. Valerianoïdes latifolia, flore rubro. *Valeriana rubra. B. Pin.* 165. & *I. R. H.* 131. *Valeriana marina Riv. Icon.*
   j. Eadem flore albo. *Valeriana marina, latifolia, s. major, alba. Mor. Umb.* 50. & *I. R. H.* 131. *flore candido. Pluk. Alm.* 379.
   ij. Eadem foliis ex albo variis. *Valeriana folio ex albo & viridi vario Cimel. Reg.*
2. Valerianoïdes anguſtifolia, flore rubello, capſulâ majore. *Valeriana marina, anguſtiſſimo Linariæ folio. Hiſt. Oxon.* 3. 102. *n.* 17. *Valeriana rubra, anguſtifolia. B. Pin.* 165. & *I. R. H.* 131. *rubra, angustiis & longioribus foliis. Pluk. Alm.* 379.
   j. Eadem flore albo.
3. Valerianoïdes anguſtifolia, flore rubello, capſulâ minore. *Valeriana marina, anguſtifolia, s. minor, rubra. Mor. Umb.* 50. & *I. R. H.* 131.
   j. Eadem flore albo. *Valeriana marina, anguſtifolia, s. minor., alba. Mor. Umb.* 50. & *I. R. H.* 132.

GEN-

GENRE IX.

Valerianella. *Mache.*

* La *Mache* porte des fleurs ſemblables à celles de la Valeriane, & qui ſont diſpoſées comme en umbelles, ou en forme de têtes au ſommet des branches & de leurs rameaux. Chaque fleur 3 *ou* 13 poſe ſur un ovaire contenu dans un étui, ou une enveloppe qui n'eſt pas uniforme dans toutes les eſpeces; mais de quelque figure qu'elle ſoit, elle eſt toûjours terminée par pluſieurs pointes. *Voyez les Figures depuis* 14 *juſqu'à* 24, *en exceptant la* 16me. *qui eſt l'ovaire tiré de* la 15me. Cet ovaire devient enfin une capſule monoſperme qui reſte encloſe dans ſon étui.

Valerianella eſt un diminutif de *Valeriana*; comme ſi on diſoit, *petite Valeriane*.

Les eſpeces de Mache & leurs varietez ſont,

1. Valerianella vulgaris vel ſativa. *Valerianella arvenſis, præcox, humilis, ſemine compreſſo. Mor. Umb.* 55. *n.* 9. & *I. R. H.* 132. *Albus olus. Dod.* 647.
2. Valerianella foliis ſerratis. *Valerianella arvenſis, præcox, humilis, fol. ſerratis. I. R. H.* 132. Item, *Valerianella ſemine, umbilicato, nudo, rotundo. Mor. Umb.* 55. *n.* 5. & *I. R. H.* 132.
3. Valerianella ſerotina, altior. *Valerianella arvenſis, ſerotina, altior, ſemine turgidiori*

ri. Mor. Umb. 55. n. 10. & I. R. H. 132.

4. Valerianella ſemine umbilicato, nudo, oblongo. Mor. Umb. 55. n. 6. & *I. R. H.* 133.

5. Valerianella ſemine umbilicato, hirſuto, majore. Mor. Umb. 55. n. 7. & *Inſt. R. Herb.* 133.

6. Valerianella ſemine umbilicato, hirſuto, minore. Mor. Umb. 55. n. 8. & *I. R. H.* 133.

7. Valerianella calyce ſtellato, majore. *Valerianella ſemine ſtellato. B. Pin.* 165. & *I. R. H.* 133. Item, *Valerianella Scabioſæ ſemine, major, Luſitanica. Mor. Umb. 55. n.* 3. & *I. R. H.* 133.

8. Valerianella calyce ſtellato, minore. *Valerianella arvenſis, Scabioſæ ſemine, noſtras Mor. Umb. 55. n.* 4. *Pſeudovaleriana, annua, arvenſis, ſemine coronato, minore. Hiſt. Oxon.* 2. 104. *n.* 30.

9. Valerianella veſicaria. *Valerianella Cretica, fructu veſicario. Cor. I. R. H.* 6. & *Boerh. Ind. alt.* 1. 75. cum Fig. *Pſeudo-Valeriana, annua, Halepenſis, veſicaria. Hiſt. Oxon.* 3. 105. *n.* 38.

10. Valerianella Orientalis, fructu parvo, corniculato. Cor. I. R. H. 6.

11. Valerianella Cornucopioïdes, echinata. Col. 1. 206. & *I. R. H.* 133. *Valerianella echinata. B. Pin.* 165.

12. Valerianella flore rubro, capſulâ mitratâ. *Valerianella Cornucopioides, flore galeato. Mor. Umb. 55. n.* 1. & *Inſt. R. Herb.* 133. *Valerianella Cornucopioïdes. Riv. Icon.*

j. Eadem flore albo, capsulâ mitratâ. *Valerianella Cornucopioides, flore albo. Barr. Obs. n.* 135.

SECTION II.

Des Dipsacées dont la fleur est complette, monopetale & réguliére; & dont l'ovaire devient une capsule monosperme.

GENRE I.

Antanisophyllon. *Patagon.*

* Le *Patagon* porte ses fleurs ordinairement en bouquets, ou en forme d'ombelles à l'extremité des tiges & des branches. Chaque fleur *a Fig.* 25. est découpée en cinq parties égales dont le bout est le plus souvent échancré. Cette fleur pose sur un ovaire *b* en forme de cône renversé, lequel devient une capsule 26 solide, monosperme, & de la même forme, relevée de cinq angles selon sa longueur. On peut ajoûter que les feuilles des especes sont opposées par paires, & qu'une des feuilles de chaque paire est toûjours plus grande que l'autre.

Antanisophyllon est composé des mots Grecs ἀντὶ, contra, *vis-à-vis*, de ἄνισος, inæqualis, *inégal*; & de φύλλον, folium, *feuille*; parce que les feuilles qui naissent l'une vis-à-vis de l'autre, sont d'inégale grandeur.

Patagon est le nom que les habitans des Isles de *l'Amerique* ont donné à la premiére espece

* *Planche* 2.

eſpece de ce genre, par la reſſemblance qu'ils ont crû trouver entre ſes feuilles & cette ſorte de monnoye de *Flandre* qu'on nomme *Patagons*.

Les eſpeces d'*Antaniſophyllon* ſont,

1. Antaniſophyllon Solanifolium, majus. *Valeriana humilis, folio rotundo, ſubtus argenteo. Plum. Cat.* 3. *Boerhavia Solanifolia, major.* Diſcours ſur la ſtructure des Fleurs, p. 50. *Plumbaginoïdes fol. Spinachiæ ſpinoſæ, floſculo rubro. Boerh. Ind. alt.* 2. 264. *Valerianella fol. ſubrotundo, flore purpureo, ſemine oblongo, ſtriato, aſpero. Cat. Jam.* 91. *R. H.* 3. 244. *Tâlu-Dáma. H. Malab.* 7. 105.
2. Antaniſophyllon ſcandens, Alſines majoris folio. *Valerianella Alſines folio, ſcandens, florib. pallidè luteis, pyxidatis in Umbellæ modum diſpoſitis, ſemine aſperò. Cat. Jam.* 91. *R. Hiſt.* 3. 244. *Solanum bacciferum, Americanum, fructu corymboſo. Pluk. Alm.* 349. *Tab.* 226. *Fig.* 7.
3. Antaniſophyllon Nubicum. minus. *Boerhavia Nubica, minor*, Diſc. ſur la ſtruct. des Fleurs, p. 53.
4. Antaniſophyllon Nubicum, minimum. *Boerhavia Nubica, minima.* Diſc. ſur la ſtruct. des Fleurs, p. 55.

GENRE II.

Platanocephalus. *Bois-à-boutons.*

Le *Bois-à-boutons* porte des fleurs regulières ramaſſées en têtes ſpheriques. Chaque fleur eſt un tuyau dont le bout anterieur s'évaſe & ſe découpe ordinairement en quatre

ou

ou cinq parties disposées en croix, ou en étoile. Le bout posterieur de ce tuyau est emboité dans le calice qui couronne la tête de l'ovaire. Après que la fleur est passée, cet ovaire devient une capsule articulée, ainsi que ses semblables, sur un placenta commun. On peut ajoûter que les especes sont des Arbres ou des Arbustes dont les feuilles sont entieres.

Platanocephalus vient des mots Grecs πλάτανος, Platanus, *Plane* ou *Platane*; & de κεφαλὴ, caput, *tête*; parce que les Plantes de ce genre portent des têtes ou boutons spheriques qui ressemblent assés bien à ceux du Platane.

Les especes de Bois-à-boutons sont,

1. Platanocephalus Tini foliis ex adverso ternis. *Scabiosa dendroides, Americana, ternis foliis circà caulem ambientibus, floribus ochroleucis. Pluk. Alm.* 336. *Tab.* 77. *Fig.* 4. Item, *Arbor Americana, triphylla, fructu Platani quodammodò æmulante, lignum fibularium* [i. e.] Buttonwood *nostratibus dicta. Ejusd. Alm.* 47. *Valerianoides Americana, fl. globoso, Pishaminis folio. Mus. Petiv. n.* 293.
2. Platanocephalus Citri foliis bijugis, capite majore. *Katou-Tsjaca. H. Malab.* 3. 29. *Tab.* 33. *Arbor Indica, fr. aggregata globoso* Catu-Tsjaka *dicta. R. Hist.* 2. 1441.
3. Platanocephalus Citri foliis bijugis, capite minore. *Jaca Madraspatana, fr. Sparganii.* D. Petiv. An, *Acrochordodendros s. Arbor Indica, prægrandis, fol. integris,*

Platani

Platani fructu verrucoso minore, &c. Pluk. Mant. 4. Tab. 361. Fig. 5?

GENRE III.

Pentagonotheca. *Roncine.*

* La *Roncine* porte ſes fleurs en grappes. Chaque fleur *a* eſt un tuyau terminé par une eſpece de pavillon découpé ordinairement en cinq parties égales. Le calice *b* qui eſt fendu en autant de parties, pouſſe de ſon fond un ovaire *c*, lequel s'emboite dans le tuyau de la fleur. Cet ovaire devient une capſule monoſperme oblongue pour l'ordinaire, & relevée de cinq côtes ſelon ſa longueur.

Pentagonotheca vient des mots Grecs πέντε, quinque, *cinq*; de γωνία, angulus, *angle*; & de θήκη, theca, *ovaire* ou *capſule*; parce que la capſule des Plantes de ce genre eſt relevée de cinq angles.

Nous ne connoiſſons qu'une eſpece de Roncine.

1. Pentagonotheca Americana, ſpinoſa. *Piſonia aculeata, fructu glutinoſo & racemoſo. Plum. Nov. Gen. 7. Plumbago Americana, ſcandens, aculeata, Betæ folio minori. Plum. I. R. H. 141. Paliuro affinis Arbor ſpinoſa, fl. herbaceo, pentapetaloïdes, fr. ſicco, nudo, cannulato, lappaceo. Cat. Jam. 137. & R. Hiſt. 3. lib. 30. n. 95. Rhamnus an potius Lycium Fingrego Jamaicenſibus dictum. Pluk. Alm. 318. Tab. 108. Fig. 2.*

GEN-

* *Voyez* Piſonia. Plum. Nov. Gen. Tab. 11.

GENRE IV.

Jalapa. *Jalap, ou Belle-de-nuit.*

* Les fleurs de la *Belle-de-nuit* ſont éparpillées à la ſommité de la tige & des branches. Chaque fleur 27 pourroit être comparée à une Trompette parlante, vû que c'eſt un tuyau dont le bas forme un bocal *a Fig.* 28, & que le haut eſt un large pavillon régulier. Ce pavillon eſt pliſſé ſelon ſa longueur & legerement découpé par le bord. Le calice *a Fig.* 27 de cette fleur, eſt ordinairement fendu en cinq parties. De ſon fond s'éleve un ovaire *a Fig.* 29 qui s'emboite dans le bocal *a Fig.* 28 de la Trompette, où venant à groſſir, il ſe colle ſi fortement aux parois de ce bocal, qu'il ne fait plus qu'un corps avec lui. Ce corps devient une capſule 30 monoſperme, ſolide, ovale, ou preſque ſpherique.

Jalapa eſt un des noms que les Americains ont donnés aux eſpeces de ce genre dont la racine eſt en uſage.

Les eſpeces de Belle-de-nuit & leurs varietés ſont,

1. Jalapa officinarum, flore magno purpureo. *Jalapa fl. purpureo. I. R. H.* 129. *Solanum Mexicanum, flore magno purpureo s. Kerneſino. B. Pin.* 168. Item, *Bryonia Mechiocana, nigricans. Ejuſd. Pin.* 298. *Mirabilis Peruviana.* Park. Th *Pluk. Alm.* 252.

Hu-

* *Planche 2.*

Hujuſce ſpeciei varietates ſunt,

j. Jalapa flore obſoletè rubente. I. R. H. 129.
ij. Jalapa flore ex albido. I. R. H. 129.
iij. Jalapa flore ex albo & purpureo dimidiatim commixtis notato. I. R. H. 129.
iv. Jalapa fl. albo, purpureis maculis inæqualibus vel latis, vel minutis, tam punctatim quam virgatim aſperſo. I. R. H. 129.
v. Jalapa flore flavo. I. R. H. 129.
vj. Jalapa flore ex purpureo & luteo mixto. I. R. H. 129.
vij. Jalapa flore ex rubro luteo & albo mixto. I. R. H. 129.
viij. Jalapa flore radiis flavis diſtincto. I. R. H. 129.
2. Jalapa officinarum, fructu rugoſo. I. R. H. 130. & *Plum. Cat.* 3.
3. Jalapa parvo flore. I. R. H. 130. *Mirabilis Peruviana, fl. minore.* Park. Th. *Pluk. Alm.* 252. *Atzoyatl, s. Mirabilis Mexicana. Hernand. lib. 5. cap.* 47.

GENRE V.

Caraxeron. *Tête-aride.*

* La *Tête-aride* porte des fleurs réguliéres ramaſſées en maniere de tête *A*, ou d'épi. Chaque fleur *E* eſt un tuyau cylindrique terminé

* *Voyez* Amaranthoïdes I. R. H. Tab. 429.

miné par une eſpece de pavillon découpé, non pas en dix ou onze parties, ainſi qu'il eſt repreſenté dans les Inſtitutions de Botanique, mais ſeulement en cinq pointes, de même que ſon calice *F*. Du fond de ce calice s'éleve un ovaire *G* qui s'emboite dans le tuyau de la fleur, & qui devient, après qu'elle eſt paſſée, une capſule *K* membraneuſe, dans laquelle eſt contenuë une ſemence *I*. On peut ajoûter que le placenta *B* où ſont attachées les fleurs de chaque tête, eſt chargé de bales *D* creuſées en goutiére, & diſpoſées par paires *C* qui repreſentent comme autant de mors de tenette, ou de becs entr'ouverts, dans chacun deſquels eſt engagée une des fleurs avec ſon calice.

REMARQUE.

Ce genre eſt celui que les Auteurs ont appellé *Amaranthoides* d'*Amaranthus*; mais comme ſes eſpeces n'ont nul rapport avec celles de l'Amarante, nous avons crû le devoir exprimer par un terme plus convenable.

Caraxeron eſt compoſé des mots Grecs κάρα, caput, *tête*; & de ξηρὸν, aridum, *aride*: parce que les têtes, ou les épis des Plantes de ce genre ſont ſecs & arides.

Les eſpeces de Tête-aride & leurs varietés ſont,

1. Caraxeron Ocymaſtri folium, capitulis majoribus purpureis. *Amaranthoides Lychnidis folio, capitulis purpureis. I. R. Herb.* 654. *Amaranthoides Indicum, foliis Ocy-*

Ocymaſtri, capitulis purpureis. Par. Bat. 14 *Wadapu. H. Malab.* 13. 73.

j. Idem capitulis majoribus, albis. *Amaranthoides Lychnidis folio, capitulis argenteis, majoribus, I. R. H.* 654. *Wadapu capitulis albicantibus. H. Malab.* 10. 73.

2. Caraxeron Ocymaſtrifolium, capitulis minoribus, albis *Amaranthoides Lychnidis folio, capitulis argenteis, minoribus. I. R. H.* 654. *Amaranthoïaes Americ. capitulis parvis, albis. Par. Bat.* 15.

3. Caraxeron repens, Hyſſopifolium, capitulis argenteis. *Amaranthoides marina, repens, Polygoni folio, capitulis argenteis.* Plum. *I. R. H.* 654.

4. Caraxeron humile, Polygonifolium, capitulis candicantibus. *Amaranthoïdes humile, Maderaſpatanum, capitulis candicantibus, fol. molli. Pluk. Alm.* 27. *Tab.* 133. *Fig.* 1. *Amaranthoides humile Coraſſavicum, foliis Polygoni. Par. Bat.* 17. cum Fig.

5. Caraxeron humile, Polygonifolium, capitulis ferrugineis. *Amaranthoides humile, Coraſſavicum, ferrugineum. Par. Bat.* 18. cum Fig.

6. Caraxeron humile, Cepeæ foliis, capitulis albis. *Amaranthoides humile, Coraſſavicum, Cepeæ foliis lucidis, capitulis albis. Par. Bat.* 15. cum Fig. & *Pluk. Alm.* 27. *Tab.* 75. *Fig.* 9. *Trifolii ſpica Crithmum marit. non ſpinoſum, Braſilienſe. R. Hiſt.* 2. 1331.

7. Caraxeron camphoratæ foliis, capitulis Pſyllii incarnatis. *Amaranthoides ſpicatum, Indic. ramoſiſſimum, Spergulæ foliis,*

liis, ſpicâ Alopecuroïde, incarnatâ. Pluk. Amalt. 13. *Tab.* 357. *Fig.* 4. *Perexil Fig.* 4. *Perexil Champaccenſis, capitulis carneis, capillaceo folio. Muſ. Petiv. n.* 447.

j. Idem capitulis Pſyllii albis. *Amaranthoïdes ſpicatum, Indicum, ramoſiſſim. Spergulæ foliis, ſpicâ Alopecuroide, candidâ. Pluk. Mant.* 11. *Tab.* 334. *Perexil Champaccenſis, polyphyllus, albus, capillaceo folio. Muſ. Petiv. n.* 446.

Le *Pee-coipa. H. Malab.* 10. 133. paroît être de ce genre.

SECTION III.

Des Dipſacées dont la fleur eſt complette, monopetale, réguliére dans certaines eſpeces, irréguliére dans d'autres; & dont l'ovaire devient un fruit ou une baye monoſperme.

GENRE I.

Olea. *Olivier.*

* Les fleurs de l'*Olivier* naiſſent par paires qui ſe croiſent & forment des épis, leſquels partent chacun de l'aiſſelle d'une feuille. Chaque fleur *A* eſt découpée pour l'ordinaire en quatre quartiers égaux oppoſés en croix. Le calice *C* dont le bord eſt dentelé, pouſſe de ſon fond un ovaire *D* qui devient une baye ou un fruit rond, ou oblong *E*. contenant un noyau monoſperme à peu-près de la même figure. On peut ajoûter que les eſpeces

* Voyez I. R. H. Tab. 379.

Olivier ſont des Arbres toûjours garnis de feuilles, & que ces feuilles ſont ordinairement entieres.

Olea, Olivier, ſe nomme chez les Grecs ἐλαία; le nom Latin eſt dérivé du Grec, changeant αι diphthongue en *e*; *oleum*, huile, s'appelle auſſi chez les Grecs ἔλαιον: car ἐλαία eſt tiré de λεῖον, *læve*, *vel lubricum*, c'eſt-à-dire poli ou gliſſant: ou il eſt dérivé de λειῶ, *lævigo*, *lubrico*, je polis, j'adoucis, je rends gliſſant; parce qu'il produit ce qui polit, adoucit, & rend gliſſant, à ſavoir l'huile.

N'ayant pas eû occaſion de verifier toutes les Plantes que quelques modernes rapportent à ce genre comme autant d'eſpeces diſtinctes, ce n'eſt que ſur la garantie de ces Meſſieurs que nous les donnons ici pour telles.

1. Olea ſylveſtris, fructu parvo, mucronato, parùmque curvato. *Olea ſylveſt. fol. duro, ſubtus incano.* B. Pin. 472. *I. R. H.* 599.
2. Eadem fructu parvo Sphæroïde, mucronato. *Olea ſylveſtris, Hiſpanica, fol. duro, ſubtus incano, fructu obtuſo, mucronato. I. R. H.* 599.
2. Olea fructu maximo. I. R. H. 599. Item, *Olea fructu maximo ſubrotundo. I. R. H.* 599. *Olea major, ſubrotunda Bot. Monſp.* 189.
3. Olea fructu majori, carne craſſa. I. R. H. 599.
4. Olea fructu majuſculo & oblongo. I. R. H. 599.
5. Olea fructu majuſculo, rotundo, viridio-

diore. *Olea media, rotunda, viridior. H. R. Monſp.* 147. *I. R. H.* 599. *Bot. Monſp.* 190.

6. Olea fructu præcoci, majuſculo, rotundo. *Olea media, rotunda, præcox. H. R. Monſp.* 147. *I. R. H.* 599. *Bot. Monſp.* 190.

7. Olea fructu Corni, oblongo, majuſculo. *Olea media, oblonga, fructu Corni figura. Bot. Monſp.* 189. *Olea media, oblonga, fructu Corni. H. R. Monſp.* 147. *I. R. H.* 599.

8. Olea fructu oblongo, minori. I. R. H. 599.

9. Olea fructu oblongo, atrovirente. I. R. H. 599.

10. Olea fructu minore & rotundiore. I. R. H. Item, *Olea minor, rotunda, racemoſa. H. R. Monſp.* 147. *I. R. H.* 599. *Bot. Monſp.* 190.

11. Olea fructu minore, rotundo, rubro-nigricante. *Olea minor, rotunda, rubro-nigricans. H. R. Monſp.* 147. *I. R. H,* 599. *Bot. Monſp.* 190.

12. Olea fructu minore, rotundo, ex rubro & nigro variegato. *Olea minor, rotunda, ex rubro & nigro variegata. H. R. Monſp.* 147. *I. R. H.* 599. *Bot. Monſp.* 190.

13. Olea minor, Lucenſis, fructu odorato. I. R. H. 599.

14. Olea fructu albo. I. R. H. 599.

15. Olea fructu majore, oblongo, anguloſo, Amygdali formâ. *Olea ſativa, major, oblonga, anguloſa, Amygdali formâ. H. R. Monſp.* 147. *I. R. H.* 599. *Bot. Monſp.* 189.

16. Olea fructu majuſculo, oblongo, anguloſo. *Olea oblonga, media, anguloſa. H. R. Monſp.* 147.

Si, à ces Oliviers, on pouvoit confronter les douze premiers de l'*Hortus Catholicus*, *p.* 155. peut-être trouveroit-on que ceux-ci & un pareil nombre de ceux-là ne ſont que les mêmes.

GENRE II.

Phillyrea. *Filirée.*

* La *Filirée* porte ſes fleurs en grappillons qui partent des aiſſelles des feuilles. Chaque fleur 35 eſt ordinairement découpée en quatre quartiers égaux diſpoſés en croix. Le calice 36 qui eſt fendu en autant de parties, pouſſe de ſon fond un ovaire. Cet ovaire s'emboite dans la fleur, & lorſqu'elle eſt paſſée, il devient une baye ſpherique, ou en toupie 37, contenant une coque monoſperme à peu-près de la même figure. On peut ajouter que les Plantes de ce genre ſont des Arbres ou des Arbuſtes toûjours garnis de feuilles.

Phillyrea vient peut-être de *Phillyra*, mere du Centaure *Chiron*, ou de *Phillyrius* [épithete qu'*Ovide* donne à ce Centaure] ſoit parce que la mere ou le fils aimoit, ou avoit découvert quelques Plantes de ce genre; ſoit que l'une ou l'autre fit quelque uſage de ces Plantes.

Les eſpeces de Filirée ſont,

1. Phil-

1. Phillyrea latifolia, non ſerrata. *Phillyrea latifolia, lævis. B. Pin.* 476. & *I. R. H.* 596.
2. Phillyrea folio, leviter ſerrato. B. Pin. 476. & *I. R. H.* 596.
3. Phillyrea latifolia, ſerrata. *Phill. latifolia, ſpinoſa. B. Pin.* 476. & *I. R. H.* 596.
4. Phillyrea folio Buxi. H. R. Par. & *I. R. H.* 596.
5. Phillyrea Hiſpanica, Lauri folio, ſerrato & aculeato. I. R. H. 596.
6. Phillyrea Hiſpanica, Nerii folio. I. R. H. 596.
7. Phillyrea anguſtifolia, minus ſerrata. *Phill. anguſtifolia, ſpinoſa. H. R. Par.* & *I. R. H.* 596. *Phill. anguſtifol. rigido, prracuto folio.* D. Micheli. *Ilatrum Cæſ.* 74.
8. Phillyrea folio Liguſtri. B Pin. 476. & *I. R. H.* 596. *Philyca Dalechampii Lugd.* 258. *Phillyrea Pervincæfolio longiori.* D. Micheli
9. Phillyrea Oleæ folio. *Phillyrea anguſtifolia, prima. B. Pin.* 476. & *I. R. H.* 596.
10. Phillyrea Linariæ folio. *Phill. anguſtifolia, ſecunda. B. Pin.* 476. & *I. R. H.* 596.

REMARQUE.

Il faut exclure de ce genre les deux dernieres Plantes qui y ſont rapportées dans les Inſtit. de Botanique *p.* 596. d'autant que les fleurs en ſont tetrapetales, & qu'elles portent ſur les ovaires, dit le P. Plumier *Hiſt. manuſc. tom.* 6. *p.* 6. & 7.

GENRE III.

Tinus. *Laurier-tin.*

* Le *Laurier-tin* porte ſes fleurs en maniere d'ombelles à l'extremité de la tige & de ſes branches. Chaque fleur 38, 39, 40 eſt ordinairement découpée en cinq parties égales, formant une eſpece de roſette. Cette fleur poſe ſur un ovaire couronné à l'antique, & qui devient une baye ovale 46, ou en toupie renverſée, dans laquelle eſt contenuë une coque 47 monoſperme de la même figure. Ajoutez que les eſpeces ſont des Arbres ou des Arbuſtes dont les feuilles ſont parfaitement entieres.

Tinus, ou *Tynnus*, comme l'écrit *Lobel*, vient peut-être du Grec τῖνος, ou τύνος, parvus, *petit*; parce que les Plantes de ce genre ne ſont que des Arbuſtes.

Les eſpeces de Laurier-tin ſont,

1. Tinus Corni fœminæ foliis ſubhirſutis. *Tinus prior. Cluſ. Hiſt.* 49. & *I. R. H.* 607. *Laurus ſylveſt. Corni fœminæ foliis ſubhirſutis. B. Pin.* 461.
2. Tinus foliis venoſis. *Laurus ſylveſt. foliis venoſis B. Pin.* 461. *Tinus alter. Cluſ. Hiſt.* 49. & *I. R. H.* 607.
3. Tinus folio minore. *Laurus ſylveſt. folio minore. B. Pin.* 461. *Tinus tertius. Cluſ. Hiſt.* 50. & *I. R. H.* 607.
4. Tinus amplo Citro folio. *D. Micheli.*

GEN-

* *Planche 2.*

GENRE IV.

Viburnum. *Viorne.*

* La *Viorne* differe du Laurier-tin, & par ſa baye 44 qui eſt un peu applatie, ainſi que la coque 48 monoſperme qu'elle contient, & par ſes feuilles qui ſont dentelées.

Viburnum vient, dit-on, de *viere*, lier: parce que les nouveaux jets de la Viorne étant ſouples & flexibles comme de l'Oſier, peuvent ſervir de liens.

Les eſpeces de Viorne ſont,

1. Viburnum vulgare. *Viburnum. B. Pin.* 429. *Matth.* 217. & *I. R. H.* 607.
   j. Idem foliis ex adverſo ternis. *Viburnum vulgare, foliis ad nodos ternis & ternis. Ponted. Comp.* 153.
2. Viburnum Canadenſe, glabrum. D. Sarrazin. *Meſpilus Prunifolia, Virginiana, non ſpinoſa, fructu nigricante. Pluk. Alm.* 249. *Tab.* 46. *Fig.* 2.

GENRE V.

Opulus. *Obier.*

† L'*Obier* differe de la Viorne, principalement en ce que ſes feuilles ſont découpées en trois parties dentelées: car il n'eſt pas vrai de dire qu'il porte deux ſortes de fleurs, puiſque les giganteſques 41, 42, ou celles qu'on

* *Planche* 2. † *Planche* 2.

qu'on rencontre ſur les ovaires qui avortent, ſont de même forme & de même genre que celles 38, 39, 40, qu'on trouve ſur les ovaires qui profitent & deviennent des bayes. Chaque baye 44 contient une coque 45 monoſperme, applatie, & taillée en forme de cœur renverſé.

REMARQUE.

L'Auteur des Inſtitut. de Botanique dit que les fleurs qui occupent le milieu & le centre du paraſol de l'Obier, & qu'il compare à des godets & à des baſſins, reçoivent par le trou de leur fond la pointe de leur calice. Il en dit autant des fleurs du Laurier-tin & de celles de la Viorne; mais ce qu'il prend, dans les fleurs des Plantes de ces trois genres, pour l'extremité ou la pointe de leur calice, eſt la trompe de l'ovaire à laquelle il auroit dû, en ſe ſervant de ſes termes ordinaires, donner le nom de *piſtile*.

Opulus, quod Viti ferat opem, diſent quelques Auteurs.

Les eſpeces d'Obier & leurs varietés ſont,

1. Opulus vulgaris, fructifera. *Opulus Ruell.* 281. & *I. R. H.* 607.
   j. Eadem florifera, nec fructifera *Opulus flore globoſo. I. R. H.* 607.
   ij. Eadem florifera, nec fructifera, flore purpuraſcente. *Opulus flore globoſo purpuraſcente.* Lemery Traité des Drogues. 552, *Sambucus roſea, flore purpureo. Ger. emac.* 1425.
2. Opulus Cappadoca, ampliſſimo folio. *Opulus*

pulus Orientalis, folio ampliſſimo tridentato. Cor. I. R. H. 42.

GENRE VI.

Agnanthus. *Agnante.*

* L'*Agnante* porte ſes fleurs en maniere de grappes à la ſommité de la tige & de ſes branches. Chaque fleur *a* qui reſſemble aſſés bien à celle de l'*Agnus caſtus*, eſt un tuyau *b* dont le bout anterieur s'évaſe & ſe découpe ordinairement en ſix parties inégales, ſavoir trois ſuperieures diſpoſées en trefle, & trois inferieures, dont la moyenne eſt la plus grande des ſix, les deux laterales étant les plus petites. Le calice *c* qui eſt denté, pouſſe de ſon fond un ovaire. Cet ovaire s'emboite dans le tuyau de la fleur, & lorſqu'elle eſt paſſée, il devient, à ce que dit le P. *Plumier*, une baye *d* monoſperme.

Agnanthus vient des mots Grecs ἄγνος, caſtus, *chaſte*; & de ἄνθος, flos, *fleur*: parce que la fleur des Plantes de ce genre, reſſemble à celle de l'*Agnus caſtus*, ou *Vitex*.

Nous ne connoiſſons qu'une eſpece d'Agnante.

1. Agnanthus Viburni folio. *Cornutia flore pyramidato, cæruleo, foliis incanis. Plum. Nov. Gen.* 32. *Calychirichibou Caraïbæarum.* Surian. *Hort. Sicc.*

* *Voyez* Cornutia *Plum.* Nov. Gen. Tab. 17.

GENRE VII.

Loranthus. *Lanierante.*

* La fleur de la *Lanierante a* eſt, pour ainſi dire, un tuyau évaſé par le bout anterieur, & découpé juſques vers l'autre bout, en cinq lanieres. Ce dernier bout *b* eſt emboité dans un calice *c* qui couronne l'ovaire. Cet ovaire, ſelon le P. *Plumier*, devient une baye *d* monoſperme. On peut ajoûter que les feuilles ſont entieres, & que la côte qui les partage en deux feuillets égaux, eſt accompagnée à droit & à gauche de nervures longitudinales.

Loranthus vient des mots Grecs λῶρος, lorum, *laniere*; & de ἄνθος, flos, *fleur*: parce que la fleur des Plantes de ce genre eſt découpée en lanieres.

Les eſpeces de Lanierante ſont.

1. Loranthus racemoſus flore coccineo, baccis nigris. *Lonicera flore coccineo, baccis nigris. Plum. Nov. Gen.* 17.
2. Loranthus nodiflorus, baccis rubeſcentibus. *Valli-itticanni. H. Malab.* 10. 5.

GENRE VIII.

Morinda. *Meurier-d'Inde.*

† Le *Meurier-d'Inde* porte des fleurs ramaſſées en maniere de tête. Chaque fleur *a* eſt

* *Voyez* Lonicera *Plum.* Nov. Gen. Tab. 37.
† *Voyez* Roïoc *Plum.* Nov. Gen. Tab. 26.

eſt un tuyau *b*, dont le bout anterieur eſt évaſé & découpé en quatre ou cinq, & quelquefois en un plus grand nombre de parties égales diſpoſées en rond. Cette fleur poſe ſur un ovaire qui devient une baye *f* monoſperme, attachée à un placenta commun où elle forme avec ſes ſemblables une eſpece de Meure *e*

Morinda vient de Morus, *Meurier*; & de Inda, *Inde*; comme ſi on diſoit *Meurier-d'Inde*; parce que les Plantes de ce genre croiſſent aux *Indes*, & qu'elles portent des amas de bayes qui reſſemblent aſſés à des Meures.

Les eſpeces de Meurier-d'*Inde* ſont,

1. Morinda Americana. humifuſa, Laurifolia. *Roïoc humifuſum, fructu Cupreſſino. Plum. Nov. Gen.* 11. *Rubi ſeu Mori fructu Americana Arbor, foliis Laurinis. P. B. Prod.* 372. Morillie *vulgò. R. Hiſt.* 3. *lib.* 28. *p.* 76. *n.* 4. *Lauri facie Curaſſavica, volubilis, fructu Mori, radice croceâ, e qua atramentum conficiunt Americani quibus* Morilie *dicitur. H. Beaum.* 26.
2. Morinda Malabarica, ampliſſimo Citri folio. *Cada-pilava. H. Malab.* 1. 97. *Arbor Indica, fr. aggregato conoïde*, Cada Pilava. *R. Hiſt.* 2. 1442. & *Flor. Malab.* 7.

La *Poda-Vara. H. Malab.* 7. 51. paroît être de ce genre.

GENRE IX.

Morobatindum. *Morobatier-d'Inde.*

* Le *Morobatier d'Inde* porte ſes fleurs ramaſſées en maniere de tête ronde, ou oblongue. Chaque fleur *a* eſt un tuyau dont le bout anterieur eſt évaſé & découpé ordinairement en quatre parties oppoſées par paires inégales, en forme de croix, ou qui ſemblent repreſenter un oiſeau volant. Cette fleur porte ſur un ovaire qui devient une baye *d* monoſperme, attachée à un placenta commun où elle forme, avec ſes ſemblables, une eſpece de Framboiſe *c* dont les grains ſont entre-mêlés de bales.

Morobatindum eſt compoſé de μῶρον, Morum, *Meure*; de βάτος, Rubus, *Ronce*; & de Indum, *Inde*: parce que les Plantes de ce genre croiſſent aux *Indes*, & qu'elles portent des amas de bayes qui ne reſſemblent pas mal à des Framboiſes ou Meures de Ronce.

Les eſpeces de Morobatier-d'*Inde* & leurs varietés ſont,

1. Morobatindum Viburnifolium, floribus coccineis. *Viburnum Americ. Urticæ foliis, Lamii odore, florib. miniatis. H. Amſtel.* 1. 151. *Viburnum Americ. non ſpinoſum, Meliſſæ foliis, florib. coccineis.* P. B. Prod. *Pluk. Alm.* 385.
2. Morobatindum Viburnifolium, ſpinoſum, floribus coccineis. *Viburnum Americ. odoratum, Urticæ folio latioribus, ſpinoſum*

* Voyez Camara *Plum. Nov. Gen.* Tab. 2.

ſum, floribus miniatis. P. B. Prod. *Pluk. Alm.* 385. *Tab.* 233. *Fig.* 5.

j. Idem floribus variegatis. *Camara ſpinoſa, fl. variegato. Plum. Nov. Gen.* 32.

3. Morobatindum ſpicatum, Viburni foliis ex adverſo ternis. *Camara trifolia, purpuraſcente flore. Plum. Nov. Gen.* 32.

4. Morobatindum Meliſſæ folio flore variegato. *Camara alia, flore variegatum, non ſpinoſa. Plum. Nov. Gen.* 32. Forte *Viburnum Americanum, folio Urticæ, floribus ex aureo & roſeo mixtis. Boerh. Ind. alt.* 2. 225. *n.* 9.

5. Morobatindum Meliſſæ folio, floribus luteis. *Viburnum Americanum, Ciſti fœminæ ſ. Salviæ foliis mucronatis, floribus luteis.* Par. Bat. Brod. & *Boerh. Ind. alt.* 2. 225.

6. Morobatindum Salviæ folio rotundiore, flore purpureo. *Viburnum Americ. odoratum, folio parvo, orbiculato, floribus & bacci foliolis interceptis.* P. B. Prod. *Pluk. Alm.* 386. *Tab.* 114. *Fig.* 5. *Camara arboreſcens, Salviæ folio. Plum. Nov. Gen.* 32. *Caliriba* 4. *Caraibæorum.* Surian. *H. Sicc.*

7. Morobatindum Salviæ folio, longiore, flore roſeo. *Salvia Indica, fruticoſa, latifolia, dulcis, fl. roſeo, polyanthos, vulgò* Sauge-de-bois à grandes feuilles. Surian. *H. Sicc.* an *Viburnum Ciſti fœminæ ſ. Salviæ fol. mucronatis, Americ. odoratum, minus, floribus incarnatis.* P. B. Prod. *Pluk. Alm.* 386.

8. Morobatindum folio Origani, mucrona-

to & ſerrato. *Couaïcou* 4. *Caraïbæorum.* Surian. *H. Sicc.*

9. Morobatiſndum foliis minimis, rotundioribus, ſerratis flore roſeo. *Ciſtus fruticoſa, polyanthos, flore roſeo, Salviæ folio, vulgò* Bois de Sauge à petites feuilles. Surian. *H. Sicc.*

SECTION IV.

Des Dipſacées dont la pluſpart portent des fleurs polypetales; & dont les autres ne produiſent que des fleurs effleurées.

GENRE I.

Stachyarpagophora. *Dard-barbelé, ou Epi-à-crochets.*

L'*Epi-à-crochets* porte ſes fleurs en épi. Chaque fleur eſt ordinairement à cinq petales égaux, frangés & diſpoſés en rond dans un calice découpé en pluſieurs pointes. L'ovaire qui s'éleve du fond de ce calice devient une capſule pyramidale, aiguë, pendante & monoſperme. Cette capſule & ſes ſemblables rendent l'épi tout heriſſé de pointes renverſées, ce qui le fait reſſembler en quelque maniere à un dard barbelé.

Stachyarpagophora vient des mots Grecs στάχυς, ſpica, *épi*; de ἅρπαξ, αγος, harpago, *harpon*, ou *crochet*, & de φέρω, porto, *je porte*: parce que les Plantes de ce genre portent des épis armés de harpons ou crochets.

Les eſpeces d'Epi-à-crochets ſont,

1. Sta-

1. Stachyarpagophora Bliti foliis pubescentibus, subtùs argenteis. *Amaranthus Siculus, spicatus, radice perenni. Bocc. Rar. Pl.* 16. & *I. R. H.* 235. *R. Hist.* 1. 203. *Pluk. Alm.* 26. *Tab.* 260. *Fig.* 2. *Cadelari Sicula, Parietariæ folio.* D. Petiv. *Act. Phil. Lond. ann.* 1713. *p.* 181.
2. Stachyarpagophora Amaranthi foliis utrimque viridibus. *Jacou-couatin altera, Caraibæorum*, Surian. *H. Sicc.*
3. Stachyarpagophora Bliti foliis rotundioribus. *Amaranthus spicatus*, Coromandelienſ. *Bliti majoris crispato folio, rad. perenni. Pluk. Mant.* 11. *Cadelari. H. Malab.* 10. 155.
4. Stachyarpagophora Origani folio. *Scherucadelari. H. Malab.* 10. 157. *Amaranthus spicatus, Dictamni Creticæ folio*, Maderaſpatenſis. *Pluk. Alm.* 26. *Tab.* 10. *Fig.* 4.
5. Stachyarpagophora folio rotundiore. *Cadelari Malabarica, folio rotundiore, pubescens.* D. Petiv.

GENRE II.

Fraxinus. *Frêne.*

* Le *Frêne* eſt un genre d'Arbre dont les fleurs naiſſent en grappe *Fig. AI.* Dans certaines eſpeces ces fleurs ſont effleurées, n'ayant chacune que deux étamines *CD* qui, d'abord, ſervent d'enveloppe à l'ovaire *E*. Dans les autres eſpeces les fleurs *KL* ſont à quatre petales égaux diſpoſés en rond dans un

* Voyez *I. R. H.* Tab. 343.

un calice fendu en quatre quartiers, & du fond duquel s'éleve un ovaire accompagné de deux étamines. Cet ovaire, ainſi que celui de la fleur effleurée, devient une capſule *FG* ſolide, membraneuſe, taillée en forme de langue, dans laquelle eſt renfermée une ſemence oblongue *H*. On peut ajoûter que les feuilles des eſpeces ſont aîlées ou empennées, c'eſt-à-dire, formées de pluſieurs lobes ou petites feuilles oppoſées en aîles étenduës ſur les côtés d'une queuë ſimple terminée par un ſeul lobe.

Sur notre ſeconde Planche, Fig. 31, 32, 33 & 34, *ſont repreſentées la fleur* a, *les étamines* b, *le calice* c, *le jeune ovaire* d, *& le même* e *en ſa maturité, le tout fait d'après les mêmes parties de la huitieme eſpece de ce genre.*

Fraxinus, ſelon quelques-uns, vient du mot Grec φραξις, *ſepimentum*: parce qu'on ſe ſert quelquefois du Frêne pour faire des clôtures de hayes; mais cette étymologie ne paroît pas recevable.

Les eſpeces de Frêne ſont,

1. Fraxinus vulgatior. J. B. 1. lib. 8. *p.* 174. *Fraxinus excelſior. B. Pin.* 416. & *I. R. H.* 577.
2. Fraxinus rotundiore folio. B. Pin. 416. *J. B.* 1. *lib.* 8. *p.* 177. & *I. R. H.* 577. *Fraxinus Alepenſis. H. L. Bat.* 261. *Pluk. Bat.* 182. *Fig.* 4. *Mannæ arbor vulgò. Gallicè* Mannier.
3. Fraxinus Pimpinellæ folio. *Fraxinus humilior, ſ. altera Theophraſti, minore, & tenuiore folio. B. Pin.* 14. & *I. R. H.* 577.

4. Fraxi-

4. Fraxinus Orientalis, longiſſimo folio, profundè ſerrato. Cor. I. R. H. 40.
5. Fraxinus Hiſpanica, folio argenteo. *D. Goiffon.*
6. Fraxinus minor, folio longiore & anguſtiore, ad oras undulato. *D. Micheli.*
7. Fraxinus major, Juglandis folio, fructu retuſo. *D. Micheli.*
8. Fraxinus anthopetalos, Juglandis folio. *Fraxinus florifera, botryoides. H. R. Bleſ.* 265. & *I. R. H.* 577.
9. Fraxinus anthopetalos, alis Ceraſi foliis æmulis. *Fraxinus major, folio latiore ex rotunditate acuminato, fructu breviori.* D. Micheli.
10. Fraxinus anthopetalos, capſulis retuſis & veluti cordatis. *Fraxinus major, fol. latiore, fructu obtuſo, & veluti cordato.* D. Micheli.
11. Fraxinus anthopetalos, Terebinthi vulgaris folio, capſulâ anguſtâ. *Fraxinus fol. tenuiore, fructu anguſtiſſimo.* D. Micheli.
12. Fraxinus anthopetalos, alis ſubrotundis mucronatis, ſubtus ſubrufâ lanugine obductis. *Fraxinus fol. ſubrotundo, ſubtus ſubrufâ lanugine obducto, fr. anguſtiore,* D. Micheli.
13. Fraxinus anthopetalos, Staphylodendri folio minus ſerrato, capſulâ peramplâ. *Fraxinus Italica, florida, fol. anguſtioribus, fr. majore, longiore, & minus acuto.* D. Micheli.
14. Fraxinus anthopetalos, Rhoïs folio, argutè dentato, capſulâ peramplâ. *Fraxinus Italica, florida, fol. anguſtiorib. fr. la-*

lato, breviore & acutiore. D. Micheli.

GENRE III.

Kalophyllodendron. *Arbre-au-beau-feuillage.*

* L'*Arbre-au-beau-feuillage* porte ſes fleurs en épi. Chaque fleur *a* eſt ordinairement à quatre petales diſpoſés en croix, & ſoutenus d'un calice *e* fendu en quatre quartiers, ou formé d'autant de pieces. L'ovaire qui s'éleve du fond de ce calice, devient un fruit ſpherique *f* & monoſperme. On peut ajoûter que les feuilles ſont entieres, & que de la côte qui les partage en deux feuillets égaux, partent de chaque côté des nervures ſimples rangées en barbillons de plume.

Kalophyllodendron eſt compoſé des mots Grecs καλὸς, pulcher, *beau*; de φύλλον, folium, *feuillage*; & de δένδρον, arbor, *arbre*: parce que les feuilles des arbres de ce genre ſont d'une grande beauté par rapport à la multitude & à la diſpoſition de leurs nervures.

Les eſpeces d'Arbre au-beau-feuillage ſont,

1. Kalophyllodendron Americanum, folio oblongo. *Calaba folio Citrii, ſplendente. Plum. Nov. Gen. 39. Anona Americana, fol. oblongis, ex adverſo binis, plurimis conſpicuis venis, in parallelos ſecundum latitudinem venuſtè diſcurrentibus. Pluk. Alm.*

* *Voyez* Calaba *Plum.* Nov. Gen. Tab. 18.

Alm. 32. *Tab.* 135. *Fig.* 3.

2. Kalophyllodendron Indicum, folio ſubrotundo. *Ponna H. Malab.* 4. 79. *Fooraha* Flacourt *Hiſt. Madag.* 139. *n.* 115. *Prunifera ſeu Nucifera Malabarica, foliis Nymphææ, fructu rotundo cortice pulvinato. R. Hiſt.* 2. 1525. & *Flor. Malab.* 56.

3. Kalophyllodendron Indicum, folio & fructu minori. *Tsjerou-Ponna. H. Malab.* 4. 81. *Fig.* 39. *Cornus Malabarica, foliis Nymphææ. R. Hiſt.* 2. 1537. & *Flor. Malab.* 23.

GENRE IV.

Phillyreaſtrum. *Filireaſtre.*

Le *Filireaſtre* porte ſes fleurs en grapillons dans les aiſſelles de ſes feuilles. Chaque fleur, ſelon le P. *Plumier* *, eſt à quatre petales égaux diſpoſés en croix. Après que cette fleur eſt paſſée, l'ovaire ſur lequel elle portoit, devient une baye à noyau monoſperme. On peut ajouter que les feuilles ſont dentelées.

Phillyreaſtrum eſt comme ſi on diſoit, *Plante qui a du rapport au Phillyrea.* Ce rapport ſe tire de la diſpoſition des feuilles & des fleurs, à quoi on peut encore ajouter la forme & la ſtructure de la baye.

Les eſpeces de Filireaſtre ſont,

1. Phillyreaſtrum foliis rotundioribus, radice roſeâ. *Phillyrea Americana, humilis, radice*

* *Hiſt. manuſc. tom.* 6. *p.* 6. *&* 7.

dice craſſâ, roſeâ, foliis rotundioribus. Plum. Cat. 17. & *I. R. H.* 596. *Cornus fol. ſubrotundo, & rotundè crenato, Phillyreæ facie. Plum. Hiſt. manuſc. Tom.* 6. *pag.* 6.

2. Phillyreaſtrum foliis acuminatis, radice luteâ. *Phillyrea Americana, humilis, radice craſſâ, luteâ, fol. acuminatis. Plum. Cat.* 17. & *I. R. H.* 596. *Cornus alia, fol. acuminato, acutè dentato, Phillyreæ facie. Plum. Hiſt. manuſc. Tom.* 6. *p.* 7.

GENRE V.

Caryophyllodendron. *Giroflier.*

* Le *Giroflier* porte ſes fleurs en maniere d'ombelles. Chaque fleur *A* eſt pour l'ordinaire à quatre petales égaux diſpoſés en croix dans un calice *C* fendu en quatre quartiers, & qui couronne la tête de l'ovaire. Cet ovaire devient un fruit ordinairement ovale *D* & monoſperme. On peut ajoûter que les feuilles ſont parfaitement entieres.

Caryophyllodendron eſt compoſé des mots Grecs καρύα, *Noyer*; de φύλλον, folium, *feuille*; & de δένδρον, arbor, *arbre*: parce que le Giroflier eſt un arbre dont les feuilles ne reſſemblent pas mal aux aîles qui forment la feuille du Noyer.

Nous ne connoiſſons qu'une eſpece de Giroflier.

1. Caryophyllodendron officinarum. *Caryophyllus aromaticus, fructu oblongo. B. Pin.* 410.

* *Voyez* Caryophyllus aromaticus. I. R. H. Tab. 432.

410. & *I. R. H.* 661. *Caryophyllus aromat. Ind. Orient. fructu clavato, monopyrene. Pluk. Alm.* 88. *Tab.* 155. *Fig.* 1.

j. Idem fructu abortivo. *Caryophyllus Regius, aromaticus. Pluk. Alm.* 88. *Tshinka-Popoua. Pison. Mant. Arom.* 179.

Des 181 especes de Dipsacées distribuées sous les genres de cette classe, lesquelles se presentent dans les Auteurs pour 230 ou environ, il y en a 50 qui n'ont point été rapportées dans les *Institutions de Botanique*, où parmi celles qui s'y rencontrent, on en remarque 27 multipliées jusqu'au nombre de 67. Ainsi de 130 especes, l'Auteur de ces *Institutions* en a fait 173.

Si l'Auteur de l'*Hortus Malabaricus* nous eût paru exact dans ses observations, nous aurions rapporté à nos Dipsacées les 19 Plantes suivantes.

1. Appel. H. Malab. 1. 99.
2. Nedum - Schetti. 2. 21.
3. Catou - Theka. 4. 59.
4. Oepata. 4. 95.
5. Rava-Poù. 4. 99.
6. Courondi. 4. 103.
7. Kari-Vetti. 4. 111.
8. Pavetta, seu Malleamothe. Tom. 5. 19.
9. Kare-Kandel. 5. 25.
10. Kasjayo Moram. 5. 37.
11. Belluta-Kannelli. 5. 39.
12. Njara. 5. 53.
13. Valli-Kara. 7. 35.
14. Pu-Pal-Valli. 7. 81.
15. Pul-Colli. 9. 135.
16. Pee-Tardavel. 9. 153.
17. Belutta-itti, canni. 10. 7.
18. Kanneli-itti-Kanni. 10. 9.
19. Pee - Coipa. 10. 133.

EX-

EXPLICATION DES FIGURES

appartenantes aux Plantes Dipſacées.

PLANCHE I.

1. Tête fleurie de la 2. eſpece de *Scabioſa.*
2. Tête du 1. *Dipſacus* commençant à fleurir. *aaaa*, rayons de la fraiſe dont le bas de cette tête eſt garni.
3. Tête fleurie de la 7. eſpece de *Scabioſa.*
4. Tête fleurie de la 9. eſpece de *Scabioſa.*
5. Une fleur du 1. *Dipſacus*, *b* eſt ſon calice. *c*, eſt l'étui contenant l'ovaire. Cette fleur, de même que celle de toutes les Plantes des cinq premiers genres de cette claſſe, eſt garnie de quatre étamines, & enfilée d'une trompe.
6. *b*, enveloppe ou étui contenant l'ovaire du 1. *Dipſacus.* Cette Figure eſt plus grande que nature. *a*, repreſente une tremie quarrée qui a ſervi de calice à la fleur.
7. Une des bales qui heriſſent la tête du 1. *Dipſacus*, & dans le creux de laquelle étoit enchaſſé l'étui Fig. 6.
8. La même fleur 5. vûë de côté.
9. Eſt le fourreau *b* Fig. 4. tel qu'il devient après la chûte des capſules ſeminales. *a*, eſt le placenta.
10. Eſt l'étui contenant l'ovaire de la 7. eſpece de *Succiſa.* Cette partie eſt trois ou quatre fois plus grande que nature.

11. Une

11. Une des fleurs de la Figure 4.
12. La même fleur Fig. 11. vûë de côté.
13. Fleur de la 3. eſpece de *Scabioſa*.
14. *a*, calice de la fleur Fig. 11. & 12. ſurmontant l'étui *b* où eſt contenu l'ovaire. Cette Figure & celle qui ſuit, ſont plus grandes que nature.
15. *a*, eſt le même calice *a* Fig. 14. ſéparé de l'ovaire contenu dans l'étui *b*.
16. Etui contenant l'ovaire mûr de la 9. eſpece de *Scabioſa*.
17. Fleur de la 19. eſpece d'*Aſterocephalus*. *a*, eſt le calice ſurmontant l'ovaire contenu dans l'étui *b*.
18. Etui contenant l'ovaire *b* Fig. 21.
19. Tête fleurie de la 13. eſpece d'*Aſterocephalus*. *aaaa*, ſont les rayons de la fraiſe dont le bas de cette tête eſt garni.
20. Eſt la tremie de gaze qui termine l'étui *b*, & dans laquelle ſe trouve l'étoile *a* Fig. 21. *c*, eſt une des bales qui heriſſent le placenta, & dans le creux de laquelle l'étui *b* étoit enchaſſé.
21. *b*, eſt l'ovaire de la 19. eſpece d'*Aſterocephalus* dépouillé de ſon étui Fig. 18. *a*, eſt une étoile qui a ſervi de calice à la fleur Fig. 17.
22. Eſt la ſemence qui ſe trouve dans l'ovaire *b* Fig. 21. Cette ſemence étant dépouillée de ſa peau, s'entr'ouvre de la baſe à la pointe, & laiſſe voir une plantule renverſée, ou, dont la radicule aboutit à cette même pointe.
23. Etui contenant l'ovaire du 1. *Pterocephalus*, & dans la tremie duquel eſt placé

un

un calice à rayons barbus.

24. Eſt le même étui Fig. 23, vû de côté.

PLANCHE II.

1. Fleur de la *Diototheca*. *b* eſt l'étui ou la gaîne Fig. 8. contenant l'ovaire *a* Fig. 2. *aa*, ſont les deux oreilles du calice de cette fleur, laquelle n'a que deux étamines.
2. Eſt la même fleur Fig. 1. vûë de côté. *a*, eſt l'ovaire ſurmonté du calice *b*.
3. Fleur de la 1. eſpece de *Valeriana*. *a*, eſt l'étui de l'ovaire.
4. Eſt la fleur Fig. 3. vûë par derriere.
5. Fleur de la 16. eſpece de *Valeriana*. *a*, eſt un jabot ou une têtine qui ſe trouve au deſſous de la découpure inferieure. *b*, eſt l'étui de l'ovaire.
6. Etui de l'ovaire de la 1. eſpece de *Valeriana*, lequel eſt chargé d'un bourlet *a* qui a ſervi de calice à la fleur, & qui devient, après qu'elle eſt paſſée, une couronne de plume *a* Fig. 7.
7. Ovaire de la 1. eſpece de *Valeriana*, chargé d'une couronne de plume.
8. Gaîne dans laquelle étoit coutenu l'ovaire *a* Fig. 2.
9. *a*, ovaire de la *Diototheca* ſurmonté du calice *b*.
10. *a*, le même ovaire *a* Fig. 9. deſtitué du calice *b* Fig. 9. & vû par ſa partie convexe *b*, eſt le même ovaire vû par ſa partie plate.
11. Fleur de la 1. eſpece de *Valerianoïdes*. *a*, eſt l'éperon de cette fleur.

12. Eſt

12. Eſt la même fleur Fig. 11. vûë de côté. Cette fleur, ainſi que celle des deux autres eſpeces, n'a ordinairement qu'une étamine. *a*, eſt l'éperon de cette fleur. *b*. eſt l'étui de l'ovaire.
13. Fleur de la 12. eſpece de *Valerianella*, garnie du calice *a*.
14. L'étui où eſt renfermé l'ovaire de la 12. eſpece de *Valerianella*. *a*, eſt ce qui a ſervi de calice à la fleur. *c*, eſt le pedicule.
15. Eſt le même étui Fig. 14. duquel on a découvert la cavité *b* où étoit contenu l'ovaire.
16. La ſemence tirée de l'ovaire *b* Fig. 15.
17. L'étui où eſt contenu l'ovaire de la 11. eſpece de *Valerianella*.
18. Etui plus gros que nature, repreſentant celui de la 3. eſpece de *Valerianella*.
19. Le même étui à peu-près gros comme nature, & vû par ſa partie convexe.
20. Le même étui Fig. 19. vû par ſa partie concave.
21. Etui contenant l'ovaire de la 1. eſpece de *Valerianella*.
22. Etui contenant l'ovaire de la 7. eſpece de *Valerianella*. Il eſt vû de côté.
23. Le même étui Fig. 22 duquel on ne voit que l'étoile qui a ſervi de calice à la fleur.
24. Veſſie contenant l'ovaire de la 9. eſpece de *Valerianella*.
25. Cette Figure qui eſt beaucoup plus groſſe que nature, repreſente la fleur de la 1. eſpece d'*Antaniſophyllon*. *b*, eſt l'ovaire.
26. Ovaire de la 1. eſpece d'*Antaniſophyllon*

beaucoup plus gros que nature.

27. Fleur de la 1. eſpece de *Jalapa*. *a*, eſt le calice.

28. La même fleur Fig. 27. vûë en deſſous. *a*, eſt le bocal dans lequel l'ovaire *a* Fig. 29. ſe trouve renfermé.

29. *a*, eſt le jeune ovaire de la premiére eſpece de *Jalapa*. Cet ovaire eſt ſurmonté de cinq filets ou petites cornes, & de ſa trompe *b*.

30. Ovaire mûr de la 2. eſpece de *Jalapa*.

31. Fleur tetrapetale, & qui eſt celle de la 8. eſpece de *Fraxinus*. *b*. marque ſes deux étamines. *c*, eſt le calice.

32. *c*, calice ſéparé de la fleur Fig. 3. du fond duquel s'éleve l'ovaire *d*.

33. Ovaire de la 8. eſpece de *Fraxinus*, ſurmonté de ſa trompe, & du bas duquel on a détruit le calice *c* Fig. 31. & 32.

34. *e*, capſule ſeminale provenant de l'ovaire *d* Fig. 33. & au bas de laquelle ſe voit encore le calice *c* de la fleur Fig. 31.

35. Fleur de *Phillyrea*. Les fleurs de toutes les eſpeces de ce genre n'ont ordinairement que deux étamines, ainſi que celles de l'Olivier.

36. Calice de la fleur Figure 35. du fond duquel s'éleve l'ovaire ſurmonté de ſa trompe *a*.

37. Baye de *Phyllyrea*.

38. Fleur de la 1. eſpece d'*Opulus*.

39. La même fleur Fig. 38. vûë de côté & garnie de ſon calice.

40. La même fleur Fig. 38. & 39 denuée de

de ſon calice, & vûë par derriere.

41. Une des fleurs giganteſques qui ſe trouvent à la circonference de l'ombelle ou du bouquet de la 1. eſpece d'*Opulus*.

42. La même fleur Fig. 41. vûë par derriere.

43. Calice des fleurs Fig. 38. 40. & 41.

44. Baye de la premiére eſpece d'*Opulus*.

45. Coque monoſperme tirée de la baye Fig. 44.

46. Baye du *Tinus*.

47. Coque monoſperme tirée de la baye du *Tinus* Fig. 46.

48. Coque monoſperme tirée de la baye de la 1. eſpece de *Viburnum*.

TABLES

DES GENRES DE PLANTES DIPSACE'ES.

Noms Latins.		Nom François.	
Agnanthus.	273.	*Agnante.*	273.
Antaniſophyllon.	257.	*Arbre au beau-feuillage.*	282.
Aſterocephalus.	242.		
Caraxeron.	262.	*Belle-de-nuit.*	261.
Caryophylloden-dron.	284.	*Bois-à boutons.*	258.
		Cuvette-de-Venus.	234.
Diototheca.	249.		
Dipſacus.	234.	*Double-oreille.*	249.
Fraxinus.	279.	*Eperonnée.*	253.
Jalapa.	261.	*Epi-à-crochets.*	278.

Kalophyllodendron. 282.

Loranthus. 274.

Morinda. 274.
Morobatindum. 276.

Olea. 265.
Opulus. 271.

Pentagonotheca. 260.
Phillyrea. 268.
Phillyreaſtrum. 283.
Platanocephalus. 258.
Pterocephalus. 248.

Scabioſa. 239.
Stachyarpagophora. 278.
Succiſa. 236.

Tinus. 270.

Valeriana. 250.
Valerianella. 255.
Valerianoïdes. 253.
Viburnum. 271.

Filirée. 268.
Filireaſtre. 283.
Frêne. 279.

Giroflier. 284.

Lanierante. 274.
Laurier-tin. 270.

Maché. 255.
Meurier-d'Iude. 274.
Morobatier-d'Inde 276.
Mors-du-Diable, ou Remors. 236.

Obier. 271.
Olivier. 265.

Patagon. 257.

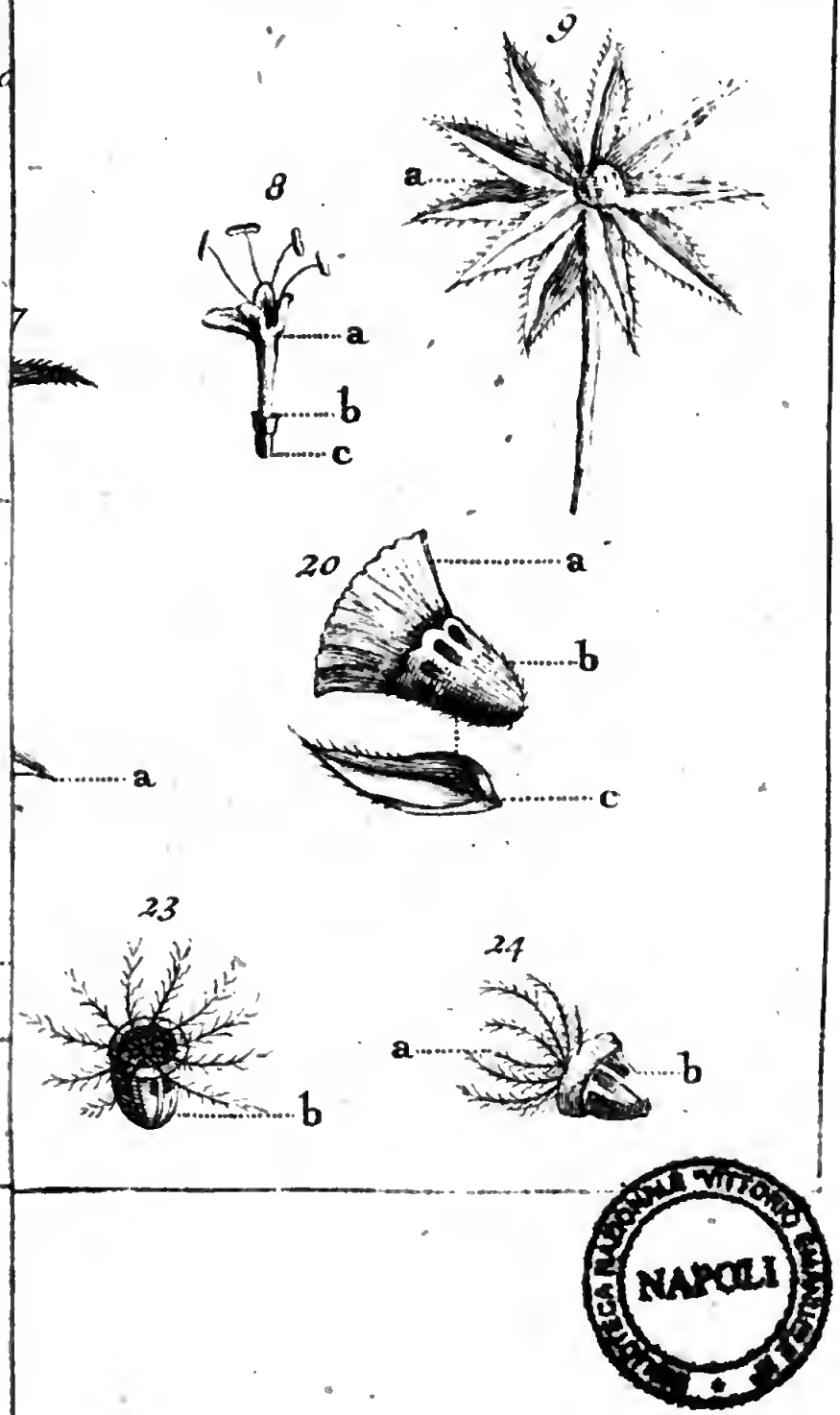
Roncine. 260.

Scabieuſe. 239.

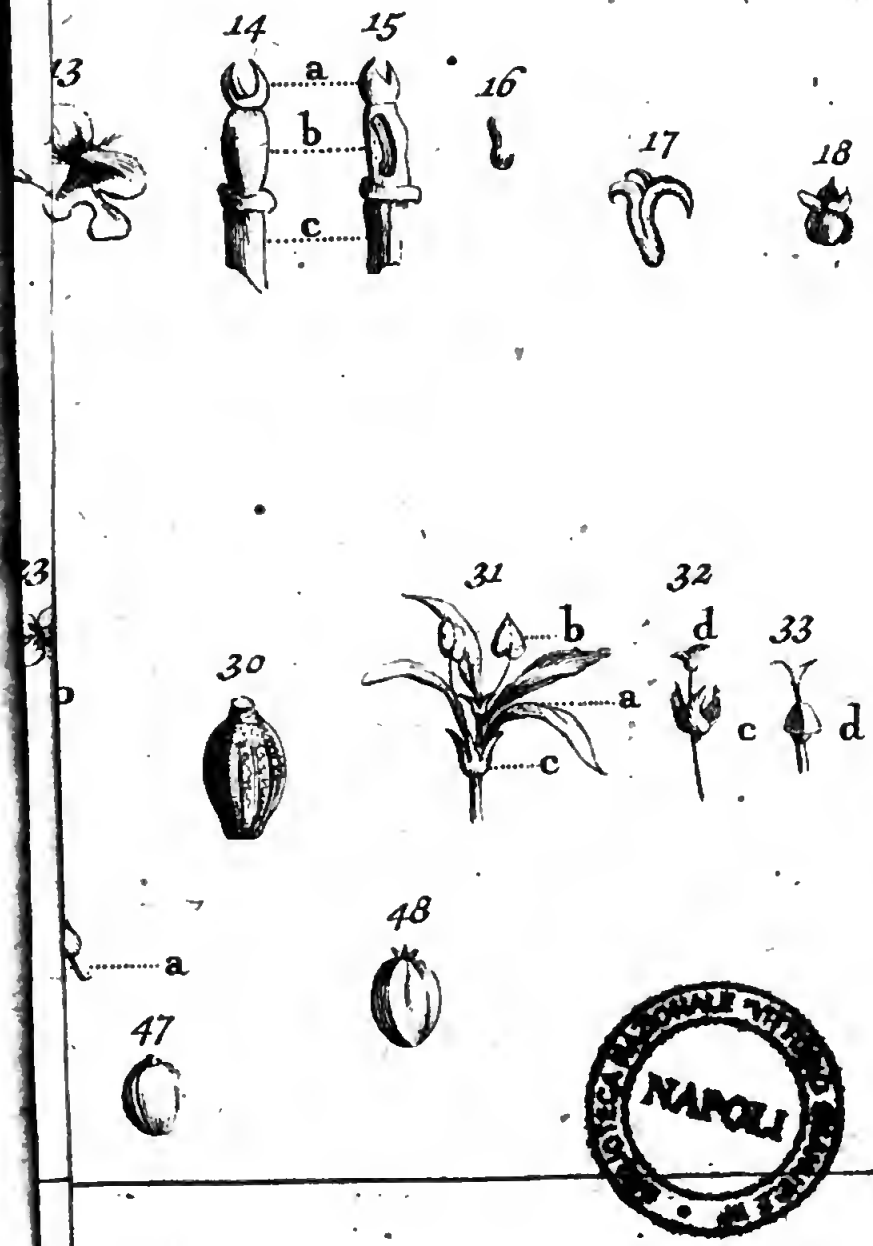
Tête-aigrettée. 248.
Tête-aride. 262.
Tête-étoilée. 242.

Valeriane. 250.
Viorne. 271.

DE



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE
NAPOLI



NAPOLI

DE LA PARALLAXE DE MARS.

Par M. MARALDI.

* TOus les Aſtronomes demeurent d'accord que le Cercle de la révolution que Mars décrit environ en deux ans, comprend le Soleil & les Orbes des autres Planetes principales, à la reſerve de Jupiter & de Saturne qui ſont au deſſus de Mars.

Cette ſituation n'a pas été déterminée des anciens Aſtronomes par aucune Obſervation qu'ils ayent faite de cette eſpece de Parallaxe, qui conſiſte dans la difference qu'il y a dans la ſituation apparente du même objet celeſte vû de differents endroits de la Terre, car nous ſavons que cette voye eſt trop difficile; c'eſt pourquoi il n'a pas été poſſible aux Anciens, qui n'avoient pas les moyens que nous avons preſentement, de la pratiquer qu'à l'égard de la Lune, cette Planete, ſuivant *Ptolemée*, étant la ſeule dont la Parallaxe ſoit évidente. Pour ce qui eſt de la Parallaxe des autres Planetes, ſuivant le même Aſtronome, elle eſt preſque imperceptible, à cauſe que le diametre de la Terre n'a point de proportion ſenſible au diametre de leurs Cercles, c'eſt pourquoi ce grand Aſtronome n'a point

* 24 Mars 1722.

entrepris de déterminer leurs distances à la Terre.

Il se rapporta en cela aux conjectures des Anciens qui avoient supposé que les Planetes qui mettent plus de temps à achever leur révolution par le Zodiaque, sont aussi les plus éloignées de nous. Cette conjecture étoit fondée sur ce que la Lune qui par les Observations très-évidentes est la plus proche, acheve aussi plutôt sa révolution autour de la Terre. C'est donc sûr cette hypothese que les Anciens, tous d'un commun consentement, ont donné la plus élevée à Saturne, à cause que sa révolution qui est de 30 ans, est la plus longue que celle des autres Planetes; qu'au dessous de Saturne ils ont supposé Jupiter, dont la révolution qui est de douze ans, est la plus longue après celle de Saturne, & qu'on a placé ensuite Mars qui fait la sienne en deux ans.

L'ordre où ces trois Planetes furent supposées par les Anciens sur le fondement qui vient d'être rapporté, a été trouvé le même dans la suite des temps par les nouvelles connoissances qu'on a eu dans l'Astronomie.

Mais leurs opinions furent partagées par rapport à l'ordre suivant lequel il falloit disposer les autres Planetes placées au dessous de Mars, parce qu'ils voyoient que Venus & Mercure parcouroient le Zodiaque tantôt plus vîte que le Soleil, & quelquefois plus lentement; mais en prenant un milieu entre les plus longs intervalles & les plus courts, on trouvoit qu'elles le parcouroient en une année comme le Soleil.

L'é-

L'égalité donc que l'on trouva dans les periodes moyennes du mouvement de ces deux Planetes, à l'égard de la révolution du Soleil, fut la cauſe de l'incertitude où les Anciens ſe trouverent dans la ſituation des unes à l'égard des autres.

Ptolemée, après avoir rapporté qu'il y avoit des Anciens qui mettoient Venus & Mercure au deſſous du Soleil, & d'autres qu'il appelle Modernes, qui les ſuppoſoient au deſſus, jugea l'opinion des Anciens plus vrai-ſemblable, & ſuppoſa le Soleil placé entre les Planetes qui s'éloignent de cet Aſtre dans le Zodiaque à toutes ſortes de diſtances, de celles qui ne s'en éloignent qu'à certaines diſtances déterminées. Cette regle cependant n'eſt pas generale, & ne ſe verifie pas à l'égard de la Lune qui s'en éloigne juſqu'à l'oppoſition, comme font les trois Planetes ſuperieures, quoi-qu'elle ſoit la plus proche de toutes. Mais malgré cette déference qu'il eut pour les Anciens, de placer Venus & Mercure au deſſous du Soleil, il ne laiſſa pas de ſuppoſer inſenſible la Parallaxe de ces deux Planetes, ainſi qu'il le déclare plus d'une fois dans ſon Almageſte.

Puiſque donc les diſtances de Venus & de Mercure [redacted] ſont ſi grandes ſuivant *Ptolemée*, [redacted] allaxes ſont imperceptibles, l'ord[redacted] la ſituation des trois Planetes ſuperieures ne ſauroient avoir été déterminées par aucune Parallaxe, mais ſeulement tirées par conjecture, & concluës de la longueur de leurs periodes.

Il eſt vrai que *Ptolemée* a déterminé la diſtance du Soleil à la Terre en diametres de

la Terre, mais cette recherche a été faite indépendemment de la Parallaxe, & par une methode perticuliere qui ne peut convenir qu'au Soleil. Cet Aſtronome conſidere que les rayons qui partent des extremités du Soleil, & vont toucher la Terre, occupent dans l'orbe de la Lune par où ils paſſeut, un eſpace plus grand que les rayons qui partent des mêmes extremités, & vont ſe réünir au centre de la Terre où ils déterminent le diametre apparent du Soleil; il trouve la difference entre cet eſpace plus grand, & le plus petit par celui que le demi-diametre de l'ombre de la Terre prend à l'oppoſite à la même diſtance de la Terre dans l'orbe de la Lune; & comme il ſuppoſe la même proportion entre cette difference & le demi-diametre de la Terre, qu'entre la diſtance de la Lune au Soleil, & celle de la Lune à la Terre, qui eſt connuë en demi-diametres de la Terre par le moyen de la Parallaxe de la Lune, il en a conclu la diſtance du Soleil en demi-diametres de la Terre, & par cette diſtance il a calculé la Parallaxe horiſontale du Soleil.

Cette methode eſt très-ingenieuſe, mais elle ſuppoſe trop de principes qui ſont ſujets à de grandes difficultés; car le diametre apparent du Soleil & la [illegible] la Lune ne ſont pas connus avec [illegible] qui ſeroit neceſſaire pour les employer à chercher la diſtance du Soleil; & le diametre de l'ombre de la Terre dans l'orbe de la Lune, qui eſt auſſi un des principes que cette methode ſuppoſe, ne peut pas ſe déterminer avec beaucoup d'exactitude, comme il faudroit l'avoir dans une recherche auſſi délicate, telle qu'eſt

la.

la Parallaxe du Soleil, à cauſe que dans les Eclipſes de Lune il eſt difficile de diſtinguer la vraye ombre de la penombre.

Cependant preſque tous les Aſtronomes depuis *Ptolemée* juſqu'au ſiecle paſſé, faute d'autre methode, ont ſuivi celle-ci, ou une autre peu differente, dans la recherche qu'ils ont faite de la diſtance du Soleil à la Terre, & de ſa Parallaxe horiſontale; & quoi-qu'ils ne ſoient pas tous d'accord dans les principes qui ſervent à la calculer, ils ne s'éloignent pas beaucoup de celle que *Ptolemée* avoit trouvée, & qu'il dit être conforme à la diſtance qu'*Hipparque* avoit établie; ce qui a donné lieu de croire que cette méthode eſt d'*Hipparque*, & que *Ptolemée* & la plûpart des autres Aſtronomes n'ont pas oſé s'éloigner ſur ce point de ce qui avoit été determiné par *Hipparque* même.

Pour ce qui eſt des diſtances des autres Planetes qui, comme nous avons dit, n'avoient point été déterminées par les Anciens, *Copernic* & les Aſtronomes qui l'ont ſuivi, ont employé une methode particuliere pour trouver le rapport que ces diſtances avoient entr'elles.

Il conſidera que le mouvement que *Ptolemée* avoit connu être commun à la plûpart des Planetes, & qu'à l'égard des trois ſuperieures il avoit expliqué par un Epicycle & par un Excentrique à l'égard des inferieures, pouvoit être repreſenté par le mouvement de la Terre autour du Soleil, & qu'ainſi ce mouvement annuel de la Planete par l'Epicycle n'étoit qu'une apparence cauſée par la differente ſituation de l'œil ſur l'orbe annuel. *Co-*

pernic appella cette apparence de mouvement commutation ou Parallaxe de l'orbe ; & comme dans la Lune la diverſité d'apparences qu'elle fait en même temps de divers endroits de la Terre, ſert de moyen pour trouver ſa parallaxe & ſa diſtance en demi-diametres de la Terre, la diverſité d'apparences que les trois Planetes ſuperieures font en même temps à l'égard du Soleil & à l'égard de la Terre, qui eſt la parallaxe de l'orbe, a ſervi à faire connoître leurs diſtances au Soleil en parties du demi-diametre de l'orbe annuel. A l'égard des deux Planetes inferieures, on ſe ſert de leurs plus grandes digreſſions au Soleil pour déterminer la proportion de leur cercle au cercle annuel de la Terre, le demi-diametre de ce cercle ſervant de baſe pour meſurer les diſtances que les Planetes ont à l'égard du Soleil & de la Terre ; ainſi ſachant la proportion des diſtances que chaque Planete a à l'égard du Soleil en parties du diametre de l'orbe annuel, on a la proportion des diſtances qu'elles gardent entr'elles.

Comme les angles qui ſervent à déterminer cette proportion des diſtances ſont grands à l'égard de la plûpart des Planetes, & que celui qui ſe fait à Saturne, quoi-que le plus petit de tous, peut monter à 5 ou 6 degrés, on trouve dans la même Planete cette proportion toûjours la même, ou à peu-près par differentes Obſervations, lorſqu'elles ont été faites avec ſoin, & dans les ſituations les plus avantageuſes, & cet accord fait voir qu'on la peut ſavoir aſſés exactement.

Cette proportion des diſtances que les Pla-

ne-

netes ont entr'elles, étant déterminée, on peut les trouver en raiſon du vrai diametre du Soleil, car par le moyen de ſon diametre apparent vû de la Terre, qui dans les moyennes diſtances eſt de 32′ 45″, on connoît que la diſtance du Soleil à la Terre eſt de 210 diametres du Soleil, & ſachant par la parallaxe de l'orbe annuel le rapport entre cette moyenne diſtance & celle de chaque Planete, on peut connoître les diſtances de toutes les Planetes en diametres du Soleil.

Cette maniere de conſiderer les diſtances des Planetes en diametres du Soleil peut avoir ſes utilités dans la Phyſique.

On ne ſe contente pas de connoître en parties du diametre de l'orbe annuel & en diametres du Soleil les diſtances que les Planetes ont entre elles, on les cherche encore en diametres de la Terre, parce que cette meſure eſt plus propre que les autres à nous donner une idée de ces diſtances, à cauſe que le diametre de la Terre qui ſert à les meſurer nous eſt connu en lieuës & en toiſes après la meſure qui en a été faite par l'Academie. Pour chercher donc les diſtances des Planetes dans ces meſures qui nous ſont connues, il eſt neceſſaire de ſavoir le rapport que le diametre de la Terre a avec la diſtance d'une Planete, ce qui ſe connoit par le moyen de ſa parallaxe horiſontale. La connoiſſance de la parallaxe eſt encore très-neceſſaire pour réduire les lieux apparents des Planetes à leur veritable ſituation, afin de trouver les regles de leurs mouvemens, ainſi que l'on enſeigne dans les Inſtitutions aſtronomiques.

Avant le siécle précedent, les Astronomes avoient cherché la parallaxe du Soleil par la distance du Soleil à la Terre trouvée en raison des diametres de la Terre par la methode d'*Hipparque* que nous avons indiquée, ou bien par celle d'*Aristarque*, qui consiste à connoître la difference qu'il y a entre le temps que la Lune paroît coupée par la moitié, & le temps que son centre fait à notre égard avec le centre du Soleil un angle de 90 degrés; mais comme ces deux methodes sont sujettes dans la pratique à de grandes difficultés, pour être employées dans une recherche aussi fine qu'est la parallaxe du Soleil; feu M. *Cassini* en trouva une autre beaucoup plus exacte & beaucoup plus facile dans la pratique.

Il l'a expliquée également dans les deux hypotheses de la Terre fixe & mobile autour de son centre, & on peut l'employer à l'égard des Planetes les plus proches de la Terre, & dont la parallaxe est un peu sensible.

La theorie & la pratique de cette methode sont expliquées dans le Livre de la Comete de 1681. La pratique consiste à observer pendant plusieurs jours de suite au Meridien le passage de la Planete & celui d'une Etoile fixe qui se rencontre dans le même parallele, & qui tient lieu d'un autre Observateur, pour avoir la difference journaliere d'ascension droite de la Planete à l'égard de l'Etoile fixe, & la variation qui arrive d'un jour à l'autre à cette difference, dont il faut tenir compte, pour la distribuer dans les differentes heures du jour au mouvement de la Planete

mete en ascension droite. On observe aussi la difference du passage par un cercle de déclinaison entre la Planete & la même Etoile fixe le plus loin du Meridien qu'il est possible.

On compare cette difference observée avec celle qui resulte de la difference journaliere pour l'heure de l'observation. Si le mouvement qui resulte des Observations faites dans l'hemisphere oriental & dans l'occidental est plus grand que celui qui resulte dans le même intervalle de temps par les Observations faites au Meridien, la difference entre l'un & l'autre est l'argument de la parallaxe qui convient à l'intervalle observé.

On fait ensuite les calculs convenables, en réduisant la parallaxe à un grand cercle, si elle a été observée dans un parallele & loin de l'Equinoxial; on la réduit encore au cercle de six heures, si elle a été observée loin du même cercle, & enfin par la parallaxe connuë dans le demi-diametre du parallele terrestre où elle a été observée, on trouve celle qui convient à tout le diametre de la Terre, ce qui est la parallaxe horisontale; & par son moyen on trouve en diametres de la Terre la distance de la Planete dont on a observé la parallaxe.

Feu M. *Cassini* pratiqua cette methode pour trouver la parallaxe de Mars au mois de Septembre de 1672, lorsque cette Planete étoit en opposition avec le Soleil proche de la Terre, & qu'elle se trouva en même temps dans le parallele d'une Etoile d'*Aquarius*; toutes circonstances favorables pour cette recherche. Dans cette situation il trouva

cette parallaxe horiſontale de 25 ſecondes, & par la proportion des diſtances qu'il y avoit alors de la Terre à Mars, & de Mars au Soleil, il calcula la parallaxe du Soleil de 10 ſecondes, c'eſt-à dire preſque inſenſible & beaucoup plus petite que celle qui avoit été ſuppoſée juſqu'alors.

Quoi-que les Obſervations qu'il fit euſſent toute la préciſion qu'on peut deſirer, cependant il n'a pas negligé depuis les autres occaſions qui ſe ſont preſentées pour la verifier, parce qu'une recherche auſſi fine & auſſi délicate merite d'être confirmée par un grand nombre d'Obſervations, & de toutes les manieres qu'il eſt poſſible, c'eſt pourquoi il ne s'eſt pas contenté de trouver ſeulement celle de Mars, mais il l'a cherchée auſſi dans Venus, qui ſont les ſeules Planetes au deſſus de la Lune, dont on peut entreprendre cette recherche avec quelque apparence de ſuccès, lorſqu'elles ſont dans les ſituations les plus favorables & plus proches de la Terre.

Mais ces occaſions ſont rares, & depuis 1672 il n'y en a pas eu à l'égard de Mars une plus propre que celle de 1704, dont nous profitâmes. Les Obſervations qu'on fit alors avec tout le ſoin poſſible ſont rapportées dans les Memoires de l'Academie.

Nous avons eu encore une autre occaſion favorable dans la derniere oppoſition de Mars avec le Soleil arrivée au mois d'Août de 1719.

Par les hypotheſes aſtronomiques qui repreſentent aſſés bien les mouvemens de cete Planete, elle ſe trouva à peu de degrés de ſon perihelie, lorſqu'elle étoit dans ſon oppoſi-

position avec le Soleil, & par conſequent le plus proche de la Terre qu'elle ait été depuis très-long-temps.

Voici les Obſervations que nous avons faites à cette occaſion, lorſque Mars s'eſt rencontré proche du parallele de quelque Etoile fixe.

Nous l'avons premiérement comparé pendant pluſieurs jours avec l'Etoile de la cinquiéme grandeur qui eſt dans la jambe orientale d'*Aquarius*, en obſervant le paſſage de l'une & de l'autre par le Meridien toutes les fois que le Ciel a été ſerein.

Le 11 Août à 1h 14′ 37″ après minuit l'Etoile paſſa par le Meridien; Mars qui étoit pour lors plus oriental, y paſſa à 1h 28′ 21″; donc la difference du paſſage entre l'un & l'autre fut de 13′ 44″.

Le 12 au matin le Ciel fut couvert.

Le 13 on ne put pas obſerver le paſſage de l'Etoile fixe par le Meridien à cauſe des nuages; mais on trouve par les Obſervations précedentes, & par celles qui furent faites les jours ſuivans, qu'elle devoit arriver au Meridien à 1h 6′ 24″ après minuit; on y obſerva le paſſage de Mars à 1h 18′ 50″. Donc la difference entre ces deux paſſages devoit être de 12′ 26″.

Le 14 au matin l'Etoile arriva au Meridien à 1h 2′ 18″, & Mars s'y trouva enſuite à 1h 14′ 1″; donc la difference du tems entre un paſſage & l'autre a été de 11′ 43″.

Le 15 le Ciel fut couvert. Le 16 au matin l'Etoile arriva au Meridien à 0h 54′ 8″. Mars y paſſa à 1h 4′ 16″, donc la difference eſt 10′ 8″.

Com-

Comme le 15 Août Mars se rencontra à deux ou trois minutes près du parallele de l'Etoile qui est dans la jambe orientale d'*Aquarius* avec laquelle nous l'avions comparé depuis le 10, nous observâmes ce jour-là la difference du passage par un Cercle horaire environ trois heures avant & trois heures après son arrivée par le Meridien pour la recherche de sa parallaxe; ce que l'on fit par le moyen d'une Lunette de 11 à 12 pieds qui avoit à son foyer les fils qui se croisent à angles de 45 degrés. On a preferé une Lunette de 11 pieds à une plus courte, à cause du mouvement plus rapide des Etoiles qui se fait au foyer de la plus longue, ce qui sert à déterminer plus précisément leurs passages par les fils de la Lunete, & par consequent la parallaxe de Mars.

Lors donc que l'Etoile & Mars étoient dans l'hemisphere oriental, nous dirigeâmes la Lunete à l'Etoile, de sorte qu'elle parcouroit un des fils qui dans cette situation representoit son parallele. Un autre fil qui étoit perpendiculaire au premier representoit un cercle de declinaison. Nous observâmes le passage de l'Etoile par ce fil à $9^h\,7'\,17''$. Ayant laissé la Lunete immobile dans cette situation, Mars passa par le même fil à $9^h\,17'\,34''$; donc la difference entre ces deux passages fut de $10'\,17''$. Sept heures après, lorsque l'Etoile & Mars avoient passé dans l'Hemisphere occidental, on leur dressa la Lunete, & l'ayant dirigée de sorte que l'Etoile parcouroit un fil comme dans l'Observation précedente, elle arriva à celui qui lui étoit perpendiculaire à $4^h\,11'\,8''$ après minuit du 15, Mars arriva au mê-

me fil à 4^h 21′ 9″; donc la difference eſt 10′ 1″.

Entre l'Obſervation du 15 faite à 9^h 17′ 34″ du ſoir, & celle qui a été faite à 4^h 21′ 9″ après minuit du même jour, il y a un intervalle de 7^h 3′ 35″, pendant lequel le mouvement retrograde de Mars à l'égard de l'Etoile fixe a été par l'Obſervation de 16 ſecondes de temps; mais le mouvement de Mars qui ſe trouve dans le même intervalle de 7^h par les Obſervations des jours précedents faites au Meridien, eſt de 14 ſecondes; la difference de deux ſecondes de temps, dont le mouvement obſervé eſt plus grand que celui qui ſe tire des Obſervations faites au Meridien, eſt l'argument de la parallaxe de Mars dans l'intervalle de 7 heures.

Le Ciel ayant été couvert le 15 & le 16 Août, on ne put pas obſerver Mars au Meridien, & par conſequent trouver par les Obſervations des mêmes jours ſa variation journaliere que nous avons employée dans les Obſervations du 15 pour la recherche de la parallaxe; c'eſt pourquoi nous avons été obligés de la tirer des Obſervations du 13 & du 14 Août.

Mars s'étant éloigné du parallele de l'Etoile fixe avec laquelle on l'avoit comparé juſqu'au 16 Août, à cauſe que ſa déclinaiſon meridionale alloit en augmentant, il approcha enſuite du parallele des Etoiles qui ſont dans l'eau d'*Aquarius* marquées ω, & il s'y trouva le 26 Août; mais ce jour-là le Ciel ayant été couvert, on ne put faire aucune Obſervation. Comme il s'en trouva encore fort proche le 27, jour de ſon oppoſition

avec

avec le Soleil & de ſa plus grande proximité à la Terre, nous profitâmes de cette rencontre.

Par les Obſervations faites le 27 & les deux jours ſuivans au Meridien, on trouve le mouvement de Mars en aſcenſion droite entre le 27 & le 28 de 64 ſecondes, & de 63′ entre le 28 & le 29; d'où il paroît que ce mouvement étoit pour lors aſſés uniforme, comme il doit arriver aux jours correſpondants avant & après l'oppoſition, ainſi on peut ſuppoſer la variation d'aſcenſion droite de 63″, & égale dans les 24 heures.

On obſerva le 27 Août à 8^h 34′ 33″ le paſſage de Mars par un cercle de déclinaiſon. L'Etoile marquée ω dans l'eau d'*Aquarius*, arriva au même cercle à 9^h 29′ 12″; donc la difference du paſſage fut de 0^h 54′ 39″. Le même jour Mars arriva au Meridien à 11^h 58′ 7″. L'Etoile fixe y arriva à 12^h 52′ 57″; donc la difference du paſſage eſt de 54′ 50″. Le même jour du 27, Mars étant dans l'hemiſphere occidental paſſa par un cercle de déclinaiſon à 3^h 18′ 50″ après minuit; l'Etoile y arriva à 4^h 13′ 49″; donc la difference du temps entre ces deux paſſages eſt de 0^h 54′ 59″.

Depuis huit heures 34′ 33″ du ſoir, temps de la premiére Obſervation juſqu'à 3^h 18′ 50″, temps de la troiſiéme Obſervation, il y a un intervalle de 6^h 44′, pendant lequel la variation d'aſcenſion droite de Mars à l'égard de l'Etoile fixe a été de 20″. Mais la variation qui convient à Mars par les Obſervations faites au Meridien eſt de 18 ſecondes dans le même intervalle de 6^h 44′; la difference

ference entre une variation & l'autre eſt l'argument de la parallaxe, à cauſe que le mouvement apparent qui reſulte des Obſervations faites avant, & après le Meridien eſt plus grand que le mouvement vrai qui reſulte des Obſervations faites au Meridien.

On a continué des Obſervations ſemblables pendant le mois de Septembre, & par celles que l'on fit le 20 du même mois à 7^h du ſoir, & à deux heures du matin, dans un intervalle de ſept heures, on trouva $2'' \frac{1}{2}$ pour argument de parallaxe, au lieu de deux qu'on avoit trouvé le 15 & le 27 d'Août. Cette petite difference peut venir de la grande difficulté qu'il y a de déterminer le paſſage de deux Etoiles, toûjours préciſément dans la même ſeconde de tems, une demi-ſeconde d'erreur dans chaque détermination, qui eſt preſque imperceptible, pouvant faire une ſeconde dans la détermination de deux paſſages. Cela peut venir auſſi d'un peu de variation qui ſe rencontroit dans le mouvement journalier de Mars qui pour lors n'étoit pas ſi uniforme que proche de l'oppoſition ; ainſi nous nous arrêtons à la détermination qui a été trouvée par les Obſervations du 15 Août & du 27 du même mois, étant plus certaine & plus évidente, dans leſquelles on a trouvé la parallaxe de deux ſecondes dans l'intervalle d'environ ſept heures.

Preſentement pour déduire de la parallaxe obſervée le 15 Août la parallaxe totale qui convient au demi-diametre de la Terre, il faut conſiderer la diſtance de Mars au Meridien, qui dans la même Obſervation étoit de 3^h $17'$, que

que ſa déclinaiſon Meridionale étoit de 14° 58′, & que la diſtance de *Paris* au pole eſt de 41° 10′; par tous ces élemens on calcule la parallaxe horiſontale de Mars de 26 ſecondes.

De même dans la premiére Obſervation du 27 Août, Mars étant éloigné du Meridien de 3h 28′; avec une déclinaiſon meridionale de 16° 16′, & avec la diſtance de *Paris* au pole, on trouve la parallaxe horiſontale de Mars de 27″; & dans la ſeconde Obſervation du même jour, elle reſulte de 28″ avec la difference de deux ſecondes entre la plus grande & la plus petite; en prenant un milieu, on aura 27 pour parallaxe horiſontale, telle qu'elle reſulte auſſi par une Obſervation immediate.

Pour trouver la parallaxe horiſontale du Soleil de la parallaxe horiſontale de Mars, il faut conſiderer que dans l'Obſervation du 27 Août, Mars étoit plus proche de la Terre que n'en étoit le Soleil, & que le rapport de la diſtance de Mars à la Terre à celle du Soleil à la Terre étoit comme 37 à 100. Faiſant donc comme 100 à 37, ainſi réciproquement 27 ſecondes parallaxe horiſontale de Mars, à 10″ parallaxe horiſontale du Soleil, telle qu'elle a été déterminée par les Obſervations de la parallaxe de Mars faites en 1672 où cette Planete étoit un peu plus éloignée de la Terre qu'elle ne s'eſt trouvée dans l'oppoſition derniere.

Nous avons donc trois Obſervations faites dans les circonſtances les plus favorables qui ſe ſont rencontrées depuis 50 ans, par leſquelles on trouve toûjours la même paral-

rallaxe de Mars & du Soleil. Ainſi malgré la grande difficulté qu'il y a de la déterminer à cauſe de ſa petiteſſe, cet accord lui donne l'évidence qu'on peut deſirer.

Je ne me ſuis pas contenté de trouver la parallaxe de Mars, j'ai encore cherché celle de Venus toutes les fois qu'il s'eſt preſenté une occaſion favorable.

Lorſque cette Planete ſe trouve dans la partie inferieure de ſon cercle en conjonction avec le Soleil, elle approche de la Terre un peu plus que ne fait Mars dans ſon perigée, ce qui doit rendre la parallaxe de Venus un peu plus ſenſible, & par conſequent plus facile à déterminer. Mais d'autres circonſtances qui ſe trouvent dans cette rencontre ſont la cauſe qu'on ne peut pas tirer de cette plus grande proximité de Venus tout l'avantage qu'on en pourroit attendre ; car lorſque cette Planete eſt le plus proche de la Terre qu'elle puiſſe être, elle ſe trouve en même temps en conjonction avec le Soleil, & quoi-qu'on la puiſſe ſuivre avec nos Lunettes pendant toute la journée, on ne peut pas la comparer avec les Etoiles fixes qui lui ſont proches comme il ſeroit neceſſaire, parce qu'elles ſont effacées par la lumiere du Soleil : on eſt donc obligé dans cette occaſion de la comparer avec les Etoiles fixes qui paſſent par la même ouverture de la Lunete pendant la nuit, c'eſt-à-dire, dix ou douze heures après le paſſage de Venus. Or dans cet intervalle il n'eſt pas ſûr que les Lunetes dont on ſe ſert dans cette Obſervation reſtent toûjours dans une ſituation fixe comme il eſt neceſſaire,

&

preſenter pour chercher la parallaxe de Venus ſera lorſque cette Planete n'ayant point de latitude, & étant en conjonction avec le Soleil, ſera vûë dans ſon diſque comme une tache noire, & éclipſera en partie le Soleil. Pour lors on pourra comparer facilement Venus avec le Soleil pluſieurs fois dans le même jour, tant au Meridien que loin du Meridien; mais une telle Obſervation, qui eſt extremement rare, eſt reſervée à ceux qui viendront après nous.

PLUSIEURS OBSERVATIONS SUR UNE MALADIE DES OS, NOUVELLEMENT CONNUE.

Par M. PETIT.

DANS cette maladie la ſubſtance des os eſt entierement changée, elle perd ſa dureté, ces fibres ne paroiſſent plus fibre oſſeuſe, les os ont la conſiſtance de chair, & l'on pourroit dire qu'ils ſont devenus chair, prenant ce mot dans ſa ſignification generale pour toutes les ſubſtances de notre corps, qui ſont ſaignantes quand on les coupe,

pe, & se laissant couper avec facilité, j'appellerai cette maladie la *carnification des os*; j'en rapporte ici quelques observations, esperant d'en donner plusieurs autres dans la suite, lesquelles ne sont point encore en état.

1.*re Observation.* Il y a environ 25. ans que dans l'Hôpital de *Dinan* je pançai un Soldat qui avoit une tumeur de la grosseur d'un œuf sur le tarce, près de l'articulation du pied avec la jambe, elle faisoit saillie sous la plante du pied, la membrane tendineuse qui couvre les muscles lui ayant resisté, l'avoit contrainte de s'étendre sur les côtés, cette tumeur s'ouvrit d'elle-même, & fut long-temps pancée sans fruit, on fut contraint de couper la jambe, parce que la jointure s'étoit abreuvée, & que les deux os tibia & peroné n'avoient pû être à l'abri du progrès rapide de cette tumeur, l'operation étant faite, je dissequai le membre pour m'instruire. Dans toute l'étenduë de la tumeur, je ne trouvai de partie solide que les cartilages qui couvroient les surfaces par lesquels les os s'entretouchoient, tous les os étoient de même consistance que la chair sans aucune fibre osseuse, si ce n'est à quelqu'un des os les plus éloignés, où je trouvai quelques endroits qui n'étoient pas encore carnifiés, mais qui l'auroient été, pour peu qu'on eût tardé de faire l'operation.

2*de Observ.* M. *Morand* mon Confrere fit une amputation de la cuisse à laquelle j'assistai. Après l'operation, nous dissequâmes l'articulation du genoû, siege de la ma-

la-

ladie qui l'avoit engagé à couper le membre, nous trouvâmes que les condyles du femur, l'épiphyſe du tibia & la rotule avoient la conſiſtance de chair molle, les cartilages avoient conſervé leur dureté naturelle, ils étoient ſeulement émincés, & même fendus en quelques endroits à force de s'étendre, parce que les os qu'ils recouvroient avoient augmenté de volume en ſe carnifiant.

3.*me Obſerv.* Une tumeur au carpe près de la racine du pouce, ſe manifeſtoit ſous la forme de loupe, on appliqua des fondans & des reſolutifs pendant un temps conſiderable ſans aucun ſuccès, au contraire la tumeur augmenta, M. *Marechal*, premier Chirurgien du Roi, m'aſſiſta & m'honora de ſes conſeils. Il fut d'avis que j'attaquaſſe la tumeur avec les cauſtiques ; par ce moyen on découvrit que les os du carpe étoient alterés, le reſte des os de la main s'alteroient de même, & pour conſerver la vie du malade, je lui coupai le poignet en préſence de M. *Morand*, je diſſequai la main, les os du carpe étoient carnifiés, excepté deux qui font la jonction avec l'avant-bras, leurs cartilages avoient conſervé leur dureté naturelle, j'ai même conſervé cette piece.

4.*me Obſerv.* Un Chirurgien de Province vint à *Paris* pour ſe faire traiter d'une tumeur qui occupoit le dedans de la main, & paſſoit au dehors entre le pouce & l'os du métacarpe, qui ſoutient le doigt indicateur, elle paroiſſoit à l'endroit de l'os du metacarpe qui ſoutient le doigt *medius*, on lui conſeilla l'amputation de la main, mais le

beſoin qu'un Chirurgien a d'un tel organe, l'empêcha d'y conſentir, il aima mieux, au plus grand riſque de ſa vie, ſouffrir que je lui diſſequaſſe la main pour ſéparer la tumeur des tendons dont elle étoit comme lardée. Dans l'operation je reconnus que l'os du métacarpe qui ſoutient le doigt *medius*, étant devenu chair, formoit le centre de la tumeur, M. *Winſlow*, M. la *Peyronie*, M. *Thibault*, & quantité d'autres Confreres étoient preſens à cette operation.

5.*me Obſerv.* Il y a deux ans que M. *Leauté* mon Confrere m'appella pour aſſiſter à une operation qu'il fit d'une tumeur au-deſſous de l'œil, à l'endroit où ſe joignent l'os de la machoire ſuperieure & celui de la pomette. Cette tumeur qui en apparence n'étoit pas plus groſſe qu'une noix; s'étendoit dans la bouche, dans le ſinus maxilaire, & dans l'orbite d'où elle avoit éloigné l'œil, lui faiſant faire ſaillie en dehors d'un grand travers de doigt, on emporta ce que l'on pût de cette tumeur, ſans trouver aucune reſiſtance de la part des os, ſoit pour trouver la communication dans la bouche, ou pour la ſuivre dans l'orbite, les os planum & unguis, ceux de la pomette & les maxilaires avoir la conſiſtance de chair. On entroit dans le crâne en pouſſant le doigt un peu fort à travers les os cribleux & ſphenoïdes, qui ayant perdu leur dureté, ne reſiſtoient que comme de la chair.

6.*me Obſerv.* Un jeune homme âgé de vingt ans, avoit l'œil gauche proéminent, & jetté en dehors de plus d'un travers de doigt, en conſequence d'une tumeur qui paroiſ-

roiſſoit au grand angle de l'œil accompagnée de douleur de tête, d'étourdiſſement, de larmoyement & de ſéchereſſe de la narine du même côté. Cette tumeur fut attaquée avec un grain de cautere proportionné à ſa grandeur, l'eſcarre fut coupée juſqu'au fond, il ſortit deux ou trois cuillerées de lymphe un peu rouſsâtre, l'œil ſe remit preſque dans ſon lieu naturel, huit ou dix jours après la chûte des eſcarres, il parut dans le milieu de l'ouverture une éminence qui ſembloit être une veſſie par ſa moleſſe, ſa poliſſure & la facilité à rentrer. Elle fut ouverte avec une lancette, l'humeur qui en ſortit étoit ſemblable à la premiére un peu plus abondante. Deux jours après il en parut une troiſiéme qui fut ouverte de même, il en ſortit peu de choſe, l'œil s'éloigna du nez, redevint ſaillant en dehors, comme il l'avoit été dans le commencement, la tête devint peſante, la fiévre s'alluma, & en peu de temps le malade mourut dans l'aſſoupiſſement léthargique. J'ouvris le crâne, & ne trouvai rien de particulier dans la ſubſtance du cerveau, mais je remarquai que la partie de la dure mere qui eſt ſous le lobe moyen & inferieur du cerveau étoit ſoulevée conſiderablement, ce qui m'engagea d'enlever tout le cerveau pour examiner plus aiſément la cauſe de l'élevation de la dure-mere, je détachai peu-à-peu cette membrane, en la ſéparant des os du crâne juſqu'environ le milieu de la partie écailleuſe de l'os des tempes où je la trouvai d'une adherence qui la confondoit avec la baſe du crâne devenuë chair depuis l'apophyſe pierreuſe juſ-

qu'à la portion du coronal qui forme la voute de l'orbite. Je trouvai trois hydatides ou veſſies pleines d'eau rouſsâtre, l'une dans l'orbite, l'autre moitié dans l'orbite & moitié dans le crâne, & une troiſiéme dans la partie de la cavité du crâne formée par l'os des tempes, la baſe de l'os ſphenoïde, & la moitié de l'apophyſe pierreuſe, toutes ces portions d'os & celles qui forment le trou optique avoient la même conſiſtance de chair plus ferme en certains endroits, & plus molles en d'autres. Toutes ces obſervations qui juſqu'alors ne m'avoient pas été fort utiles, me furent d'un grand ſecours pour rendre raiſon des faits que nous allons examiner dans l'obſervation ſuivante.

Un homme âgé de 50. ans ſe plaignoit depuis dix-huit mois de douleurs de tête & ſaignement de nez. Il fut à *Forge* pour y prendre les eaux qui le ſoulagerent. Quelque temps après, l'hemorragie & les douleurs revinrent; il parut deux polypes dans le nez, des rougeurs aux paupieres de l'œil gauche à la conjonctive & au grand angle près du nez; l'œil gauche étoit d'un pouce plus éloigné de la racine du nez que l'œil droit; cet œil étoit ſaillant en dehors d'un travers de doigt plus que l'autre; il paroiſſoit une petite tumeur molle au grand angle de l'œil gauche qui ne cauſoit preſque point de douleur, & qui diminuoit quand on la preſſoit avec le doigt, parce qu'elle ſe vuidoit en partie dans le nez par le canal nazal, & en partie dans la cavité des paupieres par les points lacrimaux. Lorſque cette tumeur étoit affaiſſée, on en ſentoit une autre au-

dessous plus dure, resistant au toucher, & qui loin de s'effacer par la compression, paroissoit beaucoup plus lorsque l'on avoit vuidé le pus de la premiére. Je remarquai que cette tumeur avoit une pulsation semblable à celle d'une artere dilatée. Cette pulsation s'appercevoit de même, en mettant le doigt sur le grand angle de l'autre œil, sur les deux polypes du nez & sur le fond du palais; elle étoit si considerable qu'on l'appercevoit à la vûë, elle répondoit parfaitement au battement des arteres, de maniere qu'en touchant le pouls & la tumeur en même temps, on trouvoit une conformité si parfaite, qu'une intermission de dix en dix battemens, s'appercevoit en même temps au pouls & à la tumeur. Tout le monde convint que cette maladie étoit un carsinome, mais les sentimens furent partagés sur la cause du battement pulsatif dont elle étoit accompagnée. Les uns l'attribuoient aux arteres voisines qui se trouvoient pressées entre la tumeur & les os, les autres le regardoient comme le battement pulsatif d'un anevrisme ou dilatation d'arteres. Dans l'un & dans l'autre sentiment je trouvois des difficultés; je ne pouvois croire que d'aussi petites arteres que celles qui sont en ce lieu, quoi-que pressées, puissent communiquer un battement si considerable, les arteres carotides n'en communiquoient pas un plus fort; je pouvois encore moins croire que cette tumeur fût un anevrisme, parce que l'anevrisme est une tumeur molle, & que celle-ci étoit dure, l'anevrisme rentre, & cette tumeur ne rentroit point; l'anevrisme est accompagné de sifflement & bruissement aperçûs par l'ouïe, & même par le

toucher cette tumeur n'avoit ni l'un ni l'autre ; d'ailleurs des arteres auſſi petites que celles qui ſont à cette partie malade ne peuvent former une anevriſme conſiderable, ou ſi elles en produiſent d'auſſi groſſes, elles ont ſi peu de pulſation, qu'on ne la ſent point au toucher. Il ne ſuffiſoit pas de prouver que cette tumeur n'étoit point un anevriſme, il falloit démontrer ce qu'elle étoit. Mon ſentiment fut que les os de la baſe du crâne étoient devenus mols, & par conſequent au point de recevoir les impreſſions du battement du cerveau, qui, comme on ſait, eſt le même que celui des arteres, ce battement ſe tranſmettoit à la tumeur, & celle-ci le communiquoit à toutes les parties où la pulſation ſe manifeſtoit. Ce ſentiment ſurprit tous les aſſiſtans, mais je l'appuyai ſur de fortes raiſons, & ſur tant d'obſervations, qu'il ne fut contrarié que par ceux qui n'oſerent pas ſe rendre.

L'amolliſſement des os fut bien prouvé par l'operation que je fis, puiſque je coupai avec un biſtouri dans le grand angle de l'œil pour établir une communication dans le nez, ſans trouver la moindre reſiſtance de la part des os, & que de plus en y portant le doigt, toutes ces parties cedoient comme de la chair molle, & je ne trouvai aucune portion d'os qui me reſiſta. Cette obſervation qu'on trouvera ſinguliere, eſt entierement fondée ſur ce que la tumeur polypeuſe avoit ſes racines à la baſe du crâne, & ſur ce que les os de cette baſe étoient devenus mols, je dis plus, ils étoient devenus chair.

Je

Je n'entreprends pas de rendre raiſon de cette metamorphoſe; quand on ſait comme les chairs ſe convertiſſent en os, par la raiſon des contraires, on ſait pourquoi les os ſe convertiſſent en chair.

DE L'ORIGINE ET DE LA FORMATION

D'une ſorte de Pierre figurée que l'on nomme CORNE D'AMMON.

Par M. DE JUSSIEU.

* SI je croyois que pour la recherche de l'origine des Pierres figurées que l'on appelle *Cornes d'Ammon*, il importât de conſulter l'antiquité, j'entrerois dans l'examen de pluſieurs queſtions auxquelles les Hiſtoriens, qui ont parlé de ces Pierres, ont donné lieu.

La premiére ſeroit de ſavoir ſi la *Libye* & l'*Ethiopie* ſont encore aujourdhui auſſi fertiles en ces ſortes de Pierres que *Pline* & *Solin* le rapportent.

La ſeconde, ſi celles qui du temps de ces Auteurs ſe trouvoient dorées, comme ils les décrivent, étoient de veritables Pierres précieuſes ou par leur rareté, ou par leur reſſemblance aux Cornes que portoit la tête

* 5. d'Août 1722.

de la Statuë de *Jupiter Ammon*, ou par leur vertu merveilleuse.

La troisiéme, si c'est la ressemblance des Cornes de cette Statuë avec ces Pierres qui leur en a fait donner le nom ; & s'il y en a quelques-unes de celles qui se trouvent aujourd'hui frequemment en divers Païs de l'*Europe* qui ressemblent parfaitement aux Cornes que l'on voit sur les monumens des têtes de ce Dieu exprimées sur des Bas-reliefs & sur des Medailles antiques.

Mais comme il me paroît que ces questions ont plus de curiosité que de solide, & qu'elles ne conduisent point à la connoissance de la veritable origine de ces Pierres, qui seule seroit suffisante pour desabuser ceux qui s'imagineroient, comme les Anciens, qu'elles ont quelque vertu merveilleuse ; je me contente de profiter des observations des Naturalistes modernes sur cette matiere, & d'y ajoûter les miennes, pour donner une idée plus exacte & plus parfaite de la nature & de la formation de cette sorte de Pierre.

Du temps que l'on étoit dans l'opinion que toutes les Pierres figurées sont des jeux de la Nature & des effets du concours de quelques particules terrestres & metalliques rassemblées au hazard, les Cornes d'*Ammon* pouvoient passer pour une de ces productions, & il n'étoit pas plus surprenant qu'on leur attribuât des vertus extraordinaires, telles que celle de procurer pendant le sommeil des songes mysterieux.

Mais depuis qu'on a fait attention à l'uniformité qui se trouve dans la figure de ces sur-

sortes de Pierres que l'on découvre tous les jours dans tant de Païs differens, & que l'on en voit en certains endroits de très-prodigieux amas dans lesquels cette figure est toûjours constante, il a fallu leur chercher, de même qu'à toutes les autres Pierres figurées, une origine fondée sur une cause naturelle plus raisonnable.

Comme l'on a donc vû dans celles-ci une ressemblance parfaite avec des parties de certains Animaux, il n'a plus été question que de juger quels étoient ces Animaux, & comment ces mêmes parties d'Animaux avoient été petrifiées.

Les uns se fondant sur l'idée attachée au nom de Cornes, se sont imaginé qu'elles avoient été veritablement celles de quelques especes de Belier : les autres s'attachant à la disposition en volutes coupées d'espace en espace par des intersections qui se font distinguer dans quelques-unes de ces Pierres par autant d'éminences, ont regardé ces Pierres comme des queuës d'Animaux terrestres qui sont ordinairement susceptibles de cette figure, & ont pris ces intersections pour les endroits des articulations des vertebres de ces queuës, d'autant plus que de même que les vertebres de ces Animaux se séparent entr'elles, les pieces dont sont formées ces volutes se peuvent aussi séparer.

Il y en a qui faisant reflexion sur cette même forme de volute, laquelle depuis une de ces extremités jusqu'à l'autre va en diminuant, ont penté que ce pourroient être autant de squelettes de Serpens ou de

Vers marins, des replis de la peau desquels les impressions sont restées sur l'exterieur des volutes.

On s'est insensiblement desabusé de ces opinions depuis que dans divers Voyages faits aux *Indes* par quelques curieux, on a découvert des Nautiles, sorte de coquillage dont la forme exterieure & interieure répond assés à quelques-unes de nos *Cornes d'Ammon*. Mais comme dans le genre de ces Pierres il y a plusieurs especes marquées par des differences très-considerables, ce n'étoit pas encore assés d'avoir trouvé une ou deux especes de Nautiles pour tirer la consequence generale que ces Pierres n'étoient autre chose que des Coquillages de ce genre petrifiés. Le hazard m'ayant fait tomber entre les mains trois autres especes de Nautiles qui par leur figure & par la disposition de leurs volutes se trouvent semblables à d'autres especes de *Corne d'Ammon*, qu'il auroit été très-difficile de rapporter à leurs vrais genres, je crois avoir aujourdhui plus de raison qu'on en ait encore eu d'assurer que chaque varieté de ces *Cornes d'Ammon* qui se trouvent en tant d'endroits differents de l'*Europe* sont autant d'especes de Nautiles des *Indes* qui se sont petrifiés dans nos terres.

Aristote [a] chez les *Grecs*, & *Pline* [b] chez les *Latins*, sont les premiers que nous connoissions qui ayent parlé du Nautile : & par la description que ce dernier fait de l'industrie avec laquelle ce Poisson se sert de la forme de sa coquille pour nager sur l'eau,

[a] *Lib. 4. de Generab. Anim. cap. 10.* [b] *Lib. 9. cap. 29.*

l'eau, il n'y a pas de doute que ce nom de Nautile n'ait été donné à ce coquillage à cauſe de cet uſage, ou de la reſſemblance qu'il a avec une galere, auſſi eſt-ce le nom dont nos *François* l'appellent dans nos Iſles de l'*Amerique*.

Les obſervations qui ſont venuës depuis *Belon*, ont enrichi l'Hiſtoire naturelle de pluſieurs autres eſpeces de Nautiles, & ſurtout celle du *Papyracé* dont les varietés ſe diſtinguent, tantôt par des ſtries ou rides plus ou moins inégales & profondes, ou par un dos plus ou moins épineux : eſpeces qui toutes viennent des Mers des *Indes*, comme il paroît par les deſcriptions qu'en a données *Rumphius* dans ſon Hiſtoire Hollandoiſe des raretés de l'Iſle d'*Amboine*.

La ſeconde des deux eſpeces de Nautiles de *Belon* a été non ſeulement reconnuë par *Rondelet*, *Geſner*, *Aldrovan*, *Jonſton*, *Bonanni*, *Lyſter*, & ceux qui l'ont ſuivi ; mais ils y ont encore obſervé cette difference notable qu'elle a avec la premiére eſpece, d'être diviſée interieurement par pluſieurs interſections ou cloiſons qui forment autant de cellules dont la capacité va en augmentant ou en diminuant, à proportion que les volutes s'éloignent ou s'approchent du centre de la coquille, & qui ont une communication réciproque par un canal qui les perce toutes.

La volute de cette eſpece de Nautile paroît à l'exterieur être ſimple, & je n'en ai vû qu'une à volute double qui eſt dans le Cabinet de S. A. S. Monſeigneur le Duc

de *Bourbon*. *Lyſter* [a] la nomme *Nautilus umbilicatus*.

De quelques Mers que viennent ces eſpeces de Nautile, il eſt à préſumer que la premiére, qui eſt celle qui ſe trouve dans la Mer *Adriatique*, au rapport de *Belon*, & qu'on rencontre, mais rarement, près des Iſles de *Majorque* & de *Minorque*, eſt le *Nautilus* que nous appellons *Papyraceus*, & la plus connuë de *Pline*. Et il eſt certain, l'on ne peut même en douter par l'inſpection, qu'une bonne partie des Pierres figurées que l'on appelle *Cornes d'Ammon*, qui ſe trouvent dans diverſes Terres de l'*Europe* & en pluſieurs endroits de la *France*, ne reſſemble parfaitement au Nautile par leur forme exterieure & interieure.

Indépendemment de celles qui exiſtent dans tous les Cabinets, & de celles qu'on peut ramaſſer dans divers territoires, nous avons dans les ouvrages des Auteurs qui ont fait des recueils de Pierres figurées qu'ils ont vûës, des moyens faciles de faire une comparaiſon des Nautiles dont ils y ont donné les Figures avec les Coquilles de ce genre, dont j'ai remarqué que les Hiſtoriens des Poiſſons & des Teſtacées nous ont auſſi laiſſé les Figures.

Rien, par exemple, n'eſt ſi reſſemblant au Nautile de la ſeconde eſpece de *Belon* que la Corne d'Ammon figurée dans la 29 me planche de l'*Hiſtoire des Pierres figurées de Suiſſe* de *Langius*. Toutes les cellules ſe voyent dans la face interieure qu'il en re-

[a] *Lyſter, Conchylior.*

repreſente. Auſſi cet Auteur lui a-t-il donné le nom de *Nautilites*.

Les environs de *Boulogne* en *Picardie*, & les falaiſes de *Dive* en *Normandie*, nous en fourniſſent de tous ſemblables.

Dans les Carrieres du Village d'*Iſſy*, ſitué entre *Paris* & *Meudon*, & dans celles de *S.te Catherine* près *Roüen*, on trouve la variété que nous avons fait remarquer, diſtinguée par ſes volutes apparentes.

Nous avons dans la ſeconde planche de l'*Hiſtoire des Foſſiles du Territoire de Nuremberg* par M. *Bayer*, une figure de Corne d'Ammon qui peut être comparée avec une des varietés de la premiére eſpece de Nautile de *Belon*; j'en ai obſervé à *Dive* d'une forme approchante.

Si j'entreprenois de ſuivre ma comparaiſon pour une quantité d'autres eſpeces de Cornes d'Ammon qui ſe trouvent en toute ſorte de païs, je pourrois dans le nombre des Coquillages de ce genre dont nous avons des Figures, ou d'autres qui, quoi que placées dans un genre approchant, ſe rapportent véritablement à celui des Nautiles; je pourrois, dis-je, beaucoup multiplier les eſpeces de ces Pierres figurées.

Je rapporterois, par exemple, à leur genre toutes celles qui, quoi-que d'une forme un peu diſſemblable, ſont remarquables par ces interſections que j'ai données pour un des principaux caracteres de la ſeconde eſpece de Nautile. Et la comparaiſon en ſeroit d'autant mieux établie, que j'ai trouvé dans un envoi que l'on m'a fait de *St. Malo* de pluſieurs Coquillages des *Indes*, une petite

Coquille blanche exterieurement, & interieurement argentée, d'une volute & demie, & qui eſt une vraye eſpece de Nautile. Le R. P. *Bonanni*, dans ſes obſervations faites au Microſcope, donne la figure & la deſcription d'un pareil Coquillage, pag. 325. Fig. 47. Il doute même ſi c'eſt une Huitre, ou une eſpece de Nautile.

Une autre à peu-près ſemblable, figurée par *Rondelet*, & rapportée aux genres des Limaçons plats, ſerviroit encore de piece de comparaiſon pour des Cornes d'Ammon de même figure.

Et la démonſtration ſera encore plus parfaite, ſi l'on examine le morceau de petrification dont je donne ici la Figure * d'après l'original que j'ai trouvé à *Dive* en *Normandie*, dans lequel on voit une de ces Cornes d'Ammon encore couverte de preſque tout le teſt exterieur du Coquillage originaire, qui quoi-que ne faiſant plus qu'un corps très-dur avec la pierre qu'il couvre, a conſervé ſa couleur de gris d'ardoiſe & ſes rides ou replis qui rendent ſa ſurface godronnée.

† Celles de ces Pierres qui repréſentent l'interieur des Nautiles de la ſeconde eſpece, c'eſt-à-dire, de ceux dont les volutes ſont entrecoupées, & dont les interſections ont paſſé juſqu'ici pour des articulations de vertebres, ſervent auſſi à établir cette opinion, puiſque ſoit que les cellules qui ſe trouvent dans les interſections de ces volutes n'ayent pas été remplies de terre, comme *Mercati*, *Luyd* & *Langius* en donnent des

* Fig. 4. † Fig. 1, 2, & 3.

des Figures, & comme je l'ai moi-même obſervé ; ſoit que ces cellules ſe trouvent remplies, elles ſont toûjours les empreintes de l'interieur de cette eſpece de Nautile.

Mais nous avons quelque choſe de plus que les moules ſolides de la capacité interieure de ces Nautiles, puiſqu'il ſe trouve même de ces moules petrifiés, dont la ſurface a conſervé les empreintes des interſtices des articulations differentes, par leſquelles les parois de châque cellule de ces Nautiles ſont unis ou par couche en maniere d'écaille, ou par engrainure, ou en queuë d'aronde † ; ce qui, dans cette derniere façon de s'articuler, repréſente un feuillage cizelé.

Auſſi doit-on conclurre de l'obſervation de cette ſurface exterieure de ces moules ſolides, que ces veſtiges de differentes figures qui y ſont imprimés déſignent préciſément la figure des cellules interieures de ces Nautiles, au lieu que ſi l'on ne voit ſur cette ſurface que des eſpeces de ſtries ou des godrons, c'eſt une preuve que c'eſt l'empreinte de l'écaille ſuperieure qui recouvre la lame interieure propre aux cellules.

La difference des couleurs & du poids des Cornes d'Ammon ſont des phenomenes qui n'ont point de rapport avec la Coquille de laquelle cette ſorte de Pierre figurée tire ſon origine : ce ne ſont que des accidens qui dépendent des fleurs metalliques des differens terrains dans leſquels elles ſe rencontrent. Car ſi ces terres ſont ferrugineuſes, ces

† Fig. 9.

ces ſortes de petrifications y ont pris la couleur de la rouille de Fer qui les penetre ſi intimement, qu'elles ont preſque acquis toute la peſanteur de ce metail.

Si c'eſt le Vitriol qui domine dans ces terres : ou la partie bitumineuſe dont il ſera chargé, ſe répandant inſenſiblement ſur ces petrifications, aura été retenuë par la chaux en laquelle ſe ſera réduit le teſt interne & externe de la Coquille, & en s'y accumulant formera diverſes couches bronzées & dorées plus ou moins épaiſſes, qui à la place du teſt ſerviront de croûte ou d'enveloppe à chaque partie de la petrification. Enveloppe que nos Naturaliſtes modernes appellent *armure* ; où la partie ſaline & terreſtre de ce Vitriol, ayant penetré toute la petrification dans un temps auquel ſa ſubſtance n'eſt pas encore fort endurcie, lui aura communiqué le poids & la couleur de ce mineral calciné en jaune.

Il y a une obſervation à faire ſur l'un & l'autre de ces degrés, dont le Vitriol a penetré les Cornes d'Ammon. Dans le premier de ces degrés, cette partie bitumineuſe que j'ai remarqué n'être autre choſe que cette eſpece de crême qui a coûtume de nager ſur les eaux acidules ferrées, étant appliquée ſur une ſubſtance terreuſe & compacte, y conſerve ſa couleur dorée ou bronzée, & quelquefois changeante comme celle de la gorge de pigeon ; ce que j'ai experimenté aux Fontaines minerales ferrées de *Roüen* & de *Coûtance*, où j'ai ramaſſé de cette crême dans une taſſe de grès qui depuis plus de douze ans conſerve cette couleur

leur bronzée dans les endroits où cette crême a resté attachée.

Dans le second degré, qui est celui où ces Cornes d'Ammon ont été pénetrées de la partie saline & terreuse du Vitriol, il leur arrive la même chose qu'aux autres substances que ce mineral a pénetré, qui est que d'abord qu'elles sont exposées à l'air, son humidité venant à dissoudre les sels, ce qui paroît par leurs fleurs blanches & verdâtres qui en couvrent la surface exterieure, toutes les parties de ces Pierres se gercent & se desunissent insensiblement, à moins que la matiere saline mêlée avec la bitumineuse qui la retient, ayant par un long espace de temps penetré la petrification, ne lui ait communiqué une solidité plus à l'épreuve de l'humidité de l'air.

Toutes ces observations donnent lieu à deux reflexions curieuses.

La premiére, que la multitude d'especes differentes de Cornes d'Ammon qui se trouvent en *France* aux environs de *Paris*, de *Roüen*, de *Dive* & de *Lyon*, dans les *Sevennes*, en *Provence* & en *Poitou*, en *Angleterre*, en *Suisse*, en differens endroits de l'*Allemagne*, & dans plusieurs autres terres de l'*Europe*, nous fait voir qu'il y a peu de genre de Coquillage dont il y ait tant d'especes que le Nautile, puisqu'on pourroit déja compter plus de cent especes de celles que l'on a remarquées sans avoir égard à des varietés qui sont propres à certaines de ces especes.

La seconde, qu'il est surprenant que de cette grande quantité qui existe d'especes de

Nau-

Nautile, il n'y en ait qu'une qualifiée de *Nautilus papyraceus*, qui ſe trouve dans nos Mers, & encore très-rarement ; & que de celles qui naiſſent dans les Mers étrangeres, nous n'ayons que cinq à ſix eſpeces, dont j'ai fait mention dans mon Mémoire, qui nous ſoient connuës. Il faut eſperer que dans la ſuite il nous en viendra des eſpeces qui ſe rapporteront aux autres petrifications que la Mer, qu'il y a apparence qui couvroit nos terres, y a laiſſé dans ſa retraite.

EXPLICATION

Des Figures repréſentées dans la Planche.

FIGURE I. *A*, Corne d'Ammon métallique, plate, trouvée à *Dive* en *Normandie*, & ſur la ſurface de laquelle ſont repréſentées en maniere de ciſelure les engrainures des parties qui compoſent la lame interieure d'une eſpece de Nautile étrangere qui ne nous eſt pas encore connuë. *B*. reſte de la lame exterieure du teſt de ce Nautile, encore attachée à la petrification. *Wormius* dans ſon *Muſeum*, p. 86. en a repréſenté une de ce genre.

FIG. II. Un morceau de Corne d'Ammon compoſé de quatre pieces articulées enſemble par engrainures branchuës, répondant aux cellules de l'eſpece de Nautile dont elles ont rempli les cavités.

FIG. III. Vûë de la ſurface interieure d'une

Fig. 4.

NAPOLI

d'une de ces pieces détachées qui a pris la figure de la cavité d'une de ces cellules.

FIG. IV. Corne d'Ammon petrifiée, couverte de presque tout son test, laquelle a conservé toutes les rugosités de la surface exterieure du Nautile qu'elle représente, & est attachée à une pierre très-dure trouvée à *Dive*.

REMARQUES

SUR

LA METHODE DE M. TOURNEFORT.

Par M. VAILLANT.

ON ne comprend pas comment M. *Tournefort* a dispersé dans diverses classes * des Plantes qui se ressemblent par tant d'endroits differens, & sur-tout celles dont la fleur est d'une seule piece, vû qu'il a déclaré qu'une classe de Plantes est un amas de plusieurs genres, lesquels conviennent tous en ce qu'ils ont certaines marques communes qui les

* *Le* Dipsacus, *la* Scabiosa *&* l'Amaranthoïdes *dans la XII. la* Valeriana, *la* Valerianella, *le* Jalapa *&* nôtre Pentagonotheca *dans la II.* nôtre Diototheca *dans la III. la* Phillyrea, *le* Tinus, *le* Viburnum *&* l'Opulus *dans la XX.* nôtre *premiére espece de* Stachyarpagophora *dans la VI. le* Fraxinus *dans la XVIII. & le* Caryophyllodendron *dans la XXI.*

les diſtinguent eſſentiellement de tous les autres genres ; & qu'il ſuffiſoit que ces marques fuſſent tirées ou de la ſtructure de leurs fleurs, ou de celle de leurs fruits ſeulement; car il ne croyoit, ou plûtôt, il ne vouloit pas que ces marques puſſent ſe rencontrer dans la reſſemblance de ces deux ſortes de parties priſes enſemble, & encore moins par conſéquent dans le rapport ou la combinaiſon d'une troiſiéme, parce que, dit il, le caractere des claſſes n'auroit alors rien qui fût different du caractere des genres.

Si quelqu'un [ſans avoir plus d'égard à ſa déclaration qu'il n'y en a eû lui-même dans l'établiſſement de huit à neuf de ſes claſſes,] vouloit ſoutenir que la diſtribution qu'il a faite de ces Plantes, eſt ſelon les regles conſtantes qu'il a preſcrites, puiſque les unes ſont des Herbes, ou des Sous-arbriſſeaux, & les autres des Arbres, ou des Arbuſtes ; que parmi les Herbes & les Sous-arbriſſeaux il y en a dont la fleur eſt réguliére & *en entonnoir* ; qu'il s'en rencontre qui l'ont irréguliére & *en maſque* ; & que dans d'autres, cette partie eſt compoſée de fleurons. Je me ſervirois de ſes propres raiſons pour faire voir qu'il combat lui-même ſes principes en beaucoup d'endroits de ſa Methode.

La diviſion des Plantes en Herbes & en Sous-arbriſſeaux, en Arbres & en Arbuſtes, n'eſt pas, comme il le prétend, une regle qu'on puiſſe ſuivre ; puiſqu'il l'abandonne dès ſa 1re, ſa 2de, & ſa 3me claſſe : car la *Bignonia* & l'*Adhatoda* qu'il rapporte à celle-ci, devroient ſe trouver dans la 20me, de même que la derniere Plante qu'il range ſous le

le *Plumbago* [a], & les Arbuſtes de toutes tailles qui, dans la 1re de ces trois claſſes, ſe rencontrent parmi les eſpeces d'*Althæa*, de *Ketmia* & de *Xylon*, auroient dû être placés dans la 21me, ainſi qu'un des plus hauts & des plus gros Arbres des *Indes* duquel il fait & une eſpece d'Apocyn [b], & une eſpece de Cotonnier [c], quoi-que cet Arbre [d] ne porte le caractere ni de l'un, ni de l'autre genre. Il abandonne pareillement cette regle dans les trois claſſes qui traitent des Arbres & des Arbuſtes où il a réduit quantité de Sous-arbriſſeaux & même des Herbes, parce qu'il ne lui étoit pas poſſible de la mettre en pratique.

Celle dont il s'eſt ſervi pour diviſer les Plantes en differentes claſſes par rapport à l'unité & à la pluralité des petales de leurs fleurs, n'eſt pas plus pratiquable, puiſqu'il n'a pû l'obſerver dans pluſieurs de ſes claſſes, & entre autres dans la 9me où ſe trouvent pêle-mêle tant de Plantes à fleurs monopetales, & tant d'autres à fleurs polypetales. Et s'il falloit s'en tenir à cette regle, où pourroit-on rapporter la *Chamælea* [e] ſur laquelle cet Auteur a obſervé & des fleurs monopetales & des fleurs polypetales; & où rangeroit-on la *Papaya* [f], la *Palma* [g], l'*Hernandia* [h], la *Cluſia* [i], l'*Iſora* [k], le *Bonduc* [l], & la *Ceiba* [m], tous genres dans leſquels

a 2. claſſe p. 140.
b *Apocynum Americanum, Viticis folio I. R. H. 92.*
c *Xylon arboreum, caule ſpinoſo. I. R. H. 101.*
d *Ceiba Viticis folio, caule aculeato Plum Nov Gen. 42.*
e *I. R. H. 651.* f *ibid. 659.* g *Plum. Nov. Gen. p. 1.*
h *p. 6.* i *p. 20.* k *p. 24.* l *p. 24.* m *p. 42.*

quels le P. *Plumier* dit avoir rencontré de ces deux ſortes de fleurs ? Cette claſſe où ſe rencontrent pareillement, ainſi que dans la 5me, la 7me, la 9me, & la 20me, tant des Plantes, dont les unes ſont à fleurs réguliéres, & les autres à fleurs irréguliéres, eſt une preuve inconteſtable que les regles de régularité & d'irrégularité ſur leſquelles cet Auteur celebre a établi le caractere de pluſieurs claſſes, ſont auſſi des préceptes impraticables.

Enfin, on ne voit pas que les moyens qu'il a employés pour fonder diverſes claſſes d'Herbes & de Sous-arbriſſeaux par rapport à la forme de leurs fleurs ou à la reſſemblance qu'il ſuppoſe qu'elles ont avec des choſes connuës, ſoient des principes plus certains que toutes les regles dont on vient de parler : car, puiſqu'il eſt vrai que les Plantes compriſes ſous la 1re & la 2de claſſe des *Inſtitutions* & des *Elemens de Botanique* ſont les mêmes dans ces deux Ouvrages, il auroit dû, pour ne pas donner d'atteinte à ces regles, conſerver-là les titres qu'il donne ici à ces claſſes, & non pas fondre, comme il a fait, les *grelots*, les *baſſins* & les *godets*, pour les transformer tous en *cloches* ; & traveſtir les *ſoucoupes* en *entonnoirs* & en *roſettes* ; métamorphoſes qui ne prouvent que trop le peu de conformité qui ſe rencontre entre la configuration des fleurs de ces Plantes & celle de ces ſortes d'inſtrumens & d'uſtenſiles auxquels il compare ces fleurs.

A l'égard de celles de nos Dipſacées qui, pour ſe trouver placées dans la 12me claſſe de l'Auteur, paſſent pour des Plantes à fleurs com-

compoſées de fleurons, ce ne ſont véritablement que des échappées de ſa 2de & de ſa 3me claſſe, vû que les fleurs des unes ſont réguliéres & ſemblables à la pluſpart des fleurs qu'il nomme *en entonnoir*; & que celles des autres ſont irréguliéres & conformes à ces fleurs qu'il appelle *en maſque*. Cela ſe prouve facilement, en rappellant les définitions que cet Auteur donne des fleurons & des fleurs qui en ſont compoſées, & l'on apperçoit aſſés ce qu'on doit penſer de la certitude de ces regles & de ces principes.

Quoi-que les preuves qu'on vient de rapporter ne ſoient que trop ſuffiſantes pour faire connoître aux perſonnes raiſonnables ce qu'on doit penſer de ſa Methode, comme elles ſont un peu générales, & que quelque Botaniſte prévenu tâcheroit peut-être de les éluder, on va les appuyer de preuves particuliéres que nous fournira l'Auteur, en parcourant legerement chacune de ſes claſſes.

I. CLASSE.

Puiſque la 1re claſſe n'étoit deſtinée qu'à contenir des Plantes à fleurs monopetales, on n'y devroit pas rencontrer l'*Oxys*, le *Ficoïdes* [a], la *Malva*, l'*Althæa*, l'*Altea*, la *Malacoides*, l'*Abutilon*, la *Ketmia*, & le *Xylon*. Si l'on prétend qu'on doit excuſer cet illuſtre Auteur d'avoir placé-là ces genres, parce qu'il n'a pû croire avec tous les Botaniſtes qui ont écrit avant lui, que les fleurs

[a] Mem. de l'Acad. an. 1705. p. 313.

fleurs de leurs eſpeces fuſſent polypetales, à la bonne heure. On l'excuſera même, ſi l'on veut, de ce que le *Lilium Convallium*, le *Polygonatum* & le *Ruſcus* ſe trouvent auſſi dans cette claſſe, quoi-qu'il ſoit évident qu'ils appartiennent à la 9me. De plus on laiſſera à juger s'il a bien ou mal fait d'avoir réduit à cette 1re claſſe le genre de *Momordica*, où il avoit remarqué que les eſpeces portent des fleurs polypetales auſſi-bien que de monopetales; & d'y avoir établi, aux dépens de la Mauve, le genre de *Lavatera*[a], vû que les ſemences de la Plante qu'il y rapporte, & qu'il donne comme nouvelle, bien que ce ne ſoit que la 3me & la 5me eſpece de Mauve de la page 96. de ſes Inſtitutions, ne ſont pas ſans enveloppe, comme il le prétend. On laiſſe auſſi à décider s'il a eû raiſon ou tort de créer le genre de *Valantia*[b], ſous un caractere qui n'exiſte pas, & pour n'y rapporter qu'une véritable eſpece de *Cruciata*.

II. CLASSE.

On ne peut approuver, ce me ſemble, qu'il ait mis au rang des Plantes à fleurs régulieres, ou dans ſa 2de claſſe, tant de Plantes à fleurs irréguliéres, comme la *Valeriana*, la *Valerianella*, quelques eſpeces de *Bugloſſum*, de *Solanum*, &c. qu'il devoit, ſuivant ſes principes, mettre dans la 3me; & que pour faire quadrer ces Plantes avec le ti-

a Mem. de l'Acad. an. 1706. p. 107.
b Mem. de l'Acad. an. 1706. p. 106.

titre de cette 2de classe, il leur fasse porter en Latin [a] des fleurs uniformes, régulières & en entonnoir, au lieu & place de celles dont il les avoit ornées en François [b]; car, dans la *Valeriana* c'étoit des tuyaux évasés en rosette taillée en cinq parties disposées régulièrement dans quelques especes, & irrégulièrement dans quelques autres : & dans la *Valerianella* on trouvoit des especes dont les fleurs étoient des godets découpés en cinq parties égales, & on rencontroit d'autres especes où les fleurs étoient des tuyaux évasés & découpés en maniére de cartouche. On pourra ne pas approuver, 1.° Qu'il ait fait passer le *Cerinthe* de la 2de classe des Elemens dans la 1re des Institutions; quand quelqu'un pourroit démontrer que les fleurs des Plantes de ce genre, qui là ne ressembloient pas mal à un grelot, ou à un pot, ressemblent ici à des cloches en tuyau à plusieurs découpures; 2.° Qu'il ait admis deux calices dans la Belle-de-nuit [c], vû que celui sur lequel il veut que la fleur pose, n'est véritablement que le bocal ou le bas de la fleur même dans lequel le jeune ovaire est contenu. 3.° Enfin qu'il ait associé aux especes de *Plumbago* nôtre *Pentagonotheca*, vû que c'est un Arbuste auquel le P. *Plumier* assigne un caractere particulier. Au reste la *Valeriana* & la *Valerianella* dont on vient de parler, ne sont pas les seuls genres qui ont usurpé des places dans cette seconde classe, puisqu'un très-savant Botaniste [d], attaché

a *I. R. H.* 131. & 132. b *Elem de Botan.* p. 107. & 108.
c *Jalapa.* d L'Auteur du *Judicium de Turnef. methodo* p. xviij.

à la méthode dont il s'agit, a publié après nous [a], qu'il en faut exclure l'*Hyoſcyamus*. Il auroit encore pû en uſer de la ſorte à l'égard de l'*Echium*, de la *Veronica*, du *Verbaſcum*, & de la *Blattaria*, vû que leurs fleurs ſont irréguliéres.

III. CLASSE.

Si l'irrégularité d'une fleur vient de l'inégalité de ſes petales, ou de celle de ſes découpures, il ſemble que l'Auteur n'auroit pas dû comprendre dans ſa 3me claſſe, l'*Arum*, le *Dracunculus*, l'*Ariſarum* & l'*Ariſtolochia*, puiſque leurs fleurs ſont entieres. Et il paroît, au contraire, qu'il devoit y renfermer la *Scabioſa*, le *Dipſacus*, la *Globularia*, la *Valeriana*, & les ſix autres genres dont on vient de parler dans l'article précedent, d'autant que les fleurs ſont véritablement découpées en pluſieurs lobes inégaux, & par conſéquent irréguliéres. D'ailleurs il rapporte à l'*Arum* & au *Dracunculus*, des Plantes dont la partie qu'il nomme *piſtile*, ſe trouve couverte de bayes dans toute ſa longueur, quoi-qu'il prétende que ces dernieres parties doivent, dans l'un & l'autre genre, n'occuper que la baſe du *piſtile*.

IV. CLASSE.

Quand on conſidere que la 4me claſſe de l'Auteur, renferme la *Verbena*, & qu'elle ne contient pas l'*Echium*, & toutes les autres

[a] Diſcours ſur la ſtruct. des fleurs p. 52.

tres Plantes Borraginées à fleurs irréguliéres, on ne ſauroit s'imaginer que les marques de diſtinction qu'il aſſigne à cette claſſe puiſſent être bien fondées. D'un autre côté, lorsqu'on lui entend dire que les fleurs de la *Chamædrys*, du *Polium*, du *Teucrium*, de la *Chamæpitys* & de la *Bugula* n'ont qu'une levre, & qu'en les regardant, on trouve au contraire, qu'elles ont deux babines fort apparentes, on ſe perſuade aiſément que le caractere de ces genres eſt encore plus défectueux que celui de preſque tous les autres de la même claſſe, lequel eſt établi ſur de ſi petites minuties, qu'avec les figures à la main, il eſt impoſſible de diſtinguer ces genres.

V. CLASSE.

On a lieu de s'étonner de ce que dans ſa 5me claſſe il n'ait pas renfermé le *Papaver*, l'*Argemone*; quelques eſpeces d'*Alſine*, l'*Alſinaſtrum* qu'il faut ſupprimer, le *Glaucium*, la *Ruta*, la *Capparis*, la *Clematitis*, le *Thalictrum* & la *Tormentilla*, d'autant que les fleurs en ſont tetrapetales, & que *leur fruit naît toûjours du Piſtile.* Si, pour l'en excuſer, quelqu'un vouloit dire, 1.° Que c'eſt parce que les fleurs du *Papaver* & de l'*Argemone* (autre genre qu'il faut auſſi abolir) ont quelquefois plus de quatre petales; 2o. Que leur calice & celui du *Glaucium* ne ſont que de deux pieces; 3.° Que dans l'*Alſinaſtrum* & la *Tormentilla*, cette derniére partie eſt d'une ſeule piece; 4.o Et que cette même partie manque abſolument aux fleurs

VI. CLASSE.

On ne ſauroit comprendre ce que c'eſt que les *fleurs-en-roſe* ſur la ſtructure deſquelles eſt fondée la 6me claſſe de l'Auteur : car de dire que ce ſont celles dont les petales en nombre indéterminé ſe trouvent diſpoſés en rond, ce n'eſt pas les diſtinguer des fleurs qu'il appelle *en-croix*, *en-Oeillet*, *en-Lis*, & *papilionacées*, puiſque les petales de celles-ci ſont arrangés de la même maniére.

Quoi qu'il en ſoit, il ne devoit pas, ce me ſemble, contre la prétenduë certitude de ce principe, mettre dans cette claſſe l'*Amaranthus*, la *Granadilla*, la *Murucuïa*, le *Kali*, le *Veratrum*, la *Phytolacca* & le *Solanoïdes* [a] qui eſt la *Rivina* du P. *Plumier* [b], puiſqu'il eſt hors de doute que les fleurs en ſont monopetales. Il ne devoit pas non plus y placer l'*Opuntia*, ſans y rapporter le *Melocactus* [c] qu'il range dans la 1re claſſe, vû que ces deux genres ſont tout-à-fait ſemblables par la ſtructure de leurs fleurs & par celles de leurs fruits. On n'auroit pas dû voir dans cette 6me claſſe le *Juncus*, le *Juncago*, le *Butomus*, le *Veratrum* & l'*Aſparagus*, qui ſont des genres de la 9me, & dont la fleur du penultiéme eſt certainement d'une ſeule piece, comme nous venons de le marquer. D'ailleurs il ne devoit pas mêler, comme il a fait, parmi les eſpeces de *Smilax* [d] trois autres Plantes de cette 9me claſſe; & il auroit dû renvoyer à la 11me toutes les

a Mem. de l'Acad. an. 1706. p. 108.
b *Nov. Gen. p.* 47. c *I. R. H.* 653. d *I. R. H.* 654.

eſpeces de *Geranium* à fleurs irrégulières. On pourroit encore ſe plaindre de ce qu'il donne le calice de la *Nigella* & celui de l'*Helleborus*, où, dans ce dernier genre, cette partie eſt d'une ſeule piece, & non pas de pluſieurs, comme il le prétend; on pourroit, dis-je, ſe plaindre, 1.° De ce qu'il donne ces calices pour les fleurs mêmes de ces Plantes; 2.° De ce que, ſans néceſſité, il a créé deux nouveaux genres de cette 6me claſſe, l'un ſous le titre de *Cuminoïdes*, & en faveur d'une Plante qui porte le vrai caractere de l'*Agrimonoïdes*; & l'autre ſous le nom de *Garidella* a au préjudice de la *Nigella*, en enlevant à celle-ci une de ſes eſpeces pour la lui aſſujettir. 3.° Et enfin de ce qu'au genre de *Ricinoïdes*, il rapporte pêle-mêle, & des Herbes & des Sous-arbriſſeaux, & des Arbres & des Arbriſſeaux.

VII. CLASSE.

Les *fleurs-en-roſe*, tant réguliéres qu'irréguliéres, que l'Auteur eſt contraint d'admettre également, contre ſes regles, dans ſa 7me claſſe, qui eſt celle des Ombelliferes, font encore voir qu'on ne peut diviſer les Plantes en differentes claſſes par rapport à ces deux ſortes de fleurs; donc l'établiſſement de ſa 6me, ſa 11me & ſa 21me claſſe tombe. Il ſemble qu'il auroit dû avertir que l'*Ammi*, la *Cicuta*, le *Carvi*, le *Daucus*, le *Tragoſelinum*, l'*Oenanthe*, le *Chærophyllum*, la *Myrrhis*, le *Coriandrum*, le *Tordylium* & la *Caucalis*, portent ordinairement plus

a I. R. H. 655.

plus de fleurs réguliéres que d'irréguliéres, puiſqu'on ne voit guere de celles-ci que dans le contour de l'ombelle. Si, pour caracteriſer ces genres, il étoit d'une néceſſité abſoluë de ne faire porter à leurs eſpeces que des fleurs irréguliéres ou à petales inégaux, on ne devroit pas rencontrer dans l'*Ammi* la 3me Plante que l'Auteur y rapporte, vû qu'elle ne produit que des fleurs réguliéres ou à petales égaux. Il en eſt de même de la 2de & de la 4me qu'il réduit au *Chærophyllum*, de la 10me, la 11me & la 12me * qu'il place ſous la *Myrrhis*; de celle qu'il expoſe pour la 2de eſpece de *Coriandrum*; & enfin de ſon *Tordylium Luſitan. Cicutæ folio, ſemine ſtriato* [a] qu'il préſente comme une Plante nouvelle, encore que ce ſoit que la *Caucalis peregrina, ſemine rugoſo. B. Pin.* 153.

Quand on examine avec un peu de ſoin la partie que l'Auteur prend dans les Plantes ombelliféres, pour le calice de leur fleur, on eſt bien-tôt convaincu qu'elle n'eſt pas, ainſi qu'il le prétend, un compoſé de deux ſemences nuës, mais de deux capſules monoſpermes couronnées d'un calice. On oſe même avancer que perſonne n'a jamais vû de ſimples ſémences ſervir de ſupport immédiat à des fleurs, ni de Plantes qui portent leurs ſémences à nud ou découvertes, & qu'on n'en verra jamais qui les ayent immédiatement renfermées dans un calice, ou [ce qui eſt la même choſe] dont le calice ſerve d'enveloppe immédiate à leurs ſémences. Cela étant, comme il eſt aiſé de le

* *Myrrhis Paſtinacæ foliis Late virentibus. Cor. I. R. H.* 22.
a *I. R. H.* 320.

démontrer, ſi quelqu'un n'aime mieux nous faire voir le contraire, cela étant, dis-je, les caracteres de la 12me, la 13me, la 14me, la 15me, la 18me & la 19me claſſe de l'Auteur ne ſauroient abſolument ſubſiſter, non plus que les titres des trois dernieres de ces ſix claſſes.

Avant que de ſortir des Ombelliféres, on ne peut s'empêcher de dire, 1.o Que cet Auteur ne devoit pas exclure l'*Echinophora* a d'entre ces Plantes, d'autant que *Moriſon* fait voir b que les ovaires ou capſules ſeminales des eſpeces de ce genre contiennent chacune deux graines, dont une, à la vérité, avorte le plus ſouvent dans ce païs-ci, comme nous l'avons obſervé; 2.o Qu'il n'auroit pas dû ici, plutôt que dans tant d'autres genres d'Ombelliféres, prendre pour un calice commun cette ſorte de fraiſe ou collet à rayons c qui ſe trouve à la baſe de chaque ombelle; 3.o Et qu'il devoit avertir qu'entre tant de fleurs contenuës dans un ſeul calice, il n'y en avoit qu'une de *fertile*, puiſque ce prétendu *calice* s'étant transformé en fruit, ne renfermoit qu'une unique ſémence. Cette obſervation ſi peu exacte, quoi-que faite ſur des parties bien ſenſibles, doit jetter l'Etudiant dans l'incertitude par rapport aux caracteres que l'Auteur aſſigne à tous les autres genres dont la diſpoſition ne paroît pas d'ailleurs telle qu'*on puiſſe*, comme il le veut d, *dreſſer deſſus une Hiſtoire générale*

a *I. R. H. App.* 656. b *Plant. Umb. T.* 1. * *Fig. ccc. let. c. F. G.* c *I. R. H. Tab.* 423. *Fig. C.* d Elem. de Botan. p. 16.

rale des Plantes, qui ſoit réguliére & commode.

Au reſte, s'il falloit entrer dans l'analyſe du caractere de tous les autres genres de cette 7me. claſſe, qu'il n'a diſtingués que par la grandeur, la petiteſſe, ou les dimenſions indéterminées de leurs *fruits* & de leurs ſémences, on ſe rendroit trop ennuyeux.

VIII. CLASSE.

On paſſe à la 8me claſſe, qui eſt celle des *Plantes à fleurs-en-Oeillet*, leſquelles, comme on l'a déja dit, ne different point eſſentiellement des *fleurs-en-roſe*, puiſqu'elles ſont également formées ou compoſées de pluſieurs petales diſpoſés en rond. Il eſt vrai que l'Auteur leur donne un calice en tuyau, mis hors le *Caryophyllus*, la *Lychnis*, & certaines eſpeces de *Limonium*, on ne trouve point ce tuyau. On ne le trouve pas même dans la 6me, la 12me, la 13me & la 20me *Lychnis* de la page 338; dans la 2de de la page 339, & dans la 16me, la 17me & la 25me de la page 24 du corollaire; & on auroit de la peine à faire voir la reſſemblance d'un Oeillet dans les fleurs de ces huit Plantes qu'il faut exclure de la *Lychnis*.

Mais ne pourroit-on pas douter que les fleurs ſoient de pluſieurs petales dans quelques eſpeces de *Caryophyllus* & de *Lychnis*, vû que ces petales ſe trouvent ſi bien ſoudés enſemble à leur naiſſance, ou au deſſous de l'ovaire, qu'ils forment là comme

un tuyau, lequel ſe déchire lorſque l'on veut ſéparer ces petales ? Ce qui autoriſe ce doute, pour ne pas dire, ce qui le change en certitude, eſt que la fleur de la *Lychnis ſaponaria, convoluto folio. Pluk. Alm.* 232. eſt a ſi conſtamment d'une ſeule piece, qu'on n'y rencontre quelquefois pas une ſeule découpure naturelle, ſi ce n'eſt ſur le bord. C'eſt pour cela, ſans doute, que l'Auteur n'a pas jugé à propos de la rapporter ici, d'autant qu'elle auroit gâté, & le caractere de ſa claſſe, & celui de ſon genre, que les fleurs de ſes eſpeces ſoient accompagnées d'un *piſtile qui ſe change en fruit*, l'Auteur ne devoit pas mettre au nombre de ces eſpeces la *Lychnis viſcoſa, flore majuſculo quæ ſterilis. B. Pin.* 206. Que deviendront d'ailleurs les individus purement mâles que nous avons remarqués dans la *Lychnis ſylveſt. alba, ſimplex. B. Pin.* 204. dans la *Lychnis alba, ſimplex, calice ampliſſ. veſicario. Boerh. Ind. alt.* 2. 256. dans la *Lychnis viſcoſa, fl. muſcoſo, minor. H. R. Par.* 112. dans la *Lychnis Auriculæ Urſi facie. B. Pin.* 206. & dans pluſieurs autres eſpeces qu'il ſeroit trop long de citer ? Il ne devoit pas dire que le fruit de la *Lychnis* n'a le plus ſouvent qu'une cavité, vû que les eſpeces où il eſt ainſi, n'excedent pas en nombre celles où il eſt à trois loges, & qu'il s'en rencontre pluſieurs autres eſpeces qui l'ont partagé en cinq cellules. Et après avoir établi le caractere de la *fleur-en-Oeillet* par rapport à la pluralité de ſes petales, il ne devoit pas ranger au *Limonium* des

a Quæ *Saponaria concava, Anglica, B. Pin.* 206.

des Plantes qui, de ſon propre aveu, ne portent que des fleurs monopetales.

IX. CLASSE.

Si de toutes les claſſes de l'Auteur, il y en a une qui paroiſſe paſſablement bien établie, on peut dire que c'eſt la 9me; & cela, parce qu'il a eû beaucoup plus d'égard aux *fruits* qu'aux fleurs ſur la ſtructure, ou la forme, la régularité, ou l'irrégularité desquelles, de même que ſur l'unité, ou la pluralité de leurs petales, on ne peut, encore une fois, ſans le ſecours de quelques autres parties, faire aucun établiſſement qui vaille, en fait de claſſes, de familles ou de genres ſuperieurs, ce qui eſt la même choſe. Ainſi on ne doit pas trouver à rédire qu'il abandonne ici ſon ſyſtême des fleurs. Ce qu'on improuve, ſans doute, eſt 1.° Qu'il ait donné le nom de *fleurs-en-Lis* à toutes celles des Plantes que cette claſſe contient, vû qu'entre ces fleurs, il s'en trouve un nombre prodigieux où on ne voit aucun rapport ou pas la moindre reſſemblance avec la fleur du Lis. 2.° Qu'il ait réduit le *Lilium Convallium*, le *Polygonatum* & le *Ruſcus* dans ſa 1re claſſe; l'*Ananas* a dans la 2de; le *Juncus*, le *Juncago*, le *Butomus*, le *Veratrum* & l'*Aſparagus* dans la 6me; l'*Orchis*, l'*Helleborine*, le *Calceolus*, le *Limodorum*, l'*Ophris* & le *Nidus-avis* dans la 11me, d'autant qu'il eſt très-manifeſte que ces quinze genres ſont de la claſſe dont il s'agit. 3.° Que dans la 2de ſection de cette claſſe où ne devroient

a *I. R. H.* 653.

vroient être compris que les genres dont le prétendu calice des eſpeces devient le fruit, il ait placé l'*Aloë*, vû que des quatorze Plantes qu'il rapporte à ce genre, il s'en trouve au moins douze du *piſtile* deſquelles *le fruit prend ſa naiſſance*. 4.° Qu'il n'ait pas renfermé dans cette même ſection, le *Lilio-Narciſſus*, le *Narciſſo-Leucoium*, & la *Bermudiana*, puiſque leurs fleurs ſont monopetales & non pas hexapetales comme il le prétend. 5.° Qu'il ait pris pour des racines ces parties enterrées qu'on nomme communément, les unes *tubercules charnus*, & les autres *bulbes* ou *Oignons*, leſquelles ne ſont formées que des aiſſelles des feuilles; & que ſouvent ſans néceſſité, il ait fait entrer ces ſortes de parties cachées, dans le caractere de tant de genres. 6.° Enfin qu'il ait conſtitué en dignité de genre le *Liliaſtrum* dit *Lis-de-Saint-Bruno*, & le Lis-Jacinte a, vû que par le caractere qu'il leur a imprimé, on ne voit pas trop par où celui-là peut réellement être différent du *Phalangium*, & celui-ci du Lis ordinaire.

X. CLASSE.

Nous voici arrivés à la 10me claſſe, où l'on voit que l'Auteur qui, dans la précedente avoit, pour ainſi dire, pris le véritable chemin, l'abandonne. Pour établir le caractere de cette claſſe, qui contient les Plantes légumineuſes, il n'étoit pas néceſſaire d'employer leurs fleurs, dont la ſtructure eſt ſi équivoque, il ſuffiſoit de s'en tenir à

a *Lilio-Hyacinthus.*

à leurs gouſſes & à leurs gouſſettes, dont la marque de diſtinction eſt ſi univoque, qu'il n'y a perſonne qui, par ce ſeul endroit, ne puiſſe parfaitement bien démêler ces ſortes de Plantes de toutes les autres. Si donc il eût ſuivi, comme il le devoit, ce qu'il avoit commencé, la *Siliqua* ne ſe trouveroit pas dans la 18me claſſe, & on ne rencontreroit pas dans la 21me le Sené, la Poincianea, la Caſſe & le Tamarin b.

Ces remarques, qui ne regardent que le gros de cette derniere claſſe, tombent auſſi ſur la 22me, laquelle n'étant qu'une ſuite de celle-ci, devroit être ſupprimée pour les raiſons rapportées vers le commencement de cet écrit.

XI. CLASSE.

Comme l'établiſſement de la 11me claſſe n'eſt fondé que ſur l'irrégularité des fleurs, & la pluralité de leurs petales, on juge bien qu'elle ne ſauroit ſubſiſter, vû que par nos obſervations ſur la 5me claſſe, nous faiſons voir que ces deux principes ſont impraticables. Au reſte, les vingt-un genres réduits à cette claſſe, n'en portent pas tous le caractere : car la fleur de l'*Aquilegia* n'eſt point irréguliére, à moins [comme l'a fait l'Auteur] qu'on ne prenne le calice de cette fleur pour des petales, & la fleur de la prétenduë 15me eſpece de *Thalictrum* c, pour une fleur en roſe, quoi-que d'une ſtructure & d'une forme parfaitement ſemblables à celle de l'*Aquilegia*, où il faut rapporter cet-

a *Poinciana*, b *I. R. H.* 660. c *I. R. H.* 270.

te Plante, & la confondre avec la 12me eſpece de l'Auteur, laquelle eſt la même Herbe placée dans deux claſſes differentes. On ne peut pas montrer que le *Chamæbuxus* de l'Auteur [a] & la *Penæa* du P. *Plumier* [b] qui ſont deux genres à ſupprimer, & dont il faut rapporter les Plantes qu'ils contiennent à la *Polygala* [c]; on ne ſauroit montrer, dis-je, que les fleurs de ces deux Plantes ſoient polypetales, ſans prendre, avec ces Auteurs, les deux grands lobes de leur calice pour autant de petales.

Quand on examinera bien les choſes, on reconnoîtra dans l'*Acouitum* & dans le *Delphinium* que ce que l'Auteur a pris pour la fleur même, n'en eſt véritablement que le calice; & on ne demeurera pas d'accord que les fleurs de la *Fumaria* & de la *Capnoides* ne ſont que de deux pieces, comme l'ont publié après lui quelques autres maîtres qui, au lieu d'étudier la nature, & de s'en rapporter à ſes témoignages non ſuſpects, ont mieux aimé s'en tenir à ceux des Auteurs. Enfin, on trouvera que les fleurs de l'*Orchis*, de l'*Helleborine*, du *Calceolus*, du *Limodorum*, de l'*Ophris* & du *Nidus-avis* ſont d'une ſeule piece & non pas de ſix petales. Voilà donc huit genres à bannir de cette claſſe, & deux à ſupprimer.

XII. CLASSE.

La deſcription que l'Auteur a donné des fleurons & des fleurs qui en ſont compoſées,

[a] Mem. de l'Acad. an. 1705. p. 312. [b] *Nov. Gen.* 22. & I. R. H. 174.

fées, prouve évidemment que le *Xanthium*, l'*Ambrosia*, le *Gnaphalodes*, la *Scabiosa*, le *Dipsacus*, la *Globularia* & l'*Amaranthoïdes* n'étoient [a] pas des genres à assujettir, comme il a fait, aux loix de sa 12me classe où nous entrons, d'autant que dans leurs amas de fleurs, il ne se trouve point de véritables fleurons dont il n'admet d'ailleurs qu'une espece dans le caractere de cette classe, quoique parmi les Plantes qu'elle renferme, & que nous avons divisées en Cynarocephales & [b] en Corymbiferes à fleurs en disque [c], nous en ayons fait remarquer de trois autres sortes, savoir de mâles, de femelles & de neutres. D'entre ces deux familles de Plantes qu'il a confonduës, & qu'on distingue néanmoins si aisément par la forme de leurs fleurons, il ne devoit pas exclure le *Xeranthemum* & la *Carlina* pour les placer parmi les Plantes à fleurs radiées, puisqu'il est constant que les fleurs des especes de ces deux genres ne sont composées que de fleurons. Il ne devoit pas aussi mettre pêle-mêle dans la *Conyza* & le *Bidens*, qui sont des genres renfermés dans la classe dont il s'agit, & des Plantes à fleurs radiées, & des Plantes à fleurs composées seulement de fleurons. Il a fait un semblable mêlange dans la *Matricaria*, le *Chamæmelum* & la *Cotula*, qui sont trois genres de sa 14me classe, & dans lesquels par conséquent il ne devroit se rencontrer que des Plantes à fleurs radiées. D'où viennent, contre des principes qui doivent être sûrs & invariables, &

a *I. R. H* 654. b Mem. de l'Acad. an. 1718. p. 181. c Mem. de l'Acad. an. 1719. p. 365.

& qu'on aſſûre tels ; tous ces mêlanges & toutes ces confuſions , ſinon , de l'impoſſibilité qu'il y a de les réduire en pratique, & de ſéparer les Corymbiféres à fleurs en diſque de celles à fleurs radiées. Si cet Auteur *a fait* , comme le dit un ſavant Botaniſte , *une étude plus particuliére des Plantes à fleurs compoſées de fleurons & des Plantes à fleurs radiées , que de toutes les autres Plantes* , il paroît qu'il ne les a pas mieux traitées. On nous a reproché , à la vérité , que dans nos claſſes des Cynarocephales & des Corymbiféres , *nous ne paroiſſons differens de cet illuſtre Auteur que parce que nous appellons fleuron mâle cette ſorte de fleuron que M. Tournefort déſigne ſous celui de fleuron ſterile , & que nous nommons fleuron androgyn & fleuron neutre , ces fleurons parfaits & ces fleurons monſtrueux dont M. Tournefort donne des figures très-exactes , ce qui ſuppoſe qu'il les avoit examinés & qu'il les connoiſſoit.* Mais comme on ne doit compter que ſur les faits , on nous trouvera bien different de cet illuſtre Auteur, quand on prendra la peine de confronter nos Cynarocephales & nos Corymbiféres avec ſa 12me & ſa 14me claſſes , qui, ſous d'autres titres , traitent non ſeulement des mêmes Plantes , mais encore de beaucoup d'autres qui n'y ont aucun rapport. On trouvera par cette confrontation , que le prétendu *fleuron ſterile de M. Tournefort* ne peut être la même choſe que nôtre fleuron mâle , puiſque celui-là ne ſe rencontre que dans le *Xanthium* , l'*Ambroſia* & le *Gnaphalodes*, qui ſont trois faux genres de ſa 12me claſſe , & qui ne ſe trouvent ni entre nos Cyna-

Cynarocephales, ni parmi nos Corymbifé-res. On trouvera que nos fleurons androgyns qui, outre qu'ils ſont preſque toûjours réguliers, doivent eſſentiellement être garnis d'une gaîne formée par l'union des ſommets de leurs étamines & enfilée par la trompe de l'ovaire, ne répondent pas aux prétendus fleurons de la Scabieuſe du Chardon-à-Bonnetier [a], de la Globulaire & de l'*Amaranthoides*, qui ſont quatre autres faux genres de ſa 12me claſſe. On verra que les fleurons androgyns qui ſont les ſeuls que cet Auteur décrit & fait entrer dans le caractere de ſa 12me & ſa 14me claſſes, ne quadrent 1.o ni avec les fleurons femelles qui ſe rencontrent dans les fleurs du *Xeranthemum*, 2.o ni avec les fleurons mâles & les fleurons femelles qui compoſent enſemble & la fleur de la 13me eſpece de *Conyza* de M. *Tournefort*, laquelle eſt la 1re de nôtre *Tarconanthos* [b], & la fleur de la *Matricaria Americ. Ambroſiæ folio, parvo flore albo. I. R. H.* 666. que nous rapportons à nôtre genre d'*Hyſterophorus* [c]; 3.o ni avec les fleurons qui bordent la fleur de la 4me eſpece de *Cotula* [d] de M. *Tournefort*, vû qu'il les prend pour des demi fleurons; 4.o ni avec les fleurons du Souci [e], lequel n'en porte ordinairement que de mâles; 5.o ni enfin avec ces fleurons neutres qui, dans nos Plantes Cynarocephales, entourent le diſque des fleurs que nous appellons à couronne: d'où on conclura qu'en-

co-

a *Dipſacus.* b Mem. de l'Acad. an. 1719. p. 410.
c Mem. de l'Acad. an. 1720. p. 434. d *I. R. H.* 495.
e *Caltha.*

core que *M. Tournefort donne des figures* de quelques *fleurons neutres*, on ne peut pas dire qu'il les eût examinés, ni qu'il les connût véritablement pour ce qu'ils ſont, ainſi qu'on le ſuppoſe.

XIV. CLASSE.

Par cette confrontation, on trouvera auſſi que le caractere de la 14me claſſe de l'Auteur & celui de chacun des genres qu'elle renferme, ne ſont point exiſtans, puiſque les demi-fleurons des fleurs radiées ſont ou femelles ou neutres, & qu'il ne s'y en rencontre jamais d'androgyns, qui ſont auſſi les ſeuls que cet illuſtre Auteur ait décrit, leſquels ne ſe trouvent que dans les Plantes de ſa 13me claſſe.

XIII. CLASSE.

Entre les deux claſſes dont on vient de parler, ſe rencontre celle *des Herbes & des Sous-arbriſſeaux à fleurs compoſées de demi-fleurons.* On ne peut pas dire qu'elle ſoit bien placée-là, puiſqu'avant & après elles ſe trouvent des Plantes à fleurs radiées : Et on doit obſerver 1.o Que ni le titre, ni le caractere que l'Auteur donne à cette 13me claſſe, ne ſauroient convenir à toutes les Plantes qu'il faut y rapporter, vû que nous avons eû l'honneur d'en faire voir une à la Compagnie *, dont les fleurs étoient compoſées de fleurons. 2.o Et que les expédiens dont il s'eſt ſervi pour établir des differen-

* Le 4. Juin 1721.

rences entre la plûpart des genres de cette classe, sont insuffisans, & ne les font point connoître. Pour en être pleinement convaincu, on n'a qu'à confronter ces expédiens avec ceux que nous avons employés pour differentier les genres de nôtre 3me classe, laquelle traite des mêmes Plantes sous le titre de Chicoracées, & à parcourir le dénombrement des especes que nous rapportons à chacun de ces mêmes genres.

XV. CLASSE.

Ce qui fait ici un contraste remarquable, est que l'Auteur passe subitement des Plantes les plus riches en fleurs, puisqu'elles en portent de deux sortes [a], à celles qui n'en ont point du tout : car on ne peut se résoudre à prendre pour des fleurs ces parties qu'on nomme étamines, lesquelles, selon cet Auteur, se trouvent placées vers le centre des fleurs à petales, où là (ce qui est à remarquer) il les fait servir de vaisseaux excretoires aux jeunes fruits; au lieu qu'ici où les jeunes fruits n'ont apparemment que faire d'elles, il les occupe à décharger les excremens de cette partie qui leur sert d'enveloppe. Or il prétend que cette enveloppe qu'il appelle le calice de ces fleurs si étranges, devient dans la suite la capsule ou couverture immédiate des semences. Mais si ce paradoxe est faux, comme on va le prouver, il s'ensuit que le caractere de la 15me, la 18me & la 19me classe l'est aussi, & qu'il en doit être de même de celui de tous

a Des fleurons & des demi fleurons.

tous leurs genres. Qui eſt-ce, par exemple, qui en voyant la fleur du Cabaret [a], prendra jamais pour la partie poſterieure d'un calice, ce corps diviſé interieurement en ſix loges pleines de ſémences, vû qu'il eſt eſſentiel à un calice de n'avoir qu'une cavité, & de ſervir de couverture ou du moins d'emboiture à la fleur ? Et qui eſt-ce au contraire qui ne dira pas d'abord que ce prétendu calice eſt la véritable fleur, & que ce corps qu'elle contient, & qui eſt ſeulement collé à ſes parois, eſt un ovaire tout-à-fait indépendant d'elle ? Au reſte, quand on lui accorderoit, que *le Cabaret eſt un genre de Plantes dont les fleurs ſont à étamines*, & par conſéquent genre de ſa 15me claſſe, on pourroit faire voir en même temps, contre ce qu'il a établi, que l'*Hypociſtis* [b] qui ſe trouve dans la 1re claſſe ; la *Pimpinella* dans la 2de ; l'*Ariſtolochia* dans la 3me ; l'*Hæmanthus* [c], le *Crocus*, le *Narciſſus*, l'*Iris*, l'*Hermodactylus* [d], le *Xiphion*, le *Siſyrinchium*, le *Gladiolus*, le *Lilio-Narciſſus*, le *Narciſſo-Leucoïum*, & la *Bermudiana*, qui ſe rencontrent dans la 8me ; l'*Orchis*, l'*Helleborine*, le *Calceolus*, le *Limodorum*, l'*Ophris*, le *Nidus-avis* dans la 11me, & l'*Elæagnus* [e] dans la 20me ; on pourroit, dis-je, faire voir que ces vingt-un genres épars dans tant de claſſes differentes, devroient, ſuivant les principes de l'Auteur, ſe rencontrer dans celle du Cabaret, vû que le prétendu calice de leur fleur ſert d'enveloppe immédiate aux ſémences, & que ce calice & cette fleur cu-

ta-

a *Aſarum.* b *Cor. I. R. H.* 46. c *I. R. H.* 657.
d *Cor. I. R. H.* 50. e *Cor. I. R. H.* 53.

tanée, ne ſont en apparence (comme ce que cet Auteur prend dans le Cabaret pour un ſimple calice) qu'un ſeul & même continu.

S'il eſt eſſentiel que le calice des fleurs à étamines ſerve d'enveloppe immédiate aux ſémences, on ne voit pas qu'il puiſſe être deſtiné à cet uſage dans le *Cyperoïdes*, le *Mays*, la *Lacrima-Job*, le *Ricinus*, la *Spinacia*, la *Salicornia* [a], le *Cynocrambe* [b], la *Cannabis*, la *Cannabina* [c], la *Mercurialis*, l'*Urtica*, le *Lupulus*, la *Ceratoïdes* [d], le *Buxus*, l'*Empetrum* [e], le *Terebinthus*, le *Lentiſcus*, le *Rhamnoides* [f], la *Caſia* [g], l'*Ephedra* [h], & dans toutes les Plantes de la 19me claſſe de l'Auteur, puiſque ce calice ne contient que les étamines, & que les ſémences de ces Plantes naiſſent dans des endroits differens que ceux qu'occupe ce calice, & ſouvent même ſur d'autres individus. D'ailleurs, ſi cet Auteur n'a pas fait de difficulté de réduire ſous la même categorie, & les Plantes où le *piſtile* & les étamines ſe trouvent dans le même calice, & celles où ces deux ſortes de parties naiſſent ſéparément, il auroit dû rapporter à ſa 15me claſſe le *Potamogeton* qui eſt dans la 5me, le *Xanthium*, l'*Ambroſia*, & le *Gnaphalodes* qu'on voit dans la 12me, puiſque ſuivant les regles qu'il établit, ces quatre genres portent le caractere des *Plantes dont les fleurs ſont à étamines*. Enfin s'il eſt de l'eſſence de ces fleurs d'avoir un calice,

a *Cor. I. R. H.* 51. b *Ibid.* 52. c *Ibid.* 52. d *Ibid.* 52.
e *I. R. H.* 519. f *Cor. I. R. H.* 52. g *Ibid.* 53.
h *Ibid.* 53.

ce, cette partie n'auroit pas dû manquer aux prétenduës étamines de l'*Equiſetum*, à celles de la *Salicornia*, & de certaines eſpeces de *Fraxinus*; & il devoit l'admettre aux fleurs de la *Typha* & du *Sparganium*. On nie que le calice de la *Beta*, de l'*Acetoſa*, du *Lapathum*, de l'*Atriplex* & du *Rhamnoïdes* ſoit de pluſieurs pieces, comme l'Auteur le prétend, vû qu'il devient l'enveloppe immédiate, non pas de la ſémence, mais de l'ovaire qui la renferme : car un calice de pluſieurs pieces perit avec la fleur, au lieu que celui qui n'eſt que d'une ſeule piece, ſubſiſte & s'accroît juſqu'à la parfaite groſſeur ou grandeur de la capſule ſeminale, ſur tout, lorſqu'il la contient, & qu'elle ne peut ſe paſſer de ſon ſecours pour parvenir à ſa maturité.

Mais c'eſt aſſés & peut-être trop inſiſter ſur ces prétenduës fleurs à étamines; on ne veut pour les détruire ſans reſſource, que l'expoſition des Figures que l'Auteur donne de leurs parties.

Les douze étamines *B* du Cabaret [a] s'élevant, non du prétendu calice *CE*, mais d'une eſpece de plancher qui couvre ſix cellules *F* diſpoſées en rond autour d'un placenta où ſont attachées les ſémences que ces cellules renferment; & ces étamines *B* entourant d'ailleurs une trompe dont le pavillon eſt une étoile à ſix rayons, il eſt tout-à-fait incroyable que ce prétendu calice puiſſe être lui-même toutes ces ſortes de parties. Donc la fleur à étamine, dans le Ca-

[a] *I. R. H. Tab.* 286.

Cabaret comme ailleurs, n'eſt qu'une pure chimere.

La fleur du Frêne commun [a] étant une fleur ſans calice, & formée ſeulement des ſommets *CD*, d'entre leſquels part le *piſtile F*; & ce *piſtile* devenant la capſule *FG*, contenant la ſémence *H*; cette ſuppoſée fleur à étamines n'eſt pas moins apocryphe que les autres.

Le prétendu calice *C* du Carouge [b] n'étant point employé par l'Auteur à envelopper, je ne dis pas les ſémences *F*, mais même la gouſſe *E* provenant du *piſtile D*, & dans laquelle ſont contenuës ces ſémences *F*, prouve que la fleur des Plantes de ce genre n'eſt point du nombre des fleurs à étamines.

Enfin, (car on ne finiroit pas, s'il falloit tout repaſſer,) enfin, dis-je, le *piſtile DE* de l'Oreille [c] étant terminé par un corps ordinairement à trois branches frangées *FGH*, établit conjointement avec tous les *piſtiles* du monde qu'on dit devenir *fruits* ou *ſemences*, & qui, comme lui, ſont toûjours ſurmontés d'un corps que nous appellons *trompe*, de quelque figure qu'il ſoit; ce *piſtile* établit, dis-je, cette vérité, qu'il n'eſt point une ſémence nuë, mais l'ovaire membraneux qui la contient, vû qu'une ſimple ſémence n'a jamais eû de trompe ni n'en aura jamais que dans l'opinion de ceux qui ſuivent la méthode de l'Auteur.

Au reſte, cet Auteur devoit rapporter à cette

a *I. R. H. Tab.* 343. b *I. R. H. Tab.* 344.
c *I. R. H. Tab.* 287.

cette 15me classe & au genre du *Lapathum* la Plante en faveur de laquelle il lui a plû de créer celui de *Rhabarbarum* contenu dans la 1re classe ; & il n'auroit pas dû ranger au *Fraxinus* le quatriéme Arbre qu'on y voit, d'autant que sa fleur qu'il dit sterile est à quatre petales garnies d'un calice, & que le *pistile* devient une capsule contenant une sémence fertile.

XVI. & XVII. CLASSE.

Quoi-que la 16me & la 17me classe ne soient pas mieux établies que les autres, comme leur caractere ne roule nullement sur les fleurs, on ne s'arrêtera pas à les passer en revûë: on dira seulement que l'Auteur n'auroit pas dû réduire le *Lichen* dans celle-là, vû que ses especes sont des Plantes Fungueuses, ni mettre sous celle-ci le *Muscus*, dont la structure des fleurs & des capsules seminales se manifeste à l'œil nud ; ni les Plantes marines qui doivent constituer une famille particuliére, ainsi que les Plantes Fungueuses, les Capillaires, & les Graminées qu'il entremêle également avec des Plantes qui en sont fort differentes. D'un autre côté, il devoit exclure du nombre des Plantes marines la *Tubularia* qui appartient au regne Animal & non pas au Vegetal.

XVIII. & XIX. CLASSE.

A l'égard de la 18me & de la 19me classe, on a enveloppé les remarques génerales qu'on avoit à y faire, dans celles de la

15me

15me, dont l'une & l'autre ne ſont que des ſuites.

XX. CLASSE.

La 20me claſſe qui, par rapport à ſon titre, ne devroit contenir que des Arbres & des Arbuſtes à fleurs monopetales, en contient cependant à fleurs tetrapetales, telles ſont celles du *Rhamnus*, premier genre de cette claſſe; & celles des deux derniéres Plantes rapportées à celui de *Phillyrea*. On dira, en paſſant, que l'Auteur a pris le calice du *Rhamnus* pour la fleur même, & qu'il ne s'eſt pas apperçu que les eſpeces de ce genre ſont ordinairement partagées en individus mâles & en individus femelles. On trouve auſſi dans cette claſſe beaucoup de Sous-arbriſſeaux & même quelques Herbes, celles-ci dans la *Thymelæa* & dans le *Sambucus*, & ceux-là dans la même *Thymelæa* & dans l'*Erica*, ſans compter l'*Uva-Urſi* & le *Viſcum*. Ce qu'on peut encore remarquer, & qui fait contre les principes de l'Auteur, & pour les nôtres par rapport à nos Dipſacées, eſt qu'il mêle ici les Plantes dont les fleurs ſont réguliéres avec celles à fleurs irréguliéres; & qu'il y grouppe, pour ainſi dire, ou qu'il y marie les *gueules* ou les *maſques*, les *entonnoirs*, les *baſſins*, les *roſettes*, les *cloches* & les *grelots* qui s'accommodent-là tous enſemble, ce qu'ils ne ſauroient faire parmi les claſſes des Herbes & des Sous-arbriſſeaux où on les fait ſervir ſéparément de marques

où on les fait ſervir ſéparément de marques de diſtinction. On ne voit pas où étoit la neceſſité d'établir dans cette 20me claſſe les genres de *Caprifolium* & de *Xiloſteon*, puiſque les Plantes du premier pouvoient, ſans la moindre difficulté, ſe réduire au *Periclymenum*; & celle du dernier, au *Chamæceraſus*. De cette claſſe compoſée de Plantes de la 1re, la 2de, la 3me, la 6me ou 21me, de la 10me, ou 22me à qui appartiennent l'*Acacia* & la *Mimoſa*; & enfin de la 15me où le *Viſcum* devroit ſe rencontrer, nous paſſons à la claſſe *des Arbres & des Arbuſtes à fleurs-en-roſe*, laquelle n'eſt qu'une dépendance de la 6me.

XXI. CLASSE.

Dans cette 21me claſſe où, ſuivant les préceptes de l'Auteur, ne devroient ſe trouver que des genres de Plantes à fleurs réguliéres, on y rencontre neanmoins ceux d'*Hippocaſtanum*, de *Senna*, de *Poinciana*, de *Caſſia* & de *Tamarindus*, dont les fleurs ſont irréguliéres. On y voit, outre cela, quantité de Sous-arbriſſeaux & même des Herbes, comme ſous les genres de *Rubus* & de *Senna*. D'ailleurs nous avons fait voir par nos remarques ſur la 10me claſſe, que ce dernier genre, ceux de *Poinciana*, de *Caſſia* & de *Tamarindus*, auroient dû être placés, ou dans cette 10me claſſe, ou dans la 22me, qui en fait partie, & qui eſt la derniere de cet Auteur celebre.

XXII.

XXII. CLASSE.

Quoi que cette derniere classe soit intitulée *Des Arbres & des Arbustes à fleurs papilionacées*, ces grandes & ces moyennes Plantes sont justement celles dont elle est la moins pourvûë, le plus grand nombre n'étant que des Sous-arbrisseaux entremêlés d'Herbes.

TRAITE'

Des Progressions Arithmetiques de tous les Degrés à l'infini.

Par M. DE LAGNY.

DEFINITIONS.

I.

* SI dans une Serie indéfinie de nombres entiers toûjours croissans, l'on ôte le premier & plus petit nombre du second, le second du troisiéme, le troisiéme du quatriéme, & ainsi de suite à l'infini. Soit la Serie des restes appellée *la Serie des premiéres differences.*

II.

Si ces premiéres differences sont inégales, & qu'on ôte la premiére difference de la seconde, la seconde de la troisiéme, la troi-

* 13 Mai 1722.

ſiéme de la quatriéme, & ainſi de ſuite à l'infini, ſoit la Serie des reſtes appellée *la Serie des ſecondes differences.*

III.

Si ces ſecondes differences ſont inégales, & qu'on ôte la premiére de la ſeconde, la ſeconde de la troiſiéme, la troiſiéme de la quatriéme, & ainſi de ſuite à l'infini, ſoit la Serie de ces reſtes appellée *la Serie des troiſiémes differences*: & ainſi de ſuite à l'infini pour les Series des quatriémes, des cinquiémes, &c. differences.

IV.

Lorſque par une telle ſouſtraction continuelle, on parvient à une Serie de reſtes tous égaux, ſoit la Serie de ces reſtes appellée *la Serie des derniéres differences*, ou *la Serie des differences conſtantes.*

V.

Progreſſion arithmétique, proprement dite, eſt une Serie indéfinie de nombres entiers toûjours croiſſans, dont les dernieres differences ſont *conſtantes*; mais on peut auſſi définir plus generalement & par analogie la progreſſion arithmétique, en diſant que c'eſt *une Serie indéfinie de grandeurs quelconques homogenes croiſſantes ou décroiſſantes, dont les dernieres differences ſont conſtantes.*

Explication de ces Définitions.

La premiére des progreſſions arithmétiques, la progreſſion fondamentale, celle qui donne par analogie le nom à toutes les autres, c'eſt la Serie naturelle des nombres,

1, 2,

1, 2, 3, 4, 5, &c.

Dans cette Serie la premiere difference eſt auſſi la derniére, & elle eſt de plus égale au premier terme, qui eſt l'unité. La difference conſtante = 1.

Cette autre Serie 3, 7, 11, 15, 19, 23, &c. eſt auſſi une Serie arithmétique du même degré que la précedente. Le premier terme eſt 3, & la premiére & derniére difference, la difference conſtante = 4.

La Serie des grandeurs égales repreſentée le plus ſimplement qu'il eſt poſſible par la Serie des Unités, comme 1, 1, 1, 1, 1, &c. ne peut qu'improprement être appellée *Progreſſion arithmétique*, dont la premiére & derniére difference, ou la difference conſtante eſt 0. Ce n'eſt pas proprement une progreſſion; elle n'avance point, *non progreditur*, mais c'eſt pourtant la Serie qui par l'addition continuelle de ſes termes forme la premiére progreſſion arithmétique ci-deſſus, 1, 2, 3, 4, 5, &c. de même préciſément que par l'addition continuelle des termes de la progreſſion arithmétique du premier degré 1, 2, 3, 4, 5. &c. on forme la progreſſion arithmétique la plus ſimple du ſecond degré 1, 3, 6, 10, 15, &c. On peut donc appeller par analogie, la progreſſion 1, 1, 1, 1, 1, &c. progreſſion arithmétique du 0 degré; & cette analogie n'eſt pas inutile dans l'application qu'on en peut faire au calcul integral dans la Geometrie.

Si l'on propoſe cette Serie indéfinie de nombres,

1, 3, 6, 10, 15, &c.

On aura par ſouſtraction réïterée les premiéres & ſecondes differences ſuivantes:

	1,	3,	6,	10,	15,	&c.
		1,	3,	6,	10,	&c.
1.res Differences	2,	3,	4,	5,	&c.	
		2,	3,	4,	&c.	
2.des Differ. conſtantes	1,	1,	1,	&c.		

C'eſt la Serie des nombres triangulaires, la plus ſimple de toutes les progreſſions du ſecond degré.

Si l'on propoſe cette Serie indéfinie de nombres,

1, 4, 9, 16, 25, &c.

On aura par ſouſtraction réïterée les premiéres & ſecondes differences ſuivantes.

	1,	4,	9,	16,	25,	&c.
		1,	4,	9,	16,	&c.
1.res Differences	3,	5,	7,	9,	&c.	
		3,	5,	7,	&c.	
2.des Differ. conſtantes	2,	2,	2,	&c.		

C'eſt la Serie des nombres quarrés.

Si l'on propoſe cette Serie indéfinie de nombres,

1, 4,

1, 4, 10, 20, 35, &c.

On aura par ſouſtraction reïterée les premiéres, ſecondes & troiſiémes differences ſuivantes.

	1,	4,	10,	20,	35, &c.
		1,	4,	10,	20, &c.
1.res Differences	3,	6,	10,	15,	&c.
		3,	6,	10,	&c.
2.des Differences.....	3,	4,	5,		&c.
		3,	4,		&c.
3.mes Differences conſtantes..	1,	1,			&c.

C'eſt la Serie des nombres pyramidaux, la plus ſimple des progreſſions du troiſiéme degré.

Si l'on propoſe cette Serie indéfinie de nombres,

1, 8, 27, 64, 125, &c.

On aura par ſouſtraction réïterée, les premiéres, ſecondes & troiſiémes differences ſuivantes.

	1,	8,	27,	64,	125, &c.
		1,	8,	27,	64, &c.
1.res Differences	7,	19,	37,	61,	&c.
		7,	19,	37,	&c.
2.des Differences ...	12,	18,	24,		&c.

		12,	18, &c.
3.mes	Differences conſtantes	6,	6, &c.

C'eſt la Serie des nombres cubes, & ainſi des autres à l'infini.

REMARQUE I.

Je n'ai donné que des exemples de progreſſions arithmétiques croiſſantes & non des décroiſſantes. On peut aiſément appliquer à ces derniéres progreſſions ce qui a été dit des premiéres. Il y a pourtant une raiſon eſſentielle pour ſe fixer d'abord aux progreſſions croiſſantes. C'eſt qu'il n'y a proprement que celles de cette eſpece qui puiſſent être continuées réellement à l'infini, & je n'ai principalement en vûë que celles-ci par rapport au calcul integral & geometrique; car par exemple la progreſſion ſuivante

19, 11, 7, 3, — 1 — 5 — 9 — 13, &c.

peut bien par analogie être continuée à l'infini, au moyen des termes negatifs — 17 — 21 — 25, &c. mais elle finit réellement au terme poſitif 3, & les termes negatifs — 1 — 5 — 9 — 13, &c. ne ſont qu'improprement & ſeulement par une eſpece d'analogie des termes de la progreſſion réelle deſcendante.

Cependant ces ſortes de Series mixtes compoſées en partie de termes poſitifs & en partie de termes negatifs, peuvent être d'uſage & d'un très-grand uſage dans les Series *des homo-*

homogenes de comparaiſon pour la reſolution des Equations compoſées de termes moyens, partie poſitifs & partie negatifs, & ma Méthode les comprend également comme les Series toutes poſitives.

REMARQUE II.

Lorſqu'une Serie, ſoit primitive, comme celle qui eſt d'abord propoſée, ſoit ſubalterne, comme celles des premiéres, ou ſecondes ou troiſiémes, &c. differences, n'eſt pas toûjours croiſſante; mais qu'au contraire elle eſt décroiſſante, ou d'abord au ſecond terme, ou bien après quelques termes poſitifs, alors la ſouſtraction continuée donne des differences negatives au premier terme décroiſſant, parce qu'ôtant un nombre poſitif plus grand d'un nombre poſitif plus petit, la difference eſt négative + 7 ôté de + 5, il reſte — 2. Et lorſqu'on ſouſtrait ces differences negatives des termes ſuperieurs correſpondants, s'ils ſont poſitifs, la difference eſt la ſomme des deux termes correſpondants, parce que le negatif étant ôté du poſitif, il reſte la ſomme des deux. Ainſi ôtant — 2 de + 3, il reſte 5 ou + 5.

Si les deux termes ſont négatifs, alors il y a trois cas.

1. S'ils ſont égaux, il reſte 0.

2. Si l'inferieur eſt plus petit que le ſuperieur, c'eſt une veritable ſouſtraction, & la difference eſt négative.

3. Si l'inferieur eſt plus grand que le ſuperieur, il faut ôter le plus petit du plus grand, & le reſte ou la difference doit avoir le ſigne +.

Ainſi — 7 ôté de — 7, il reſte 0.
— 7 ôté de — 11, il reſte — 4.
& — 7 ôté de — 5, il reſte + 2.

On verra des exemples utiles de ces remarques dans la reſolution des Equations par les Series des homogenes de comparaiſon, & c'eſt un des principaux uſages de ma Methode.

VI.

Si les premiéres differences ſont conſtantes, la Serie propoſée eſt une progreſſion arithmétique du premier degré.

Si ces premiéres differences étant inégales, les ſecondes ſont conſtantes, la Serie eſt une progreſſion arithmétique du ſecond degré.

Si ces ſecondes differences étant inégales, les troiſiémes differences ſont conſtantes, la Serie eſt une progreſſion arithmétique du troiſiéme degré, & ainſi de ſuite à l'infini.

VII.

Le premier & le plus petit terme donné d'une Serie aſcendante propoſée, je l'appelle le dernier nombre *generateur*. Mais ſi la progreſſion eſt deſcendante, c'eſt le premier & le plus grand terme de la Serie qui eſt le dernier nombre *generateur*.

La premiére des premiéres différences, je l'appelle le penultiéme nombre *generateur*.

La premiére des ſecondes differences, je l'appelle l'antepenultiéme nombre *generateur*, & ainſi des autres à l'infini.

La premiére des derniéres differences, c'eſt-à-dire la difference conſtante, je l'appelle le premier nombre *generateur*.

Ainſi dans la Serie naturelle des nombres cubes ci-deſſus,

Le

Le premier nombre *generateur* eſt 6, derniére difference conſtante.

Le ſecond eſt 12, premiére des penultiémes differences,

12, 18,

Le troiſiéme eſt 7, premiére des antepenultiémes differences,

7, 19, 37,

Et le quatriéme & dernier nombre generateur eſt le premier terme 1 de la Serie

1, 8, 27, 64, 125.

Cet ordre des nombres generateurs oppoſé à celui des differences, eſt fondé ſur la ſyntheſe des progreſſions oppoſée à leur analyſe.

J'appelle ces nombres, *Nombres generateurs*, parce qu'ils ſervent ſeuls & neceſſairement à former par addition ou ſouſtraction ſimple la Serie indéfinie de la progreſſion donnée, ſuppoſé qu'on en connoiſſe la quantité *ſuffiſante* de termes, c'eſt-à-dire deux termes dans la progreſſion du premier degré : trois termes dans la progreſſion du ſecond degré : quatre termes dans la progreſſion du troiſiéme degré, &c. c'eſt-à-dire en general un terme de plus que l'expoſant du degré de la progreſſion ne contient d'unités.

VIII.

J'appelle Equations *ſemblables arithmetiquement* toutes celles où il n'y a préciſément de difference que dans le terme entierement connu, que j'appelle après *Viete*, *l'homogene de comparaiſon*.

Ainſi lorſqu'en gardant les mêmes coëfficiens connus, on change ſeulement par u-

ne ſubſtitution *réguliére* la valeur de l'inconnuë, il en reſulte une Serie réglée d'homogenes de comparaiſon. Par exemple, dans les Equations ſuivantes,

$$\left.\begin{array}{l} xx+13x=14. \\ xx+13x=30. \\ xx+13x=48. \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} x^3+10x=11. \\ x^3+10x=28. \\ x^3+10x=57. \\ x^3+10x=104. \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} -x^3+20xx-7x=12. \\ -x^3+20xx-7x=58. \\ -x^3+20xx-7x=132. \\ -x^3+20xx-7x=228. \end{array}\right.$$

Il y a trois Equations *ſemblables arithmétiquement* dans le ſecond degré, & deux fois quatre Equations *ſemblables arithmétiquement* dans le troiſiéme degré, & de même dans une Equation du cinquiéme degré propoſée à reſoudre comme celle-ci,

$x^5 =$

$x^5 - 3717x^4 + 27833x^3 - 438xx + 93813x = z$ quelconque.

On formera ſix Equations *ſemblables arithmétiquement* par la ſubſtitution de

$x = 1.$
$x = 2.$
$x = 3.$
$x = 4.$
$x = 5.$
$x = 6.$

Car appellant generalement l'*homogene de comparaiſon* z, ou aura

$z = 117492.$
$z = 349098.$
$z = 728154.$
$z = 1199028.$
$z = 1617240.$
$z = 1749582.$

Et par le moyen de ces ſix *homogenes de comparaiſon*, l'on trouvera les valeurs cherchées de x dans l'Equation propoſée $x^5 - 3717x^4$, &c. $= z$ quelconque.

Il en eſt de même de toute autre Equation préparée, en continuant par addition ſimple ou par ſouſtraction, ſelon que les nombres generateurs & leurs differences ſont des nombres poſitifs ou negatifs; en continuant, dis-je, ainſi la *Serie des homogenes de comparaiſon*, on trouvera les valeurs de l'inconnuë. Les exemples éclairciront ce que je ne fais ici qu'indiquer, ſans donner les abregés.

J'appelle ici ſubſtitution *régulière* celle qui ſe fait en ſubſtituant à la place de l'inconnuë une progreſſion arithmétique quelconque de nombres entiers,

Comme $x = 1.$
$x = 2.$
$x = 3.$
$x = 4.$
&c.
ou $x = 10.$
$x = 20.$
$x = 30.$
$x = 40.$
&c.
ou $x = 100.$
$x = 200.$
$x = 300.$
$x = 400.$
&c.
ou $x = 1000.$
$x = 2000.$
$x = 3000.$
$x = 4000.$
&c.
Et ainſi de ſuite.

Il eſt évident que la premiére ſubſtitution de $x = 1.$
$x = 2.$
$x = 3.$
$x = 4.$
&c.

eſt la plus ſimple, la plus naturelle, & par conſequent la plus *réguliére* qu'il ſoit poſſible. Il faut toûjours commencer par celle-là, & la continuer ſeulement juſqu'à un terme de plus que l'expoſant du degré de l'Equation ; c'eſt-à-dire, qu'il n'y a que trois

trois ſubſtitutions à faire de $x=1$, de $x=2$, & de $x=3$, pour les Equations du ſecond degré; qu'il n'y a que quatre ſubſtitutions à faire de $x=1$, de $x=2$, de $x=3$, & de $x=4$, pour les Equations du troiſiéme degré, & ainſi de ſuite.

Il reſulte de ces ſubſtitutions une Serie d'homogenes de comparaiſon, & je démontrerai ci après qu'à quelque degré que puiſſe monter l'Equation propoſée, de quelque nombre de termes moyens qu'elle ſoit compoſée, & quelque combinaiſon qu'il y ait des ſignes + & — dans ces termes moyens, la Serie qui reſulte pour les homogenes de comparaiſon eſt toûjours une progreſſion arithmétique du même degré que l'Equation propoſée. C'eſt mon Theoreme fondamental, & c'eſt auſſi un veritable paradoxe.

Ainſi dans les Equations rapportées cideſſus

Soit $xx+13x=z$ quelconque.

Si l'on ſuppoſe $x=1$, l'on aura $xx+13x=14$.

Si l'on ſuppoſe $x=2$, l'on aura $xx+13x=30$.

Et ſi l'on ſuppoſe $x=3$, l'on aura $xx+13x=48$.

Les trois nombres 14, 30 & 48 qui ſont les homogenes de comparaiſon qui reſultent de ces trois ſubſtitutions, ſont les trois premiers termes d'une progreſſion arithmétique indéfinie du ſecond dégré, comme on le peut voir *ſenſiblement* dans l'operation ſuivante.

Termes

Termes donnés. . . .	14,	30,	48.
		14,	30.
1.res Differences.		16,	18.
			16.
2.de Difference conſtante. . . .			2,

De même ſoit l'Equation propoſée $x^3 + 10x = z$ quelconque.

Si l'on ſuppoſe $x = 1$, l'on aura $x^3 + 10x = 11$.

Si l'on ſuppoſe $x = 2$, l'on aura $x^3 + 10x = 28$.

Si l'on ſuppoſe $x = 3$, l'on aura $x^3 + 10x = 57$.

Et ſi l'on ſuppoſe $x = 4$. l'on aura $x^3 + 10x = 104$.

Les quatre nombres 11, 28, 57 & 104 ſont les quatre premiers termes d'une progreſſion arithmétique indéfinie du troiſiéme degré. On ſe peut voir *ſenſiblement* dans l'operation ſuivante:

Termes donnés . . .	11,	28,	57,	104.
		11,	28,	57.
1.res Differences	17,	29,	47.	
			17,	29.
2.des Differences			12,	18.
				12.
3.me Difference conſtante . . .				6.

Soit

Soit encore l'Equation proposée du troisiéme degré,

$-x^3+20xx-7x=z$ quelconque.

Si l'on suppose $x=1$, l'on aura $-x^3+20xx-7x=12$.

Si l'on suppose $x=2$, l'on aura $-x^3+20xx-7x=58$.

Si l'on suppose $x=3$, l'on aura $-x^3+20xx-7z=132$.

Et si l'on suppose $x=4$, l'on aura $-x^3+20xx-7x=228$.

Les quatre nombres 12, 58, 132, & 228 sont les quatre premiers termes d'une progression arithmétique *indéfinie* en un sens; mais *réellement* finie, & du troisiéme degré. On le peut voir *sensiblement* dans l'operation suivante.

Termes donnés . . .	12,	58,	132, 228.
	12,	58,	132.
1.res Differences	46,	74,	96.
		46,	74.
2.des Differences		28,	22.
			28.

3.me Difference constante & negative — 6.

Toutes les fois que la difference constante est negative, ce qui arrive toûjours lorsque dans l'arrangement de l'Equation l'homogene de comparaison étant positif, & formant seul un membre de l'Equation, la haute puissance de l'inconnuë est negative comme dans cet exemple $-x^3+20xx-7x=z$;

$= z$; toutes les fois, dis-je, que cela arrive, la Serie des homogenes de comparaiſon eſt *réellement* finie, & ne peut être compoſée que d'un nombre fini de termes poſitifs en nombres entiers, & en voici la raiſon démonſtrative. C'eſt que quelques grands que puiſſent être les coëfficients poſitifs des termes moyens d'une Equation, il ſuffit que le ſeul premier terme, c'eſt-à-dire, la plus haute puiſſance de l'inconnuë ſoit un terme negatif, comme ici $-x^3$; il ſuffit, dis-je, que le ſeul premier terme ſoit negatif, pour que la Serie des homogenes de comparaiſon étant continuée à l'infini, devienne negative à l'infini, parce que ce ſont deux axiomes inconteſtables :

1. *Que quelque nombre que ce ſoit & ſi petit que ce ſoit, pourvû qu'il ſoit plus grand que l'unité, étant élevé à une puiſſance finie & déterminée, deviendra plus grand qu'aucun nombre fini donné.*

Ainſi une puiſſance finie & déterminée de 2 peut ſurpaſſer les cent mille millions de millions, &c.

2. *Qu'on peut toûjours choiſir une Serie infinie de nombres tels & aſſés grands pour qu'une ſeule de leurs puiſſances d'un degré déterminé ſoit plus grande que la ſomme de tant de termes moyens qu'on voudra, tous affectés de ſignes contraires au ſigne de la haute puiſſance, & multipliés en degrés inferieurs* par tels & ſi grands coëfficients qu'on voudra.

Ainſi ſi la haute puiſſance eſt poſitive auſſi-bien que l'homogene de comparaiſon, on pourra former une Serie indéfinie de ces homogenes tous poſitifs, quelques grands

&

& en quelque quantité que ſoient les termes moyens negatifs. Mais ſi la haute puiſſance eſt negative, il ne pourra y avoir qu'une Serie finie & déterminée de ces homogenes poſitifs, après quoi toute la ſuite indéfinie ſera negative.

Le premier homogene, ou tel autre homogene qu'on voudra dans la Serie, pourra être $=0$; par exemple dans l'Equation

$$-x^3+20xx-19x=z.$$

Si l'on ſuppoſe $x=1$, l'on aura $-x^3+20xx-19x=0$.

Et ſi l'on ſuppoſe $x=2$, puis $x=3$, puis $=4$, $=5$, &c.

l'on aura la Serie des homogenes;

0, 34, 96, 180, 280, &c.

Et operant comme ci-deſſus

	0,	34,	96,	180, &c.
On trouvera les premiéres differences	34,	62,	84,	100, &c.
	34,	62,	84,	&c.
Et les ſecondes differences	28,	22,	16,	&c.
	28,	22,	&c.	
Et enfin la troiſiéme difference conſtante & negative eſt	—6,	—6,	&c. à l'infini.	

Sur quoi il faut remarquer que 0 n'eſt proprement ni poſitif, ni negatif; mais qu'il peut être également regardé comme origine & premier terme d'une Serie toute poſitive & d'une Serie toute negative, enſorte qu'il eſt vrai auſſi de dire que 0 peut être pris indiſtinctement pour poſitif & pour negatif.

Si

Si le premier, ou les premiers homogenes de comparaiſon qui reſultent de la ſubſtitution des nombres connus à la place de l'inconnuë ſont negatifs, & aillent ainſi toûjours en croiſſant & toûjours negatifs, au lieu que l'homogene donné eſt toûjours conſtamment & eſſentiellement poſitif ſuivant l'arrangement preſcrit par ma Methode, l'Equation n'aura aucune veritable racine; mais cette Serie peut commencer par des homogenes negatifs, & paſſer en diminuant, ou ne pas paſſer par le zero pour devenir enſuite poſitifs, & en ce cas l'Equation a de veritables racines. Par exemple, ſoit l'Equation propoſée

$$-x^3+20xx-87x=z.$$

En ſuppoſant ſucceſſivement $x=1$, $=2$, $=3$, $=4$, $=5$, $=6$, $=7$, $=8$, $=9$, &c. $=13$, $=14$, $=15$, $=16$, &c.

On trouvera pour
$x=1 \ldots z=-68.$
$x=2 \ldots z=-102.$
$x=3 \ldots z=-108$, le plus grand des homogenes negatifs.
$x=4 \ldots z=-92.$
$x=5 \ldots z=-60.$
$x=6 \ldots z=-18$, le plus petit & dernier des homogenes negatifs.

$x=7 \ldots z=28$, le premier & le plus petit des homogenes poſitifs.

$x=8.$

$x = 8 \ldots z = 72.$
$x = 9 \ldots z = 108.$
$x = 10 \ldots z = 130.$
$x = 11 \ldots z = 132$, le plus grand des homogenes positifs.
$x = 12 \ldots z = 108.$
$x = 13 \ldots z = 52$, le dernier des homogenes positifs.

$x = 14 \ldots z = -42.$
$x = 15 \ldots z = -180.$
$x = 16 \ldots z = -368$, &c.
&c. à l'infini tous croissants & negatifs.

Il s'ensuit que dans la formule proposée

$$-x^3 + 20xx - 87x = z.$$

Il n'y a que sept valeurs possibles de z, afin que x soit un nombre entier réel & positif; Savoir,

28, 72, 108, 130, 132, 108, 52, qui donnent $x = 7$, $= 8$, $= 9$, $= 10$, $= 11$, $= 12$, $= 13$.

Le nombre 108 se trouve deux fois, parce que lorsque $z = 108$, l'inconnuë x a deux valeurs réelles, $x = 9$, & $x = 12$. Je ne compte pas la troisiéme valeur de x qui suivant la maxime generale de l'Algebre doit être $x = -1$, parce que les trois valeurs jointes ensemble, devant être égales au coëfficient 20 du second terme immediat $20xx$.

Si de 20 j'ôte $12 + 9 = 21$, il reste pour troisiéme valeur de la racine le nombre negatif -1.

Et si l'on substituë -1 dans l'Equation $-x^3 + 20xx - 87x$, l'on aura $+1 + 20 + 87$

$-+87=108$. Mais je ne conſidere ici que les valeurs réelles & poſitives. Or quoiqu'il ſemble qu'il n'y ait *réellement* que ſix homogenes differents qui ſoient poſſibles 28, 72, 108, 130, 132, 52, il y en a *analogiquement* ſept dans la veritable Serie des homogenes, ce qui eſt évident par l'operation ſuivante :

Homogenes donnés . .	28,	72,	108,	130,	132,	108,	52,
		28,	72,	108,	130,	132,	108.
Premiéres differences . . .	44,	36,	22,	2,	—24,	—56,	
		44,	36,	22,	2,	—24.	
Secondes differences	— 8,	— 14,	—20,	—26,	—32.		
		— 8,	—14,	—20,	—36.		
Troiſi. & dern. differences conſtantes	— 6,	— 6,	— 6,	— 6.			

Si l'on retranchoit de la Serie des homogenes le ſecond 108, la Serie ſeroit tronquée & imparfaite. On ne pourroit pas trouver la Serie conſtante des —6. Mais ce qui merite encore plus d'attention, & qui paroît plus ſurprenant, c'eſt que les ſix premiers homogenes negatifs —68, —102, —108, —92, —60, & —18, auſſi bien que la Serie infinie des derniers homogenes negatifs —42, —180, —368, &c. à l'infini, forment tous enſemble avec les ſept homogenes réels & poſitifs, une veritable & parfaite progreſſion arithmétique du troiſiéme degré dont la difference conſtante eſt —6.

			−68,	−102,	−108,	− 92,	−60,	−18,	28,	72,	108, &c.	−42, −180, &c.
				−68,	−102,	−108,	−92,	−60,	−18,	28,	72, &c.	−52, − 42, &c.
Premiéres differ.	−34,	− 6,	+16,	+32,	+42,	+46,	+44,	+36, &c.	−94,	−138, &c.		
		−34,	− 6,	+16,	+32,	+42,	+46,	+44, &c.	−56,	− 94, &c.		
Secondes differences ..	+28,	+22,	+16,	+10,	+ 4,	− 2,	− 8, &c.	−38,	− 44, &c.			
		+28,	+22,	+16,	+10,	+ 4,	− 2, &c.	−32.	− 38, &c.			
Troisiémes & dern. differ. const.	−6,	− 6,	− 6,	− 6,	− 6,	− 6, &c.	−6,	− 6, &c				

Des Racines imaginaires.

Soit l'Equation propoſée $-x^3+20xx-113x=z$ quelconque, en ſuppoſant ſucceſſivement $x=1$, $=2$, $=3$, $=4$, &c.

L'on trouvera la Serie des homogenes tous negatifs.

$x=1$. donne $z=-94$, le plus petit du premier ordre en montant.

$x=2$. . . . $z=-154$, ſimple.

$x=3$. . . . $z=-180$.

$x=4$. . . . $z=-196$, le plus grand du premier ordre en montant.

$x=5$. . . . $z=-190$.

$x=6$. . . . $z=-174$.

$x=7$. . . . $z=-154$, double.

$x=8$. . . . $z=-136$.

$x=9$. . . . $z=-126$, le plus petit du ſecond ordre en deſcendant.

$x=10$. . . $z=-130$, le plus petit du troiſiéme ordre *infini* en montant.

$x=11$. . . . $z=-154$, triple.

$x=12$. . . . $z=-204$.

$x=13$. . . . $z=-286$.

$x=14$. . . . $z=-406$.

&c. à l'infini tous negatifs en montant.

D'où je conclus que le z donné étant poſitif

positif par l'hypotheſe, toutes les racines de l'Equation propoſée ſont imaginaires, quelque petit nombre poſitif qu'on puiſſe ſuppoſer pour z.

AUTRE EXEMPLE.

Soit l'Equation propoſée $-xx+20x=113=z$, en ſuppoſant ſucceſſivement $x=1$, $=2$, $=3$, &c. l'on trouvera la Serie de z.

$z=19$. le plus petit des homogenes poſitifs.
$z=36$.
$z=51$.
$z=64$.
$z=75$.
$z=84$.
$z=91$.
$z=96$.
$z=99$.

$z=100$. le plus grand des homogenes poſitifs.

$z=-99$. le plus grand des homogenes negatifs du premier ordre contraire à l'ordre précedent.
$z=-96$.
$z=-91$.
$z=-84$.
$z=-75$.
$z=-64$.
$z=-51$.
$z=-36$.
$z=-19$. le plus petit des homogenes negatifs du premier ordre.

$z = -$ 0. terme commun aux negatifs descendants & ascendants.

$z = -$ 21. le plus petit des homogenes negatifs du second ordre, montants à l'infini.

$z = -$ 44.
$z = -$ 69.
$z = -$ 96.
$z = -$ 125.
$z = -$ 156.
&c. à l'infini.

D'où il s'ensuit que les deux racines de l'Equation proposée $-xx + 20x = 113$ sont imaginaires, parce que l'homogene 113 est trop grand, ne pouvant être au plus que de 100; & qu'ainsi en changeant cette seule condition du Problême, c'est-à-dire, retranchant 13 ou plus de l'homogene, il devient possible, au lieu qu'il étoit impossible.

Il y a donc cette difference entre cette derniére Equation & la précedente, que dans la premiére on ne peut absolument supposer aucun homogene positif, & que dans celle-ci il y a des limites de grandeur pour l'homogene.

Ce sont-là les deux cas & les seuls cas des imaginaires.

1. Lorsque la Serie des homogenes resultant de la suite des hypotheses de la valeur de l'inconnuë x est toute negative.

2. Lorsque cette Serie des homogenes étant composée, en quelque combinaison que ce soit, en partie d'homogenes positifs & en partie d'homogenes negatifs, qui deviennent enfin tous negatifs en augmentant à l'infini,

l'infini, l'homogene donné eſt plus grand que le plus grand des homogenes poſitifs reſultants, & en ce dernier cas le remede pour rendre le problême poſſible eſt de retrancher de l'homogene donné cet excès, ou plus ſi l'on veut, pourvû que le reſte ſoit encore poſitif.

Il y a long-temps que l'on ſait que les derniéres differences des puiſſances parfaites des nombres comme celles des quarrés, des cubes, &c. ſont des differences conſtantes; mais perſonne, que je ſache, n'avoit remarqué que ces differences étoient de même conſtantes dans les Series des homogenes de comparaiſon de toutes les Equations, lorſque ces Series ſont formées par des hypotheſes réglées *arithmétiquement* pour la valeur de l'inconnuë, & c'eſt en quoi conſiſte le paradoxe & le grand uſage de ma Methode.

On peut diviſer toutes les Equations en deux genres,

1. Celles où le nombre des homogenes poſſibles eſt déterminé & fini, en y comprenant le cas de nullité ou zero pour les imaginaires.

2. Celles où le nombre des homogenes poſſibles eſt infini, & il eſt utile de ſavoir réduire le ſecond cas au premier par la transformation des Equations.

Il y a des maniéres réglées & abregées de faire ces ſubſtitutions préciſément neceſſaires. On les expliquera dans la ſuite.

IX.

J'appelle deux Equations *ſemblables geo-*

metriquement, celles où toutes les racines de l'une ont même raiſon à toutes les racines de l'autre chacune à chacune & dans le même genre de poſitif ou de negatif.

Ou bien celles qui étant toutes deux élevées au même degré, & ayant autant de termes l'une que l'autre, les coëfficients de la plus grande ſont *proportionellement* plus grands que les coëfficients correſpondants de la plus petite, ſuivant les degrés de ces coëfficients.

Ainſi les trois Equations *A*, *B* & *C* ſont *ſemblables geometriquement*.

$$A.\quad x^3 - 15xx + 71x = 105.$$
$$B.\quad y^3 - 30yy + 284y = 840.$$
$$C.\quad z^3 - 150z + 7100z = 10500.$$

Les trois racines de l'Equation *A* ſont 3, 5 & 7.

Celles de l'Equation *B* ſont 6, 10 & 14.

Celles de l'Equation *C* ſont 30, 50 & 70.

Ainſi les trois racines de *B* ſont chacune doubles des trois racines correſpondantes *A:* les trois racines de *C* ſont chacune décuples des trois racines correſpondantes de *A*, & les trois racines de *C* ſont chacune quintuples des trois racines correſpondantes de *B*.

On peut auſſi appeller l'Equation *A*, Equation *primitive*, & les Equations *B* & *C* des Equations *compoſées*; & de même que c'eſt une operation de convenance & d'élegance, & non d'une neceſſité abſoluë pour le calcul, de réduire les fractions compoſées

ſées à moindres termes, il en eſt de même de la réduction des Equations compoſées à l'Equation primitive.

Toute Equation primitive a ſes racines premiéres entre elles, & toute Equation compoſée a ſes racines compoſées entre elles.

Toute Equation primitive peut être repreſentée par l'Equation generale *D*.

D. $x^p \pm a^{I} x^{p-1} \pm b^{II} x^{p-2} \pm c^{III} x^{p-3} \pm d^{IV} x^{p-4}$ &c. $= z^p$.

J'entends par a^{I}, b^{II}, c^{III}, d^{IV}, &c. des grandeurs numeriques du premier, du ſecond, du troiſiéme, du quatriéme, &c. degrés, au lieu que par b^2, c^3, d^4, &c. on entend des puiſſances parfaites comme des quarrés, des cubes, &c. Il m'a paru neceſſaire de faire cette nouvelle diſtinction des expoſants en chiffres Romains d'avec les expoſants en chiffres ordinaires ou Arabes, afin de conſerver l'homogeneïté & l'analogie parfaite.

On peut auſſi ſuppoſer tel coëfficient qu'on voudra & tant qu'on en voudra $=0$; mais à propos de cette derniére ſuppoſition, je crois que de même que dans l'expreſſion ordinaire des nombres ſuivant la progreſſion décuple, on remplit par des zero tous les eſpaces vuides de la progreſſion, on devroit de même remplir les places vuides des termes moyens dans les Equations Algebriques par des $0x$, $0xx$, $0x^3$, &c. ſuivant l'exigence des cas. Par exemple, cette expréſſion numerique 7000500 pourroit être exprimée, en ſuppoſant $x = 10$ par cet-

te Equation Algebrique $7x^6 + 5x^2 = z$. Mais par la raiſon des converſes, & pour conſerver l'analogie, ſi neceſſaire dans pluſieurs operations, & ſur-tout dans la diviſion & l'extraction des racines, on devroit exprimer cette derniére Equation de cette maniére:

$$7x^6 + 0x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 5x^2 + 0x^1 = z.$$

Les termes affectés du zero peuvent & doivent toûjours être ſuppoſés précedés du ſigne +. Tous les Analyſtes conviendront qu'il y a une eſpece de neceſſité, pour le bon ordre & l'arrangement, de faire ainſi ce ſupplément, lorſque ſuivant la Methode de *Deſcartes* & d'*Harriot*, après avoir tout égalé à zero, on cherche ſes diviſeurs ſans reſte d'une Equation propoſée, afin de l'abaiſſer à un moindre degré, lorſqu'il eſt poſſible, & en trouver les racines.

Toute Equation compoſée peut être repreſentée par l'Equation generale *E*.

E. $y^p \pm a^{I} q^{1} y^{p-1} \pm b^{II} q^{2} y^{p-2} \pm c^{III} q^{3} y^{p-3} \pm d^{IV} q^{4} y^{p-4}$ &c. $= q^p z^p$.

L'Equation *E* ſe réduit à l'Equation primitive *D*, en ſuppoſant $x = \frac{y}{q}$ ou $qx = y$.

La commune meſure eſt q, & ſes puiſſances homogenes aux coëfficients.

Cette commune meſure, ou plus grande commune meſure q, & ſes puiſſances q^2, q^3, &c. ſont de ſimples nombres multiplicateurs abſtraits qui n'entrent en aucune maniere

maniere dans l'homogeneïté des termes, & ne l'alterent point dans les Equations geometriques. Ce même q, lorſqu'il y a pluſieurs communs diviſeurs, ſoit qu'ils ſoient tous des nombres premiers differents, ou pluſieurs fois le même nombre premier; ce même q, dis-je, eſt le produit continuel de tous ces communs diviſeurs. Les trois Equations ci-deſſus, A, B, C, en ſont des exemples

Lorſqu'une Equation eſt donnée, il faut examiner d'abord ſi elle eſt compoſée, & en ce cas trouver ſon Equation primitive pour réduire cette Equation donnée à ſes moindres termes; & pour cet effet on doit commencer par chercher les diviſeurs du premier coëfficient a, & enſuite examiner ſi les quarrés de ces diviſeurs meſurent le ſecond coëfficient b^{II}: ſi les cubes de ces mêmes diviſeurs meſurent le troiſiéme coëfficient c^{III}: ſi les quarrés de quarrés, ou les quatriémes puiſſances de ces mêmes diviſeurs meſurent le quatriéme coëfficient d^{IV}, & ainſi de ſuite juſqu'à l'homogene de comparaiſon zp, dont on doit tenter la diviſion par la puiſſance homogene de ces mêmes diviſeurs, comme par qp.

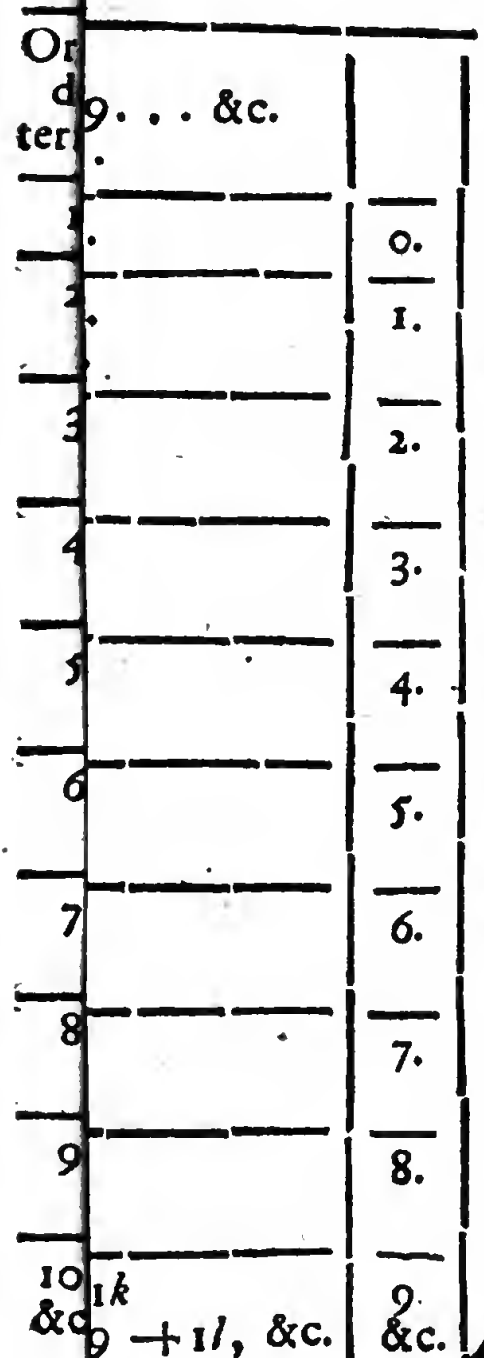
Il faut rejetter tous les diviſeurs de a, dont les puiſſances homogenes aux autres coëfficients & à l'homogene de comparaiſon ne les meſurent pas tous, & ne reſerver que ceux qui ont cette proprieté. Enſuite l'on transformera l'Equation compoſée E, en l'Equation primitive D, comme on peut voir dans les deux Equations compoſées ci-deſſus B & C, que l'on transfor-

me en l'Equation primitive *A*. Ainſi ſuppoſé que les diviſeurs communs ſoient f, f, g, g, g, h, on ſuppoſera $f^2 g^3 h = q$, & l'on aura les valeurs de y ou de z, en connoiſſant les valeurs de x, parce que $qx = y$, & $Qx = z$: on peut au contraire commencer à chercher ces diviſeurs par ceux de l'homogene de comparaiſon, & continuer à rebours juſqu'au premier coëfficient a. L'on voit ſouvent plus promptement par là, ſi l'Equation propoſée eſt réductible à moindres termes ou non : par exemple, ſi l'homogene de comparaiſon eſt du cinquiéme degré, il n'en faut tenter la diviſion que par les cinquiémes puiſſances des nombres premiers 2, 3, 5, 7, &c. c'eſt à-dire par 32, 243, 3125, 16807, &c. Je reviens aux progreſſions arithmétiques.

PROBLEME I.

Conſtruire avec des nombres generateurs quelconques & donnés de progreſſions arithmétiques de tous les degrés à l'infini par les ſeules operations d'addition & de ſouſtraction.

Pour une plus grande facilité, l'on a mis par-tout le ſigne +; mais on peut ſuppoſer également & indiſtinctement le ſigne − dans tous les nombres generateurs qu'on voudra, excepté un ſeul à diſcretion qui doit neceſſairement être poſitif ou avoir le ſigne + exprimé ou ſouſentendu (comme il l'eſt ordinairement au premier terme, lorſqu'il n'eſt précedé d'aucun ſigne) ; car s'ils



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE
NAPOLI

s'ils avoient tous le signe —, la serie ou progression seroit toute negative, & par consequent elle seroit entierement semblable (par rapport au calcul) à une pareille serie ou progression toute positive. Ce qui n'a pas besoin d'explication.

Cette Table ressemble beaucoup à celle des puissances des binomes; mais elle en differe essentiellement, & est indéfiniment plus generale, en ce qu'au lieu des deux seuls generateurs a & b qu'on employe dans les formules des puissances du binome $a \pm b$, ici l'on employe autant de differents nombres generateurs qu'on veut, & avec telle combinaison qu'on veut des signes + & —, au lieu qu'ils sont necessairement alternatifs dans les puissances du binome $a - b$.

La composition de cette Table est aisée, car ayant trouvé un terme quelconque, par exemple le 7.me

$$1a + 6b + 15c + 20d + 15e + bf + 1g.$$

pour avoir le 8.me terme suivant, il n'y a qu'à écrire au dessous les mêmes nombres multiplicateurs de ce 7.me terme, en les reculant seulement d'un rang.

Le 1.er qui est le multiplicateur analogique dans $1a$, il faut l'écrire sous $6b$.

Le 6. qui est multiplicateur dans $6b$, il faut l'écrire sous $15c$.

Le 15, qui est multiplicateur dans $15c$, il faut l'écrire sous $20d$, & ainsi de suite jusqu'au dernier multiplicateur du 7.me terme.

Après quoi ajoûtant ensemble deux à deux

ces multiplicateurs correſpondants, & ajoûtant à la fin un nouvel & dernier nombre generateur $1h$, j'ai mon huitiéme terme tout formé.

OPERATION.

7.me terme

$$1a + 6b + 15c + 20d + 15e + 6f + 1g.$$

Ajoûtés $+1 \quad +6 \quad +15 \quad +20 \quad +15 \quad +6 \quad +1h.$

Somme & 8.me terme cherché

$$1a + 7b + 21c + 35d + 35e + 21f + 7g + 1h.$$

Et ainſi des autres.

Seconde

Seconda Table pour ces mêmes progreſſions toutes formées.

Ordre des termes.	
1. . .	1a,
2. . .	1a + 1b.
3. . .	1a + 2b + 1c.
4. . .	1a + 3b + 3c + 1d.
5. . .	1a + 4b + 6c + 4d + 1e,
6. . .	1a + 5b + 10c + 10d + 5e + 1f.
7. . .	1a + 6b + 15c + 20d + 15e + 6f + 1g.
8. . .	1a + 7b + 21c + 35d + 35e + 21f + 7g + 1h.
9. . .	1a + 8b + 28c + 56d + 70e + 56f + 28g + 8h + 1i.
10. . .	1a + 9b + 36c + 84d + 126e + 126f + 84g + 36h + 9i + 1k.
&c.	&c. &c. &c. &c. &c. &c. &c. &c. &c.

L'on peut aiſément, ſuivant la Methode expliquée ci-deſſus, continuer cette Table à l'infini; mais pour la perfection de la Methode,

de, il faut une formule generale qui comprenne ſeule la ſuite infinie de tous les termes.

FORMULE GENERALE.

Soit t l'expoſant du nombre des termes de la Serie des $1a$, $1a$, $1a$, &c. & ſoit

$$t - 1 = m.$$
$$t - 2 = n.$$
$$t - 3 = p.$$
$$t - 4 = q.$$
$$\&c. = \&c.$$

La Serie des termes correſpondants pour les nombres generateurs b, c, d, e, f, &c. ſera univerſellement

$$1a + \frac{mb}{1} + \frac{mnc}{2} + \frac{mnpd}{6} + \frac{mnpqe}{24}, \&c.$$

EXEMPLE.

Soit $t = 10$.

L'on aura
$$m = 9.$$
$$n = 8.$$
$$p = 7.$$
$$q = 6.$$
$$\&c. = \&c.$$

Donc $\frac{mb}{1} = \frac{9b}{1} = 9b.$

Donc $\frac{mnc}{2} = \frac{9 \times 8 \times c}{2} = \frac{72c}{2} = 84c.$

Donc $\frac{mnpd}{6} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times d}{6} = \frac{504d}{6} = 84d.$

Donc

Donc $\frac{mnpqe}{24} = \frac{9\times8\times7\times6\times e}{24} = \frac{3024e}{24} = 126e$.

C'eſt-à-dire, que le 10me terme cherché ſera $1a + 9b + 36c + 84d + 126e$, &c. comme dans la Table précedente, & ainſi des autres.

La ſerie des diviſeurs ou dénominateurs 1, 2, 6, 24, &c. eſt la ſerie des produits des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. multipliés continuellement les uns par les autres.

Car $2 = 1\times2$.
$6 = 1\times2\times3 = 2\times3$.
$25 = 1\times2\times3\times4 = 4\times6$.
$120 = 1\times2\times3\times4\times5 = 24\times5$.
$720 = 1\times2\times3\times4\times5\times6 = 120\times6$.
&c. = &c.

L'on peut encore abreger indéfiniment cette operation pour trouver le coëfficient ſuivant par le moyen du coëfficient précedent déja trouvé. Car il eſt évident que toute la difficulté ne conſiſte qu'à trouver la ſerie ſeule de ces coëfficients, parce que les nombres generateurs a, b, c, d, e, &c. reſtent toûjours les mêmes & au premier degré.

Le premier & le dernier coëfficients ſont toûjours $= 1$.

On voit, par exemple, que dans la Table ci-deſſus, on a $1a$ & $1k$ au 10.me terme.

Le ſecond coëfficient & le penultiéme ſont toûjours $= t - 1 = A$.

Auſſi a-t-on dans la même Table au 10.me terme $9a$ & $9i$.

Le troiſiéme & l'antepenultiéme coëfficients ſont toûjours chacun égaux au pro-

duit du ſecond coëfficient A, multiplié par $t-2$, & diviſé par 2, c'eſt $\frac{9\times 8}{2} = 36$. On a $36c$ & $36b$.

Soit $36 = B$.

Le 4.me coëfficient en deſcendant par a, b, c, d, &c. auſſi bien que le 4.me coëfficient en remontant à contre-ſens ou en ordre contraire par k, i, h, g, c'eſt-à dire les coëfficients de d & de g ſont auſſi égaux entr'eux, & ſe trouvent, en multipliant, le troiſiéme coëfficient trouvé B par $t-3=7$; c'eſt-à-dire 36 par 7, & diviſant le produit 252 par 3, ce qui donne $84 = C$; car $7\times 36 = 252$ & $\frac{252}{3} = 84$, l'on a $84d$ & $84g$.

Le 5.me coëfficient en deſcendant auſſi-bien qu'en remontant, eſt le produit de C multiplié par $t-4=6$, & diviſé par 4, car $\frac{6C}{4} = \frac{6\times 84}{4} = \frac{504}{4} = 126$, l'on a $126e$ & $126f$.

L'operation eſt finie dès qu'on a ainſi trouvé la premiére moitié ou la plus grande moitié du nombre des termes avec leurs coëfficients; car lorſque t eſt un nombre pair comme ici $t=10$, tous les coëfficients ſont doubles; ſavoir, l'un en deſcendant & l'autre en remontant à égale diſtance des deux termes extrêmes, & lorſque t eſt impair, comme par exemple $t=9$, tous les coëfficients ſont doubles, excepté celui du terme du milieu qui eſt unique & le plus grand de tous, on a pour coëfficients

1, 8,

1, 8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1.

Ce n'eſt pas qu'on ne puiſſe trouver directement par la regle generale ci deſſus cette derniére moitié tout comme la premiére, mais ce ſeroit un travail inutile & ſuperflu. Par exemple, ſuppoſant toûjours $t = 10$, après avoir trouvé le 5.me coëfficient 126, on trouveroit le 6.me en multipliant 126 par $5 = t - 5$, & diviſant le produit 630 par 5, ce qui donneroit encore 126 pour quotient & pour 6.me coëfficient, on trouveroit de même $\frac{126 \times 4}{6} = \frac{504}{6} = 84$ pour le 7.me quotient: puis $\frac{84 \times 3}{7} = \frac{252}{7} = 36$ pour 1.me coëfficient: puis $\frac{36 \times 2}{8} = \frac{72}{8} = 9$ pour 9.me coëfficient, & enfin $\frac{9 \times 1}{9} = \frac{9}{9} = 1$ pour 10.me & dernier coëfficient.

Il ſuffit de retrouver une ſeule & premiére fois le même coëfficient, pour n'avoir plus qu'à copier à rebours & en retrogradant les coëfficients précedents.

REMARQUE I.

L'induction ſeule prouve ſuffiſamment tout ce qui vient d'être dit; mais d'ailleurs comme ces coëfficients des progreſſions arithmetiques ſont préciſément les mêmes que les coëfficients des puiſſances des binomes du même degré; il s'enſuit neceſſairement que tout ce qui a été démontré par pluſieurs Analyſtes dans ce dernier cas, eſt auſſi démontré

montré dans le cas dont il s'agit; outre que la ſeule inſpection de la premiére Table ſuffit pour en trouver & démontrer la conſtruction.

REMARQUE II.

C'eſt uniquement pour me conformer à l'uſage introduit depuis peu par nos Analyſtes modernes, moins exacts que *Viete*, que j'ai appellé *coëfficients* des nombres qui ne devroient être appellés ſimplement que *multiplicateurs*.

Par exemple, la 7.me puiſſance du binome $1a+1b$ eſt

$$1a^7+7a^6b^1+21a^5b^2+35a^4b^3+35a^3b^4+21a^2b^5+7a^1b^6+1b^7.$$

Le veritable ou ſeul coëfficient de a^6 dans le 2d terme, c'eſt b^1; le coëfficient de a^5 dans le 3me, c'eſt b^2: le coëfficient de a^4 dans le 4.me terme, c'eſt b^3, &c. mais le nombre 7 dans le ſecond terme: le nombre 21 dans le 3me terme: le nombre 35 dans le quatriéme terme, &c. ne ſont que de purs & ſimples *multiplicateurs abſtraits*. On ne doit appeller *coëfficient* d'une grandeur *qu'une autre ou d'autres grandeurs qui multipliant cette premiére grandeur, font un produit homogene, c'eſt-à-dire d'un même nombre de dimenſions que les autres membres de l'Equation.* Ceci doit être rigoureuſement obſervé ou ſouſentendu dans les Equations geometriques. Il doit l'être ſeulement pour l'analogie dans les Equations purement numeriques.

REMAR-

1.	$1a +$	$1b +$
	$1a +$	$1 +$
2.	$1a +$	$2b +$
	$+$	$1 +$
3.	$1a +$	$3b +$
	$+$	$1 +$
4.	$1a +$	$4b +$
	$+$	$1 +$
5.	$1a +$	$5b +$
	$+$	$1 +$
6.	$1a +$	$6b +$
	$+$	$1 +$
7.	$1a +$	$7b +$
	$+$	$1 +$
8.	$1a +$	$8b +$
	$+$	$1 +$
9.	$1a +$	$9b +$
	$+$	$1 +$
10.	$1a +$	$10b +$
&c.	&c. $+$	&c. $+$

T

1.	$1a +$	$1b +$
2.	$1a +$	$2b +$
3.	$1a +$	$3b +$
4.	$1a +$	$4b +$
5.	$1a +$	$5b +$
6.	$1a +$	$6b +$
7.	$1a +$	$7b +$
8.	$1a +$	$8b +$
9.	$1a +$	$9b +$
10.	$1a +$	$10b +$
&c.	&c. $+$	&c. $+$

NAPGild

REMARQUE III.

Ces deux premiéres Tables forment chacune une eſpece de Triangle rectangle; & l'on pourroit aiſément en former deux autres qui auroient la figure d'un Parallelogramme rectangle, dans lequel il y auroit une égale quantité de termes pour chaque nombre generateur, au lieu que dans les Tables précedentes le ſecond nombre generateur *b* forme un terme de moins que n'en forme le nombre generateur *a*; le 3.me nombre generateur *c* forme un terme de moins que le nombre generateur *b*, & deux termes de moins que le nombre generateur *a*; le 4.me nombre generateur *d* forme un terme de moins que le nombre generateur *c*, deux termes de moins que le nombre generateur *b*, & trois termes de moins que le nombre generateur *a*, & ainſi de ſuite.

Voici ces deux nouvelles Tables.

REMARQUE IV.

Si dans cette 4.me Table l'on ſuppoſe $a=1$, l'on aura pour premiére colomne perpendiculaire la premiere de toutes les Series qui eſt celle des unités, & dont l'expoſant du degré $=0$.

C'eſt la Serie des grandeurs égales repreſentée par la Serie 1, 1, 1, 1, 1, &c.

Si l'on ſuppoſe $b=1$, l'on aura dans la ſeconde colomne perpendiculaire la ſeconde Serie des progreſſions arithmétiques, & la plus ſimple de toutes les progreſſions arithmétiques du premier degré. C'eſt 1, 2, 3, 4, &c.

Si l'on ſuppoſe $c=1$, l'on aura dans la troiſiéme colomne perpendiculaire la troiſiéme Serie des progreſſions arithmétiques & la plus ſimple de toutes les progreſſions arithmétiques du ſecond degré. C'eſt 1, 3, 6, 10, 15, &c. nombres triangulaires, & ainſi de ſuite.

Enfin ſi dans cette quatriéme Table l'on ſuppoſe chacun des nombres generateurs a, b, c, d, e, &c. $=1$, ou, ce qui revient au même, ſi l'on efface ſimplement toutes les lettres, il en reſultera la cinquiéme Table ſuivante qui eſt purement numerique.

Table

Table cinquiéme.

Exposants des termes.											
1.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	&c.
2.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	&c.
3.	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	&c.
4.	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220	&c.
5.	1	5	15	35	70	126	210	330	495	715	&c.
6.	1	6	21	56	126	252	462	792	1287	2002	&c.
7.	1	7	28	84	210	462	924	1716	3003	5005	&c.
8.	1	8	36	120	330	792	1716	3432	6435	11440	&c.
9.	1	9	45	165	495	1287	3003	6435	12870	24310	&c.
10.	1	10	55	220	715	2002	5005	11440	24310	48620	&c.
&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.

Cette Table contient,

1. Les

1. Les Series des nombres les plus ſimples de chaque degré des progreſſions arithmétiques depuis o degré juſqu'au 10.me exclusivement, & cela dans la ſuite de ſes rangs perpendiculaires de même que dans la ſuite de ſes rangs horiſontaux.

2. Elle contient dans ſes diagonales les coëfficients ou multiplicateurs des puiſſances des binomes de tous les degrés.

C'eſt 1, 1, pour le 1.er degré $1a \pm 1b$.

C'eſt 1, 2, 1, pour le 2.d de $1aa \pm 2ab + 1bb$.

C'eſt 1, 3, 3, 1, pour le 3.me degré $1a^3 \pm 3aab + 3ab^2 \pm b^3$.

C'eſt 1, 4, 6, 4, 1, pour le 4.me degré $1a^4 \pm 4a^3b^1 + ba^2b^2 \pm 4a^1b^3 + 1b^4$. Et ainſi de ſuite.

3. Elle contient les ſommes totales de chaque rang perpendiculaire ou horiſontal précedent compriſes dans le ſeul terme correſpondant du rang qui ſuit.

Ainſi le 7.me rang perpendiculaire eſt 210, & 210 eſt égal à la ſomme des *ſept* premiers termes du 4.me rang perpendiculaire.

Termes.	4.me rang perpend.	Termes.	5.me rang perpend.
1.er	1.	1.er	1.
2.d	4.	2.d	5.
3.me	10.	3.me	15.
4.me	20.	4.me	35.
5.me	35.	5.me	70.
6.me	56.	6.me	126.
7.me	84.	7.me	210.
Somme totale	210.	égale au 7.me terme.	210.

Ce

Ce même nombre 210. eſt auſſi le 5.me terme du 7.me rang perpendiculaire, & il eſt égal à la ſomme des *cinq* premiers termes du 6.me rang perpendiculaire.

Termes.	6.me rang perpend.	Termes.	7.me rang perpend.
1.er	1.	1.er	1.
2.d	6.	2.d	7.
3.me	21.	3.me	28.
4.me	56.	4.me	84.
5.me	126.	5.me	210.
Somme totale	210.	égale au 5.me terme.	210.

Ainſi 1287 eſt le 9.me terme du 6.me rang horiſontal, & en même temps le 6.me terme du 9.me rang horiſontal, & ce même nombre 1287 eſt égal lui ſeul à la ſomme des *neuf* premiers termes du 5.me rang horiſontal, & aux *ſix* premiers termes du 8.me rang horiſontal.

Ordre des termes du cinquiéme rang horiſontal.

	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9.
Termes	1	+5	+15	+35	+70	+126	+210	+330	+495 = 1287.

Ordre des termes du ſixiéme rang horiſontal.

	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9.
Termes	1,	6,	21,	56,	126,	252,	402,	792,	1287.

Car 1.
5.
15.
35.
70.
126.
210.
330.
495.

1287.

Et de même

Ordre des termes du huitiéme rang horiſontal.

1, 2, 3, 4, 5, 6,
Termes 1 + 8 + 36 + 120 + 330 + 792 = 1287.

Ordre des termes du neuviéme rang horiſontal.

1, 2, 3, 4, 5, 6.
1, 9, 45, 165, 495, 1287.

Car 1.
8.
36.
120.
330.
792.

1287.

4. Le

4. Le même nombre ſe trouve donc toûjours deux fois dans la Table, excepté le dernier & plus grand de tous 48620.

Car ſi l'expoſant d'un terme quelconque eſt *a*, & que l'expoſant de ſon rang perpendiculaire ou horiſontal ſoit *b*, il ſe trouvera auſſi réciproquement dans le rang dont l'expoſant eſt *a*, & l'expoſant de ſon terme ſera *b*, comme on le peut aiſément remarquer dans les deux exemples ci-deſſus pour les nombres 210 & 1287. Car le même premier 210 eſt en même temps le 7.me terme du 5.me rang perpendiculaire, & le 5.me terme du 7.me rang horiſontal; mais le ſecond 210 eſt en même temps le 5.me terme du 7.me rang horiſontal, & le 7.me terme du 5.me rang horiſontal, & ainſi du nombre 1287 & de tout autre de la Table.

5. Le premier terme de chaque rang ſoit perpendiculaire, ſoit horiſontal, eſt toûjours 1.

Le ſecond terme eſt toûjours égal à l'expoſant du degré de la progreſſion plus un. Ainſi le ſecond terme de la progreſſion arithmétique du 9.me degré eſt 10.

Ce ſecond terme étant ainſi donné, par exemple =10, on trouvera aiſément la Serie de tous les autres termes du même rang, ſoit perpendiculaire, ſoit horiſontal.

Après 1 & 10, premier & ſecond termes, on trouvera les troiſiéme, quatriéme, cinquiéme, &c. termes; ſavoir, 54, 220, 2002, &c. à l'infini, en ſuivant cette regle.

Multipliez le ſecond terme donné (par exemple 10) par 10+1, & diviſez le produit

110 par 2, le quotient 55 ſera le troiſiéme terme cherché.

Multipliez ce terme trouvé 55 par 10+2, & diviſez le produit 660 par 3, le quotient 220 ſera le quatriéme terme cherché.

Multipliez ce terme trouvé 220 par 10+3, & diviſez le produit 2860 par 4, le quotient 715 ſera le cinquiéme terme cherché.

Multipliez ce terme trouvé 715 par 10+4, & diviſez le produit 10010 par 5, le quotient 2002 ſera le ſixiéme terme cherché, & ainſi des autres à l'infini.

6. Au lieu donc que dans la ſeconde Table ci-deſſus on multiplie par 10—1, 10—2, 10—3, &c. & qu'on diviſe reſpectivement les produits par 1, 2, 3. 4, &c. pour avoir la Serie des coëfficients ou multiplicateurs 9, 36, 84, &c. dans cette cinquiéme Table l'on multiplie par 10+1, 10+2, 10+3, &c. & l'on diviſe reſpectivement les produits par les mêmes diviſeurs 1, 2, 3, 4, &c.

7. Dans la ſeconde Table le nombre des termes dans chaque rang horiſontal eſt déterminé par l'expoſant du degré de la progreſſion augmenté d'une unité. Ainſi dans 0 degré il y a un terme : dans le premier degré il y a deux termes : dans le ſecond degré il y a trois termes, &c. au lieu que dans cette cinquiéme Table le nombre des termes dans chaque rang horiſontal eſt indéfini pour chaque degré de progreſſion & il n'y a que le nombre des termes en diagonale qui ſoit fini & le même que les termes correſpondants au même degré dans la ſeconde Table en rang horiſontal.

Ainſi

Ainſi le dixiéme rang horiſontal des coëfficients de la ſeconde Table comprend ces dix coëfficients pour la progreſſion du neuviéme degré.

1, 9, 36, 84, 126, 126, 84, 36, 9, 1.

Et dans le rang diagonal correſpondant au même expoſant 10 dans la cinquiéme Table, on trouve les mêmes coëfficients,

1, 9, 36, 84, 126, 126, 84, 36, 9, 1.

8. Ces nombres compris dans la cinquiéme Table ſont ce qu'on appelle *nombres figurés*, ou *nombres de differents ordres.*

Ce n'eſt qu'un cas infiniment particulier & le plus ſimple des progreſſions arithmétiques de tous les degrés à l'infini. Chacune de ces progreſſions peut être infiniment diverſifiée dans chaque degré ſelon les valeurs infiniment differentes & arbitraires, grandes ou petites, poſitives ou negatives des nombres generateurs a, b, c, d, e, f, &c. qui ſont joints à ces nombres figurés & multipliés par eux reſpectivement chaque nombre generateur par ſon propre nombre figuré. Ce qui donne une infinité de Series *complettes*, *ſurabondantes* & *tronquées* de nombres figurés, ou parfaits, ou excedants, ou défaillants. On en verra des exemples utiles dans les Series des homogenes de comparaiſon pour la réſolution des Equations; mais outre ceux que j'ai déja donnés & que je donnerai dans la ſuite, le Lecteur pourra aiſément en trouver une infinité d'autres à ſon

choix, & il ne ſera pas inutile de s'y exercer.

Premier uſage de la ſeconde Table.

On trouvera par cette Table la ſuite naturelle de tous les nombres quarrés, cubes, quarrés de quarrés, cinquiéme, ſixiéme, ſeptiéme, &c. puiſſances à l'infini, en ſuppoſant toûjours le premier nombre generateur $a = 1$, le ſecond nombre generateur b égal à la premiére des premiéres differences de ces puiſſances, le troiſiéme nombre generateur c égal à la premiére des ſecondes differences de ces mêmes puiſſances, le quatriéme nombre generateur d égal à la premiére des troiſiémes differences de ces mêmes puiſſances, & ainſi de ſuite juſqu'au dernier nombre generateur qui dans cette *premiére methode* doit être égal à la premiére des derniéres differences qui ſont conſtantes & égales entre elles.

Ainſi pour les quarrés naturels ſi l'on ſuppoſe $a = 1$.

$b = 3$.

$c = 2$.

L'on verra naître de cette ſeconde Table la Serie naturelle des nombres quarrés 1, 4, 9, 16, 25, &c. en ſubſtituant les trois valeurs 1, 3, 2, à la place des trois lettres a, b, c. dans les trois premiéres colomnes perpendiculaires de la Table, car on aura $1a = 1$.

$1a+1b=1+3=4.$

$+3$

4

$1a+2b+1c=1+6+2=9.$

$+6$

$+2$

9

$1a+3b+3c=1+9+6=16.$

$+9$

$+6$

16

$1a+4b+6c=1+12+12=25.$

$+12$

$+12$

25

$1a+5b+10c=1+15+20=36.$

$+15$

$+20$

36

$1a+6b+15c=1+18+30=49.$

$+18$

$+30$

49

&c. &c. &c.

L'on verra naître de même dans cette seconde Table la Serie naturelle des nombres cubes

bes 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, &c. en ſubſtituant les quatre valeurs

$$a = 1$$
$$b = 7$$
$$c = 12$$
$$d = 6.$$

En ſubſtituant, dis-je, ces quatre valeurs 1, 7, 12, 6, à la place des quatre lettres a, b, c, d, dans les quatre premiéres colomnes perpendiculaires de la Table, car on aura

$1a = 1.$

$1a + 1b = 1 + 7 = 8.$

$+7$

8

$1a + 2b + 1c = 1 + 14 + 12 = 27.$

$+14$

$+12$

27

$1a + 3b + 3c + 1d = 1 + 21 + 36 + 6 = 64.$

$+21$

$+36$

$+6$

64

$1a + 4b + 6c + 4d = 1 + 28 + 72 + 24 = 125.$

$+28$

$+72$

$+24$

15

1a

$1a+5b+10c+10d+ = 1+35+120+60=216.$

$+35$
$+120$
$+60$

216

$1a+6b+15c+20d = 1+42+180+120=343.$

$+42$
$+180$
$+120$

343

&c. &c. &c.

Et ainſi de ſuite à l'infini pour toutes les puiſſances.

REMARQUE.

La premiére colomne perpendiculaire de cette ſeconde Table ne contient que le premier & ſeul nombre generateur $1a$ repeté continuellement & indéfiniment. Elle repreſente la premiére Serie ou progreſſion arithmétique de o degré.

La premiére & la ſeconde colomne jointes enſemble contiennent les deux premiers nombres generateurs a & b, & repreſentent la ſeconde Serie ou la progreſſion arithmétique du premier degré $1a$

$1a + 1b$
$1a + 2b$
$1a + 3b$
&c.

La ſeconde colomne toute ſeule repreſente le cas le plus ſimple de ces progreſſions du premier degré. C'eſt $1b$, $2b$, $3b$, $4b$, $5b$, &c. dans laquelle Serie la difference continuelle des termes eſt égale au premier & plus petit terme.

Les trois premiéres colomnes jointes enſemble contiennent les trois premiers nombres a, b, c, & repreſentent la troiſiéme Serie ou la progreſſion arithmétique du ſecond degré

$$1a$$
$$1a + 1b$$
$$1a + 2b + 1c$$
$$1a + 3b + 3c$$
$$1a + 4b + 6c$$
&c.

La troiſiéme colomne toute ſeule repreſente le cas le plus ſimple de cette progreſſion arithmétique du ſecond degré. C'eſt $1c$, $3c$, $6c$, &c.

Mais en ſubſtituant ainſi les nombres generateurs propres & eſſentiels à chaque degré de progreſſion & à chaque eſpece de ce degré, il faut, en ſe ſervant de cette ſeconde Table, multiplier les valeurs des a, b, c, d, &c. par leurs coëfficients correſpondants marqués dans cette Table. Il faut multiplier les b ſucceſſivement par les nombres 1, 2, 3, 4, 5, &c. les c par 1, 3, 6, 10, 15, &c. les d par 1, 4, 10, 20, 35, &c. mais je me ſuis propoſé de former la Serie entiere de chaque degré & de chaque eſpece de degré à l'infini par la ſeule addition des nombres generateurs poſitifs, & la ſeule ſouſtraction des nombres generateurs negatifs.

On

On pourroit le faire en quelque maniere, en formant ſéparément par addition continuelle les coëfficients de chaque colomne de cette ſeconde Table.

1. Il n'y a point de difficulté à former les coëfficients des deux premiéres colomnes de cette ſeconde Table

$$\begin{array}{l} 1a \\ 1a + 1b \\ 1a + 2b \\ 1a + 3b \\ 1a + 4b \\ 1a + 5b \\ \quad \&c. \end{array}$$

La Serie des $1a$ ſe forme ſans aucune multiplication ni addition, ou, *par pure analogie*, par l'addition continuelle du zero.

La Serie des $1b$, $2b$, $32b$, $4b$, $5b$, &c. ſe forme par l'addition ſimple & continuelle de $1b$.

La troiſiéme colomne des $1c$, $3c$, $6c$, $10c$, $15c$, &c. ſe peut former ainſi par l'addition repetée de deux autres colomnes.

1c		
+ 1c..	..1c..	. . . premier terme.
2c.	..2c	
+ 1c	3c..	. . . ſecond terme.
3c..	..3c..	
+ 1c	6c..	. . . troiſiéme terme.
4c..	..4c	
+ 1c	10c..	. . . quatriéme terme.
5c..	..5c	
&c.	15c..	. . . cinquiéme terme.
	&c.	&c.

La quatriéme colomne des 1*d*, 4*d*, 10*d*, 20*d*, 35*d*, &c. ſe peut former par l'addition repetée de trois autres colomnes, en commençant par celle des 1*d*, 1*d*, 1*d*, 1*d*, &c.

1*d*			
+1*d*.	1*d*.		
2*d*.	+2*d*	1*d*.	... premier terme.
+1*d*	3*d*.	+3*d*	
3*d*.	+3*d*	4*d*.	... second terme.
+1*d*	6*d*.	+6*d*	
4*d*.	+4*d*	10*d*.	... troiſiéme terme.
+1*d*	10*d*.	+10*d*	
5*d*.	+5*d*	20*d*.	... quatriéme terme.
+1*d*	15*d*.	+15*d*	
6*d*.	+6*d*	35*d*.	... cinquiéme terme.
+1*d*	21*d*.	+21*d*	
7*d*.	+7*d*	56*d*.	... ſixiéme terme.
&c.	28*d*.	+28*d*	
	&c.	84*d*.	... ſeptiéme terme.
		&c.	&c.

Et ainſi de toutes les autres colomnes à l'infini.

Mais la methode ſera incomparablemen plus

plus courte, plus ſimple & plus naturelle, en ſe ſervant de la ſixiéme & derniére Table ſuivante, laquelle, à cauſe de ſon admirable proprieté, j'appelle *Table Logarithmique*, parce que, de même que dans les Logarithmes, on y fait par la ſeule addition les operations qui demanderoient naturellement la multiplication.

J'ai coupé cette Table en deux parties.

1. La partie fondamentale eſt le *Triangle logarithmique* qui ne comprend qu'une fois le premier nombre generateur ou la difference conſtante, & qui redonne les termes propoſés de la progreſſion. Ce Triangle eſt compoſé d'un nombre de termes fini & déterminé plus grand ou plus petit, ſuivant le degré plus ou moins élevé de la progreſſion donnée.

2. Le Trapeze logarithmique à l'infini qui donne par addition ou ſouſtraction ſimples la Serie infinie des termes cherchés de la progreſſion, dont les premiers termes ſont donnés en quantité ſuffiſante; c'eſt-à-dire, trois termes dans le ſecond degré: quatre termes dans le troiſiéme degré; cinq termes dans le quatriéme degré, &c. & ainſi de ſuite à l'infini. L'on ne fait ici aucune attention à la progreſſion de o degré, où il ne faut qu'un ſeul terme donné, ni à la progreſſion du premier degré où il n'en faut connoître que deux, parce que la continuation de ces deux eſpeces de progreſſions à l'infini eſt ſi ſimple & ſi aiſée qu'on n'a pas beſoin de methode.

Le Trapeze logarithmique comprend autant de fois moins une le premier nombre genera-

generateur ou la premiére difference conſtante que l'on veut trouver de nouveaux termes de ſuite dans la progreſſion propoſée, c'eſt-à-dire qu'il le comprend deux fois pour trouver un nouveau terme; trois fois pour trouver deux nouveaux termes, &c.

EXEMPLE.

Soient les *ſix* premiers termes donnés d'une progreſſion arithmétique du cinquiéme degré.

1 *A*v
1 *B*v
1 *C*v
1 *D*v
1 *E*v

Les ſix nombres generateurs cherchés ſeront

Le

Donc

Le 6.me . . $1a^{V}$ ou $1A^{V}$. Premier terme donné.
Le 5.me . . $1b = 1B^{V} - 1A^{V}$. Premiére des premiéres differences.
Le 4.me . . $1c = 1C^{V} - 2B^{V} + 1A^{V}$. Premiére des ſecondes differences.
Le 3.me . . $1d = 1D^{V} - 3C^{V} + 3B^{V} - 3A^{V}$. Premiére des troiſiémes differences.
Le 2.d. . . $1e = 1E^{V} - 4D^{V} + 6C^{V} - 4B^{V} + 1A^{V}$. Premiére des quatriémes differ.
Le 1.er . . $1f = 1F^{V} - 5E^{V} + 10D^{V} - 01C^{V} + 5B^{V} - 1^{V}A$. Derniere differ. conſtant.

DEMONSTRATION.

Soient les termes donnés d'une progreſſion arithmétique d'un degré quelconque

	B	C	D	E	F . . &c.
1.res differ.	$1B-1A$ . . .	$1C-1B$ . . .	$1D-1C$ . . .	$1E-1D$ . . .	$1F-1E$ . . &c.
2.des differ.	$1C-2B+1A$ . .	$1D-2C+1B$ . .	$1E-2D+1C$ . .	$1F-2E+1D$ . .	&c.
3.mes differ.		$1D-3c+3B-1A$ . . .	$1E-3D+3c-1B$ . . .		&c.
4.mes differ.			$1E-4D+6c-4B+1A$ . . .		&c.
6.mes differ			$1F-5E+10D-10C+5B-1A$ . .		&c.

Donc les premiéres differences de chaque degré forment la Serie ci-deſſus.

$$\begin{array}{l} 1B-1A \\ 1C-2B+1A \\ 1D-3C+3B-1A \\ 1E-4D+6C-4B+1A \\ 1F-5E+10D-10C+5B-1A. \\ \qquad \&c. \end{array}$$

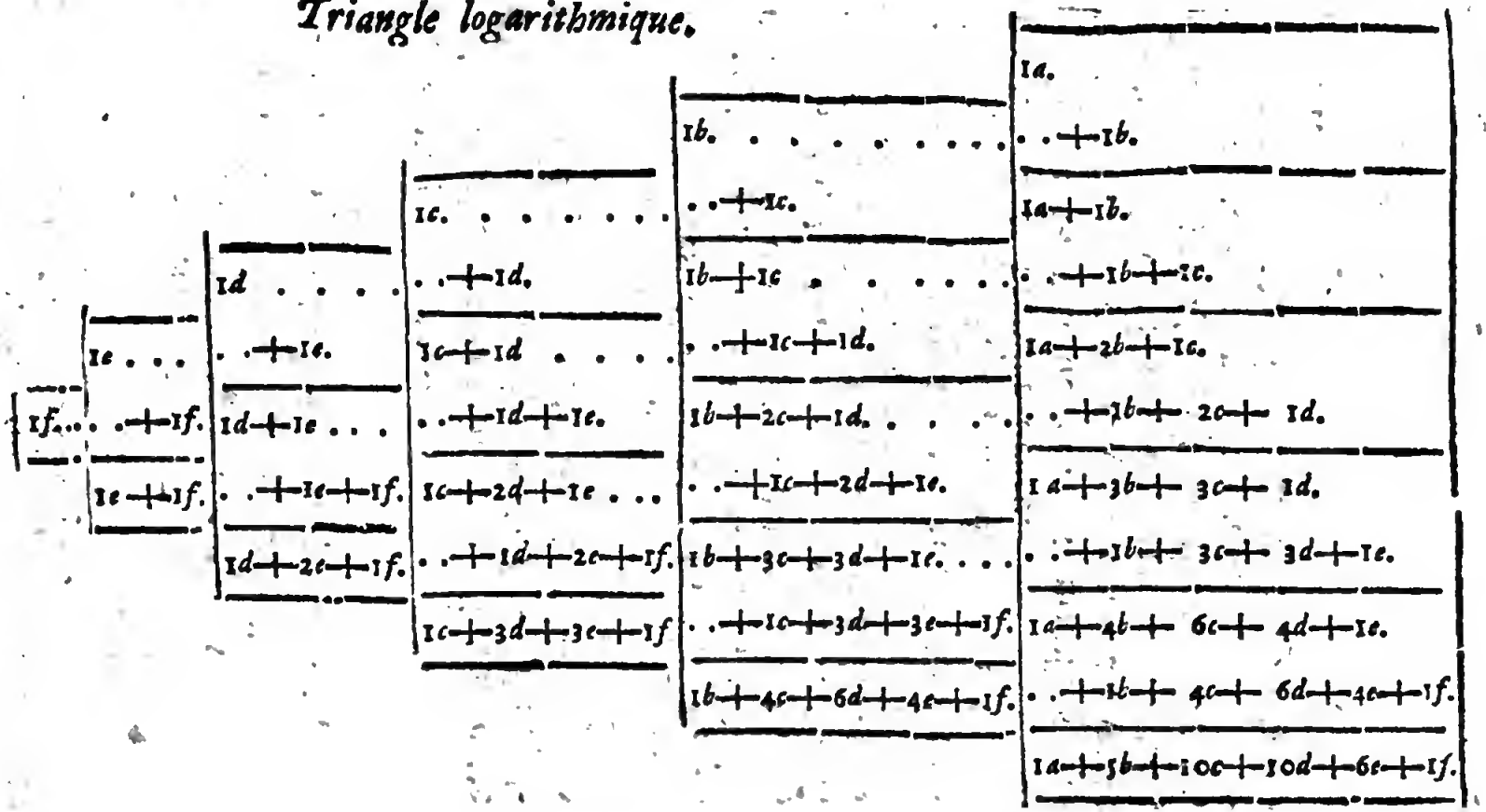
Ce qu'il falloit démontrer.

Il eſt aiſé de continuer à l'infini cette même Serie. Les ſignes + & — ſont alternatifs dans les rangs horiſontaux & dans les rangs diagonaux. Les coëfficients des mêmes rangs horiſontaux ſont les mêmes que ceux des puiſſances d'un binome 1, 1... 1, 2, 1... 1, 3, 3, 1... 1, 4, 6, 4, 1, &c. les coëfficients des rangs perpendiculaires, 1, 1, 1, 1, 1, 1... 1, 2, 3, 4, 5... 1, 3, 9, 10, 15, &c. de même que ceux des rangs diagonaux, ſont des progreſſions arithmétiques des degrés tout de ſuite, & les lettres des grandeurs *A*, *B*, *C*, &c. ſont toutes un même & premier degré.

Par le moyen de ces ſix nombres generateurs, en commençant dans un ordre contraire à celui des ſix termes donnés, c'eſt-à-dire par 1*f*; puis continuant par 1*e*, 1*d*, 1*c*, 1*b*, 1*a*, on formera le *Triangle logarithmique*, comme on le voit dans la Figure ſuivante.

Trian-

Triangle logarithmique.



Con-

Conſtruction du Triangle logarithmique.

Le premier rang perpendiculaire à gauche ne contient que le ſeul terme $1f$. Il n'eſt mis que pour conſerver l'analogie, & l'on peut toûjours le ſupprimer dans la pratique.

Le ſecond rang contient *trois* rangées de nombres. Il n'y a qu'une operation à faire; ſavoir, une addition, lorſque e & f ſont tous deux poſitifs, ou tous deux negatifs; & il n'y a qu'une ſouſtraction à faire, lorſque l'un des deux eſt poſitif & l'autre negatif. Ce ſecond rang repreſente les deux premiers termes de la ſeconde Serie ou progreſſion arithmétique du premier degré $1e+1f$.

Le troiſiéme rang contient *cinq* nombres. Il y a deux operations à faire, ſoit additions, ſoit ſouſtractions, ſelon que d, e, f, ſont poſitifs ou negatifs. Ce troiſiéme rang repreſente les trois premiers termes de la troiſiéme Serie ou progreſſion arithmétique du ſecond degré; ſavoir, $1d$, $1d+1e$ & $1d+2e+1f$.

Le quatriéme rang contient *ſept* rangées de nombres; & il y a *trois* operations à faire, ſoit additions, ſouſtractions, ſelon que c, d, e, f, ſont poſitifs, ou mêlés de negatifs. Les *trois* reſultants de ces *trois* operations, en y joignant le premier nombre $1c$ que l'on y comprend par analogie, forment quatre rangées horiſontales $1c$, $1c+1d$, $1c+2d+1e$, $1c+3d+3e+1f$, miſes perpendiculairement l'une ſous l'autre, en y inter-

intercalant les trois nombres à ajoûter ou à ſouſtraire $1d$, $1d+1e$, $1d+2e+1f$, & ces quatre rangées horiſontales repreſentent les quatre premiers termes d'une Serie du quatriéme degré, ou d'une progreſſion arithmétique du troiſiéme degré.

Le cinquiéme rang contient *neuf* rangées de nombres. Il y a *quatre* operations à faire, ſoit additions ou ſouſtractions, ſelon que b, c, d, e, f, ſont poſitifs, ou mêlés de poſitifs & de negatifs, &c.

Le ſixiéme rang contient *onze* rangées de nombres. Il y a *cinq* operations à faire, &c.

D'où il s'enſuit en general que l'expoſant du degré de la progreſſion arithmétique étant p, le Triangle logarithmique comprendra autant de nombres que $pp+2p+1$ quarré de $p+1$ contient d'unités; car c'eſt la ſomme de la Serie des nombres impairs 1, 3, 5, 7, &c. $2p+1$. Or cette ſomme eſt démontrée égale à $pp+2p+1$. Le premier terme eſt 1; le dernier eſt $2p+1$. Leur ſomme eſt $1+2p+1=2p+2$, dont la moitié $p+1$. Etant multiplié par le nombre des termes $p+1$, le produit $pp+2p+1$, qui eſt le quarré de $p+1$, eſt le nombre des nombres ou termes qui forment le Triangle logarithmique.

Il s'enſuit auſſi que le nombre des operations qu'il y a à faire, ſoit en additions, ſoit en ſouſtractions, eſt égal au nombre triangulaire dont le côté eſt p, c'eſt-à-dire à $\frac{pp+1p}{2}$. Car c'eſt la ſomme des nombres dans la Serie naturelle 1, 2, 3, &c. p.

Or

Or cette ſomme eſt $\frac{pp+1p}{2}$; ainſi dans l'exemple propoſé, comme $p=5$, ou aura $\frac{pp+1p}{2}=\frac{25+5}{2}=\frac{30}{2}=15=1+2+3+4+5$.

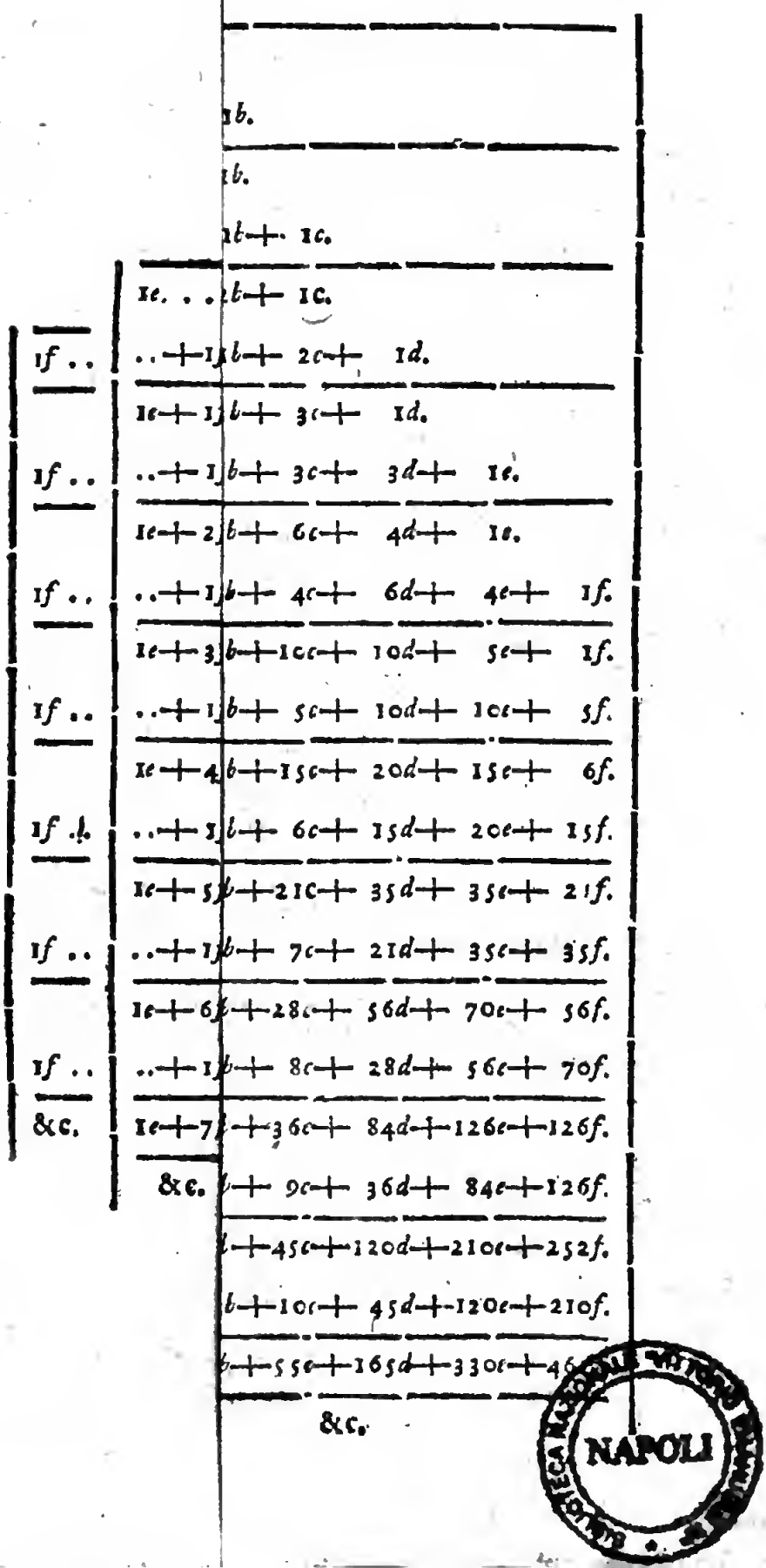
Il faut donc commencer l'operation par le premier nombre generateur qui eſt toûjours la derniére difference ou la difference conſtante. C'eſt ici $1f$, & l'écrire à gauche en colomne perpendiculaire de haut en bas ; puis écrire ce même $1f$ une ſeconde fois vis-à-vis du premier f horiſontalement dans le ſecond rang à droite, & un peu plus écarté par rapport aux lettres, comme on écrit les unités & les dixaines, en écrivant au deſſus le ſecond nombre generateur, qui eſt toûjours la premiére des penultiémes differences. C'eſt ici $1e$, & la ſomme $1e+1f$ acheve ce ſecond rang ; puis il faut écrire ce même $1e$ une ſeconde fois vis-à-vis du premier $1e$ horiſontalement dans le troiſiéme rang à droite, laiſſant un petit intervalle de ſéparation, & écrire au deſſus le troiſiéme nombre generateur qui eſt toûjours la premiére des antepenultiémes differences. C'eſt ici $1d$, & écrire la ſomme $1d+1e$ vis-à-vis du ſecond $1f$, & au deſſous de cette ſeconde ſomme $1d+1e$, écrire une ſeconde fois la premiére ſomme $1e+1f$ un peu plus écartée, comme on écrit dans l'arithmétique ordinaire pour l'addition des nombres, les dixaines & les unités au deſſous & écartés par un petit intervalle des mille, la ſomme de ces deux

ſommes $1d+1e$ & $1e+1f$ acheve le troiſiéme rang par la troiſiéme ſomme totale $1d+2e+1f$. Et ainſi de ſuite.

Conſtruction du Trapeze logarithmique.

Lorſque le Triangle logarithmique eſt formé, il eſt aiſé de former le Trapeze logarithmique, qui n'eſt qu'une continuation indéfinie du Triangle avec les mêmes nombres generateurs.

Trape-



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE
NAPOLI

Il faut commencer l'operation par la derniére difference conſtante, qui eſt ici $1f$, & l'écrire autant de fois en colomne perpendiculaire de haut en bas qu'on veut trouver de *nouveaux* termes dans la progreſſion propoſée. Ici on l'a écrit *ſix* fois, outre le premier qui commence le Triangle logarithmique, c'eſt-à-dire *ſept* fois en tout. Le premier $1f$ donne ou redonne les ſix premiers termes, & chacun des $1f$ ſuivans en donne un. Il faut enſuite ajoûter continuellement ces $1f$ à la premiére des penultiémes differences ou ſecond nombre generateur, qui eſt ici $1e$, qu'on écrit d'un rang plus éleyé pour former le ſecond rang perpendiculaire ou Serie du premier degré $1e$, $1e+1f$, $1e+2f$, $1e+3f$, &c. $1e+7f$, ce qui fait ici *huit* termes en *huit* cellules. C'eſt un terme & une cellule de plus que dans le premier rang. Il y a *ſept* additions ou ſouſtractions à faire.

Pour former le troiſiéme rang perpendiculaire, on commence par écrire d'un rang plus élevé que $1e$, la premiére des antepenultiémes differences, ou le troiſiéme nombre generateur $1d$; puis on continuë d'ajoûter ou ſouſtraire continuellement les nombres collateraux ou correſpondants du rang précedent, c'eſt-à-dire du ſecond rang, afin d'avoir la Serie indéfinie du troiſiéme rang; ſavoir, $1d$, $1d+1e$, $1d+2e+1f$, $1d+3e+3f$, &c. $1d+8e+28f$; ce qui fait *neuf* termes en *neuf* cellules, & c'eſt un terme & une cellule de plus que dans le ſecond rang. Il y a *huit* additions ou ſouſtractions à faire; c'eſt une operation de plus

que dans le ſecond rang, & ainſi de ſuite en remontant par les nombres generateurs 1*c*, 1*b*, juſqu'au dernier nombre generateur 1*a*, qui eſt auſſi le premier terme donné de la progreſſion propoſée.

REMARQUE I.

On peut toûjours ſupprimer le premier rang comme ici des 1*f* qui n'eſt mis que pour la parfaite analogie, afin que chacun des nombres de chaque rang ſe trouve deux fois dans le Trapeze logarithmique, une fois dans ſon propre rang, & une fois tout vis-à-vis, dans le rang immediatement ſuivant de gauche à droite; ce qui eſt fort aiſé à remarquer dans la figure même du Trapeze ci-deſſus.

REMARQUE II.

Lorſque la premiére des antepenultiémes differences, c'eſt-à-dire le ſecond nombre generateur, eſt un petit nombre comme 10 & au deſſous & que ce nombre eſt multiple du premier nombre generateur. On peut encore ſupprimer le ſecond rang comme dans la Serie des nombres quarrés & des nombres cubes; il ne faut qu'un ſeul rang pour former la Serie des quarrés, & il ne faut que deux rangs pour former par addition ſimple ſans aucune multiplication la Serie des nombres cubes.

RE-

REMARQUE III.

Les exemples en nombres rendront plus ſenſible l'utilité de ces Tables logarithmiques, parce que l'addition des Lettres dans la Table fait ſubſiſter ces Lettres ſéparément, & par-là il arrive que les formules paroiſſent très-compoſées, au lieu que dans l'addition numerique cette ſéparation ne ſubſiſtant pas, mais les nombres ajoûtés enſemble formant un ſeul monome, au lieu des polynomes litteraux, on ſent mieux la ſimplicité de la methode. En voici un exemple ſenſible pour la formation des nombres cubes dans leur Serie naturelle 1, 8, 27, 64, &c. Cette Table porte avec ſoi ſa démonſtration, & l'on n'eſt pas obligé, comme on l'eſt dans toutes les Tables des nombres, de s'en rapporter aveuglément à l'habileté du Calculateur & à l'exactitude de l'Imprimeur. Cette difference eſt plus ſenſible dans les nombres cubes que dans les nombres quarrés. C'eſt pouquoi j'ai choiſi ceux-là pour premier exemple. J'en donnerai pour la reſolution des Equations du troiſiéme degré dans le cas irréductible & pour le cinquiéme degré.

(*Voyez la Table ci-jointe.*)

THEOREME I.

Soit l'Equation quelconque du second degré donnée & réduite par les regles ordinaires à cette forme.

$$\pm xx \pm ax = b^{II}.$$

Je dis que si l'on donne à l'inconnuë x trois valeurs quelconques en progression arithmétique comme

$x = 1c.$	ou plûtôt $x = 1c + 2d.$
$x = 1c + 1d.$	$x = 1c + 1d.$
$x = 1c + 2d.$	$x = 1c.$

Et qu'on substituë ces trois valeurs & leurs puissances à la place de x & de ses puissances dans l'Equation donnée $\pm xx \pm ax = b^{II}$, l'on aura trois valeurs d'homogenes de comparaison representées par e^{II}, f^{II}, g^{II}, & qui seront trois termes d'une progression arithmétique du second degré, dont la seconde difference sera la difference constante & toûjours égale dans la continuation de la même progression à l'infini. Cette difference constante sera $= 2dd.$

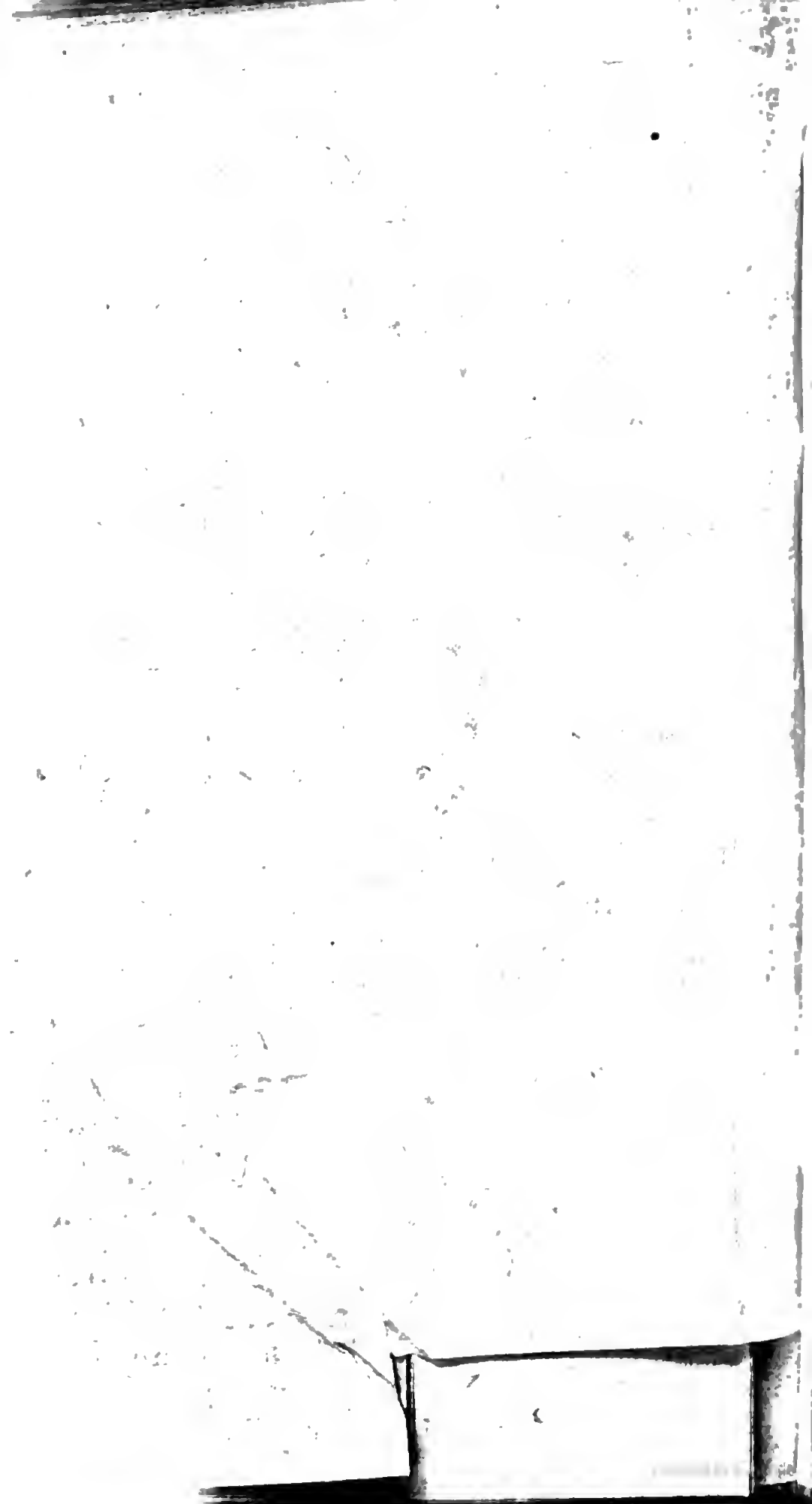
DEMONSTRATION.

En substituant, l'on aura ces trois nouvelles Equations

1. $1cc + 4cd + 4dd \pm 1ac + 2ad = e^{II}.$
2. $1cc + 2cd + 1dd \pm 1ac + 1ad = f^{II}.$
3. $1cc = g^{II}.$

Et ôtant la seconde Equation de la premiére, & la troisiéme de la seconde, on aura les premiéres differences suivantes,

1.



1. $2cd + 3dd + 1ad.$
2. $2cd + 1dd \pm 1ad.$

Et ôtant la seconde de ces premiéres differences de la premiére, il reste la seconde difference constante & toûjours égale $2dd$. Ce qu'il falloit démontrer.

THEOREME II.

Soit l'Equation quelconque du troisiéme degré donnée & réduite par les regles ordinaires à cette forme.

$$\pm x^3 \pm a^{1} x^{2} \pm b^{11} x^{1} = c^{111}.$$

Je dis que si l'on donne à x quatre valeurs quelconques en progression arithmétique, comme

$$x = 1d + 3e.$$
$$x = 1d + 2e.$$
$$x = 2d + 1e.$$
$$x = 1d.$$

Et qu'on substituë ces quatre valeurs & leurs puissances à la place de x & de ses puissances dans l'Equation donnée

$$\pm x^3 \pm a^{1} x^{2} \pm b^{11} x^{1} = c^{111}.$$

L'on aura quatre valeurs d'homogenes de comparaison representées par f^{111}, g^{111}, h^{111}, k^{111}, qui sont quatre termes d'une progression arithmétique du troisiéme degré, dont la troisiéme difference sera la difference constante & toûjours égale dans la continuation de la même progression à l'infini. Cette difference constante sera $= 6e^3$.

DEMONSTRATION.

En substituant, l'on aura ces quatre nouvelles Equations

1. $\pm 1d^3 + 9dde + 27d'e^2 + 27e^3 \mp 1add + 6ade + 9ace \mp 1b^{II}d = 3b^{II}e^I = f^{III}$,
2. $+1d^3 + 6dde + 12d'e^2 + 8e^3 \mp 1add + 4ade + 4ace \mp 1b^{II}d + 2b^{II}e^I = g^{III}$.
3. $\mp 1d^3 + 3dde + 3d'e^2 + 1e^3 \mp 1add + 2ace + 1ace \mp 1b^{II}d + 1b^{II}e^I = b^{III}$,
4. $\mp 1d^3 = k^{III}$.

Les

Les premiéres differences ſeront les trois ſuivantes,

1. $3dde + 15d^{I}e^{2} + 19e^{3} \pm 2ade + 5aee \pm 1b^{II}e^{I}$.
2. $3dde + 9d^{I}e^{2} + 7e^{3} \pm 2ade + 3aee \pm 1b^{II}e^{I}$.
3. $3dde + 3d^{I}e^{2} + 1e^{3} \pm 2ade + 1aee \pm 1b^{II}e^{I}$.

Les ſecondes differences ſeront les deux ſuivantes,

1. $6d^{I}e^{2} + 12e^{3} \pm 2aee$.
2. $6d^{I}e^{2} + 6e^{3} \pm 2aee$.

Et enfin la troiſiéme difference conſtante ſera $6e^{3}$. Ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

Il eſt aiſé de démontrer de même que dans toute Equation du quatriéme degré, comme

$$\pm x^{4} \pm a^{I}x^{3} \pm b^{II}x^{2} \pm c^{III}x^{I} = d^{IV}.$$

En ſuppoſant
$x = 1e + 4f$.
$x = 1e + 3f$.
$x = 1e + 2f$.
$x = 1e + 1f$.
$x = 1e$.

La derniere difference conſtante & toûjours égale ſera $= 24f^{IV}$.

Et de même dans toute Equation du cinquiéme degré, comme

$$\pm x^{5} \pm a^{I}x^{4} \pm b^{II}x^{3} \pm c^{III}x^{2} \pm d^{IV}x^{I} = e^{V}.$$

En ſuppoſant $x = 1f + 5g.$
$x = 1f + 4g.$
$x = 1f + 3g.$
$x = 1f + 2g.$
$x = 1f + 1g.$
$x = 1g.$

La derniére difference conſtante & toûjours égale ſera $= 120g^{V}.$

Il n'y a que la longueur énorme du calcul qui m'empêche de l'inſerer dans ce Memoire, qui eſt déja aſſés long.

Enfin il eſt aiſé d'en conclure, & démontrer ce corollaire general.

COROLLAIRE I.

Soit l'Equation donnée d'un degré quelconque, dont l'expoſant ſoit p, & réduite par les regles ordinaires à cette forme.

$$\pm x^{p} \pm a^{I}x^{p-1} \pm b^{II}x^{p-2} \pm c^{III}x^{p-3} \pm d^{IV}x^{p-4}$$
$$\&c. = z^{p}.$$

Si l'on ſuppoſe
$x = 1g + ph.$
$x = 1g + p-1 \times h.$
$x = 1g + p-2 \times h.$
&c.
$x = 1g + p-p \times h = 1g + 0h = 1g.$

Et qu'on ſubſtituë ces valeurs de x & leurs puiſſances à la place de x & de ſes puiſſances; & qu'aprés la ſubſtitution faite, l'on cherche par ſouſtraction continuelle les premiéres, ſecondes, troiſiémes, &c. differences

ces des nouveaux homogenes de comparaiſon qui reſultent de ces ſubſtitutions, la derniére difference conſtante ſera égale au produit continuel des termes de la progreſſion arithmétique 1, 2, 3, 4, &c. *p*, multipliés continuellement l'un par l'autre, & leur dernier produit multiplié par *bp*.

COROLLAIRE II.

L'on pourra donc toûjours former par la ſimple addition des nombres generateurs tous poſitifs, ou par la ſouſtraction, lorſque partie de ces nombres generateurs ſont negatifs, on pourra, dis-je, toûjours former par le *Trapeze logarithmique* la Serie indéfinie de tous les homogenes de comparaiſon repreſentés par *zp*. C'eſt la propoſition converſe & évidente du Theoreme précedent. Car de même que la Serie des homogenes étant donnée en nombre de termes ſuffiſant, c'eſt-à-dire, ayant trois termes ou trois homogenes de comparaiſon dans les Equations du ſecond degré, quatre termes dans les Equations du ſecond degré, quatre termes dans les Equations du troiſiéme degré, & ainſi de ſuite, l'on trouve par la ſeule & ſimple ſouſtraction réelle ou analogique la Serie des nombres generateurs. Il eſt évident qu'en commençant par la derniére difference conſtante, & continuant en remontant par la premiére des antepenultiémes, &c. & finiſſant par le premier nombre generateur, l'on formera par la ſeule & ſimple addition toute la Serie des homogenes de comparaiſon juſqu'à l'homogene

donné; mais il y a plusieurs regles generales & particuliéres pour abreger le calcul. On les donnera dans un second Memoire.

COROLLAIRE III.

Au moyen de cette Serie des homogenes de comparaison ainsi formée, l'on trouvera la valeur & toutes les valeurs exactes de l'inconnuë x toutes les fois qu'il y en aura d'exactes & en nombres entiers. Ce qui arrivera necessairement, lorsque le z_p donné se trouvera une ou plusieurs fois dans la progression de ces homogenes. Cela est évident.

COROLLAIRE IV.

En se servant du calcul ordinaire fondé sur la progression décuple, & supposant $x = 1 = 2 = 3$, &c. $= p + 1$, où p est l'exposant du degré de la progression, ou de l'Equation donnée; puis en supposant $x = 10 = 20 = 30$, &c. $= p + 1 \times 10$; puis $x = 100 = 200 = 300$, &c. $= p + 1 \times 100$, & ainsi de suite, l'on trouvera par la methode la plus simple qu'il soit possible & la plus aisée à retenir, les limites de la premiére & plus petite valeur de x à une unité près, lorsque cette valeur est irrationnelle. Il est presque toûjours aisé de prévoir dans chaque cas particulier par quelle espece d'hypotheſe il conviendroit mieux de commencer, ou par $x = 1$, ou par $x = 10$, ou par $x = 100$, &c.

D'ailleurs la premiére & plus simple hypotheſe

potheſe de $x=1=2=3$, &c. $x=p+1$ donne ſans aucune peine les autres hypotheſes dérivées en raiſon décuple, centuple, &c. comme $x=10=22=30$, &c. $x=100=200=300$, &c. parce qu'il n'y a qu'à ajoûter des zero aux termes déja trouvés par l'hypotheſe de $x=1=2=3$, &c. $x=p+1$.

COROLLAIRE V.

Lorſque le zp ou l'homogene de comparaiſon donné ſe trouve compris entre deux termes immediats de la Serie des zp, la valeur de l'inconnuë x eſt démonſtrativement irrationnelle, & elle eſt entre les deux valeurs hypothetiques de ce même x, qui ne different entr'elles que d'une unité. Par exemple,

Soit l'Equation donnée $xx+10x=317$. L'on trouvera, en ſuppoſant

$x=10$, l'homogene $100+100=200$ trop petit.
$x=20$, l'homogene $400+200=600$ trop grand.
$x=15$ donne encore l'homogene $225+150=375$ trop grand.
Mais $x=13$ donne $169+130=299$ trop petit.
& $x=14$ donne $196+130+336$ trop grand.

Donc les deux valeurs de x ſont irrationnelles. La premiére eſt poſitive entre 13 & 14. On ſait qu'elle eſt égale à $\sqrt{342}-5$.

La ſeconde valeur eſt negative entre -4 & -3. On ſait qu'elle eſt égale à $15-\sqrt{342}$; mais dans les Equations purement numeri-

ques & préparées, l'on ne doit point employer de nombres irrationnaux. C'eſt les ſeuls nombres entiers qu'on doit chercher, & qui donnent la ſolution exacte lorſqu'elle eſt poſſible, ou les limites le plus juſtes de l'approximation, lorſqu'il eſt impoſſible d'avoir une ſolution exacte.

COROLLAIRE VI.

Lorſque ces hypotheſes de x donnent une Serie d'homogenes tous negatifs, quoique l'homogene donné ſoit toûjours ſuppoſé poſitif eſſentiellement & par conſtruction dans la préparation de l'Equation, ou lorſqu'étant poſitifs en partie, le plus grand reſte au deſſous de zp donné, toutes les racines de l'Equation ſont imaginaires. J'en ai donné des exemples ci-deſſus.

COROLLAIRE VII.

On pourra donc reſoudre parfaitement toutes les Equations numeriques. On les reſoudroit même abſolument ſans aucun tâtonnement, en ſe ſervant de la progreſſion double, au lieu de la progreſſion décuple dans l'expreſſion des nombres. Ce qui pourroit aiſément ſe réduire en pratique au moyen de deux Tables de réduction; l'une pour convertir l'expreſſion ordinaire ou décimale en expreſſion de l'arithmetique binaire ou des *Logarithmes* naturels que je donnai en 1703; l'autre au contraire pour convertir l'expreſſion binaire en expreſſion décimale. Il ne peut certainement y avoir aucun tâtonne-

tonnement, ni dans la diviſion, ni dans l'extraction des racines, ni dans la reſolution d'une Equation numerique quelconque, lorſque tous les nombres ſont exprimés par les deux ſeuls chiffres 1 & 0, parce qu'il eſt évident que le premier chiffre cherché eſt conſtamment toûjours = 1, & que le ſecond, le troiſiéme, le quatriéme & tous les autres chiffres en general ſont auſſi = 1, lorſque le dividende, ou ce qui en tient lieu, eſt plus grand que le diviſeur ou égal à ce diviſeur, ou à ce qui en tient lieu, & qu'au contraire le ſecond, le troiſiéme, le quatriéme & tous les autres chiffres en general ſont toûjours = 0, lorſque le dividende, ou ce qui en tient lieu, eſt plus petit que le diviſeur, ou que ce qui en tient lieu. Or il n'y a que ces trois genres d'operations arithmétiques; ſavoir, la diviſion, l'extraction des racines & la reſolution des Equations qui ſoient en general & par leur nature ſujettes au tâtonnement. C'eſt le plus grand des défauts du calcul ordinaire. C'eſt ſe tromper, pour ainſi dire, avec art & methode. Il n'y auroit tout au plus, en ſe ſervant de la progreſſion double, de l'incertitude qu'entre 1 ou zero; mais c'eſt ce qui eſt aiſé à démêler du premier coup d'œil. Ce n'eſt pas ici le lieu d'en dire davantage.

COROLLAIRE VIII.

Lorſque les racines de l'Equation ſont irrationnelles, & qu'on a trouvé les deux valeurs approchées en nombres entiers, dont

dont l'un eſt par excès & l'autre par défaut, il eſt aiſé dans toute progreſſion réglée, ſoit décimale, ſoit double, de continuer indéfiniment l'approximation, en ajoûtant des tranches de zero; mais ſi l'on ſe ſert des formules generales d'approximation que j'ai données, & qui ſont indépendantes des zero & de toute autre operation ſemblable & purement arbitraire, l'approximation ſera indéfiniment plus abregée, plus ſimple & plus naturelle, ſur-tout ſi l'on joint l'uſage de la progreſſion double à celui des formules generales. Il n'y aura ni tâtonnement, ni aucune operation par cœur.

L'on renvoye à un autre Memoire le détail de la reſolution des Equations: le Calcul integral des progreſſions arithmétiques quelconques en nombre de termes fini ou infini, & l'application de ce calcul à la Geometrie par une methode qui paroîtra peut-être plus naturelle & plus lumineuſe que les methodes ordinaires.

I. *EX-*

I. *EXPLICATION DE L'ENFONCEment apparent d'un grand Clou dans le Cerveau par les Narines.* II. *Conformation particuliére du Crâne d'un Sauvage de l'A*merique ſeptentrionale. III. *Obſervations oſteologiques.* IV. *Avertiſſement ſur un Memoire de* 1720.

Par M. WINSLOW.

I.

LEs Os de la tête qui compoſent la face ſont joints enſemble par l'aſſemblage, que les Anciens ont nommé *harmonie*, parce qu'ils y avoient trouvé beaucoup moins d'inégalité que dans celui qu'ils ont nommé *ſuture.* Pluſieurs Modernes comprennent l'une & l'autre ſous le nom commun de *ſuture* ou d'*engrenure*, à cauſe des inégalités cachées de cet aſſemblage, & débitent cela comme une remarque nouvelle. Mais le grand *Veſale* nous apprend, après *Galien*, qu'on avoit déja fait cette obſervation, & qu'on avoit ſouvent rapporté l'*harmonie* à la *ſuture.* Cependant il eſt bon de retenir l'ancienne diſtinction, parce que les inégalités de ces os ne s'engagent preſque de part & d'autre que ſuperficiellement. Cette engrenure ſuperficielle avoit paru ſuffiſante pour tenir les os de la machoire ſuperieure aſſés fermement joints aux autres os & entre eux; d'autant plus qu'ils ne paroiſſent pas être expoſés à des efforts qui puiſ-

ſent

ſent les arracher. Mais un tour d'adreſſe ſurprenant en apparence d'un Joüeur de Foire m'a donné occaſion d'examiner leur aſſemblage avec plus de ſoin.

Il prit un clou de l'épaiſſeur d'une groſſe plume, long environ de cinq pouces, & arrondi par la pointe. Il le mit avec ſa main gauche dans une de ſes narines, & tenant un marteau avec ſa main droite, il dît qu'il alloit enfoncer le clou dans ſa tête, ou, comme il s'expliquoit, dans ſa cervelle. Effectivement il l'enfonçoit preſqu'entier par pluſieurs petits coups de marteau. Il en fit autant avec un autre clou dans l'autre narine. Enſuite il pendit un ſceau plein d'eau par une corde ſur les têtes de ces clous, & le porta ainſi ſans aucun autre ſecours.

Ces deux operations parûrent d'abord ſurprenantes, ou pour le moins déguiſées par quelque artifice ou induſtrie cachée. Un peu d'attention à l'idée que l'Anatomie exacte nous doit donner de la ſtructure, de la ſituation & de la connexion des parties, me fit bien-tôt revenir de ſurpriſe, auſſi-bien que M. *Petit* de cette Academie, Chirurgien-Juré de *Paris*, & M. *Verdier*, Chirurgien Anatomiſte, qui y furent preſens avec moi.

Le creux interne de chaque narine va tout droit depuis l'ouverture anterieure juſqu'à l'ouverture poſterieure, qui eſt au deſſus de la cloiſon ou valvule du palais. Dans tout ce trajet les parties oſſeuſes ne ſont revêtuës que de la membrane pituitaire, & les cornets inferieurs, ainſi dits, n'y occupent

pent pas beaucoup d'eſpace, & laiſſent facilement paſſer entre eux & la cloiſon des narines le tuyau d'une plume à écrire, que l'on peut ſans aucune difficulté gliſſer directement juſqu'à la partie anterieure de l'os occipital. Ainſi un clou de la même groſſeur pour le moins, mais qui ſoit arrondi dans toute ſa longueur & ſans pointe ou fort émouſſé, peut y gliſſer ſans peine & ſans coups de marteau, dont le Joüeur ſe ſervoit pour déguiſer ſon tour d'adreſſe.

Cette premiére operation fait aſſés comprendre la ſeconde. Les clous étant introduits juſqu'à l'os occipital, & leurs têtes étant près du nez, il eſt aiſé de juger que ſi on met quelque fardeau ſur les têtes de ces clous, ils appuyeront en bas ſur le bord oſſeux de l'ouverture anterieure des narines, pendant que leurs extremités ou pointes s'élevent contre l'allongement de l'os occipital, qui fait comme la voute du goſier. Les clous repreſentent ici la premiére eſpece de levier, dont le bras court eſt du côté du fardeau, & le bras long du côté de la reſiſtance. On me dira que cela ne ſe peut faire ſans cauſer une contuſion très-conſiderable aux parties molles qui couvrent ces deux endroits. Je réponds que l'accoutumance les rend avec le temps comme calleuſes & preſque inſenſibles à ces impreſſions.

Quoi-que ceci me parût ainſi n'avoir aucune difficulté, néanmoins plus j'y penſois, plus j'en trouvois par rapport à la grandeur du fardeau. Ce ſont les os maxillaires qui ſoutiennent le poids; & leur connexion avec

vec les autres pieces du crâne paroît ſi legere, qu'elle donne lieu de craindre qu'un tel effort ne les arrachât. Il eſt vrai que ſouvent ces os ſe ſoudent entierement avec l'âge, & que pour lors il n'y a rien à craindre. Au reſte ces deux os unis enſemble ſont engrenés par deux bouts avec l'os frontal. Ils le ſont encore avec l'os ſphenoïde par des entailles qui en empêchent la ſéparation de haut en bas. Ils ſont appuyés en arriere par les apophyſes pterygoïdiennes, comme par des arc-boutants, ce qui leur eſt d'autant plus avantageux qu'ils y ſont enclavés par le moyen des pieces particuliéres des os du palais. Les autres endroits de leur connexion ne ſont pas de grande conſequence par rapport à cette mécanique.

Ce n'eſt pas aſſés. Le perioſte ligamenteux, qui tapiſſe toutes ces jointures, contribuë beaucoup à leur fermeté; mais j'oſe dire que les muſcles de la machoire inferieure y ont bonne part, principalement ceux qu'on appelle Crotaphites. On ſait qu'ils ſont attachés à une aſſés grande étenduë de la partie laterale de la tête, qu'ils ſont très-puiſſants, & qu'ils ſont fortement attachés aux apophyſes coronoïdes de la machoire inferieure. Ainſi ils ſont aſſés capables de ſoulever cette machoire contre la ſuperieure, & par-là ſoutenir celle-ci pendant qu'elle porte le fardeau dont il eſt parlé.

II.

M. *Victor Henri Riecke* de *Stutgard-Wurtemberg*, apporta l'année paſſée le crâne d'un Sauvage de l'*Amerique Septentrionale*. Il l'avoit

l'avoit trouvé dans l'Isle nommée *Hond-Lyland*, c'est-à-dire, *Isle aux chiens*, située sous le 78me. degré de latitude & le 310. ou plus de longitude. Il y trouva le tronc du corps de ce Sauvage encore habillé, mais la tête en étoit séparée & presque entierement décharnée par les oiseaux. Il la prit, la nettoya & la garda. Etant arrivé en *France* cette année, il me l'a donnée. Voici ce que j'y ai observé de plus singulier.

Le crâne est long & étroit, le front applati & reculé, le sommet du crâne aigu ou en angle, l'occiput fort saillant & comme en pointe.

La trace demi circulaire de l'un & de l'autre muscle crotaphite est fort étenduë & en haut, où elle n'est éloignée de la future sagittale que d'un peu plus d'un pouce, & en arriere, où elle va jusqu'à la future lambdoïdale.

Les os propres du nez sont extraordinairement étroits, de sorte que la largeur des deux n'égale presque pas celle d'un seul de ceux de nos pays; ce qui rend le nez fort enfoncé en haut & camus.

Les orbites & les os de la pomette sont d'une grosseur extraordinaire, ce qui rend le milieu du visage fort large.

Les os maxillaires ont beaucoup de saillie sur le devant sous les narines, à peu-près comme dans le Singe. Les branches montantes de la machoire inferieure sont très-larges, mais basses à proportion. La circonference du bord alveolaire de la machoire inferieure se retrecit vers le devant,

& ne répond pas tout-à-fait à celle de la machoire ſuperieure qui va plus en arcade.

Les dents inciſives inferieures ſont fort étroites, au lieu que les ſuperieures ſont larges. Les unes & les autres ſont courtes; elles ſont larges de devant en arriere & plattes, au lieu d'être tranchantes, & reſſemblent plus à des dents molaires qu'à des inciſives.

M. *Riecke* m'a dit que les habitans de cette *Iſle* mangent de la chair toute cruë, & qu'il fut ſurpris de la maniére dont il les voyoit manger. Ils portent la viande entiére à la bouche, ils la prennent avec les dents de devant, & ils la tiennent auſſi en même temps avec une main, pendant qu'avec l'autre ils paſſent un certain inſtrument en guiſe de couteau tout près de la bouche, avec lequel ils coupent ou plûtôt ſoient fort groſſiérement les morceaux à meſure qu'ils mangent. Ils font pluſieurs mouvemens extraordinaires avec la machoire, & beaucoup de grimaces en mâchant & en avalant. C'étoit principalement ce ſpectacle qui porta M. *Riecke* à chercher quelque cadavre de ces Inſulaires, pour voir ſi leurs machoires & leurs dents avoient quelque conformation particuliére. Effectivement aucunes des dents de cette tête n'ont été propres à inciſer, mais plûtôt à faire l'office de moulin & à broyer; ce qui ne ſe peut faire aiſément ni délicatement, quand la viande eſt cruë & les morceaux ſont gros.

III.

1. *Les Omoplates* ont pour l'ordinaire dans leur face interne ou anterieure des éminen-

ces

ces longuettes & étroites comme des lignes saillantes, qui vont obliquement depuis la base vers le milieu de la face, & dont les intervalles ou interstices sont très legerement enfoncés. Le grand *Vesale*, en parlant de ces lignes & de ces enfoncemens, dit que ce sont comme autant d'empreintes des côtes. Cela a donné occasion à plusieurs celebres Anatomistes de s'imaginer que ces traces sont veritablement moulées sur les côtes. Cette mépriſe vient de ce que, quand on a renversé cet os, pour en examiner la face interne ou concave, il paroît d'abord que ces traces ont presque la même direction que les côtes. Mais on préviendra facilement cette bevûë, en considerant avec un peu d'attention ce même os sans le renverser, & en voyant que ces traces sont à peu-près de la même direction que l'épine de l'omoplate; car alors on concevra sans peine que ces traces se croisent avec les côtes, & qu'elles répondent aux differentes portions du muscle Soûscapulaire.

2. *La situation naturelle de l'os du bras* paroît d'abord être telle que la portion hemisperique de sa tête soit directement tournée en dedans vers les côtes, que la grande tuberosité de cette tête le soit directement à l'opposite ou en dehors, & que les condyles de l'extremité inferieure de l'os, ordinairement appellés *interne* & *externe*, ayent cette même direction. Neanmoins dans la vraye situation naturelle de cet os, sa grande tuberosité & le condyle dit *externe* sont plus en devant qu'en dehors, au

lieu que ſa portion hemiſpherique & ſon condyle interne ſont plus en arriere qu'en dedans. C'eſt l'inſpection d'un bras détaché du corps qui a donné occaſion à cette erreur, erreur très-préjudiciable à une bonne gueriſon des fractures de l'os du bras. La diviſion vulgaire de ces parties en internes & externes ſéduit facilement l'imagination de ceux qui n'en pas ſont avertis.

3. *La poulie de l'extremité inferieure de l'os du bras*, avec laquelle l'extremité ſuperieure de l'os du coude fait une eſpece de charniere, eſt aſſés connuë. On n'ignore pas qu'elle eſt oblique, mais je ne ſai ſi l'on a fait attention à ce qui ſuit de cette obliquité. Elle fait premiérement, que l'avant-bras étant étendu autant qu'il eſt poſſible, n'eſt pas en ligne droite avec le bras, comme on ſe l'imagine, & que l'os du coude dans cette ſituation s'incline vers le condyle appellé *externe*, faiſant là en quelque maniere angle avec l'os du bras, quoiqu'étendu. Secondement, cette obliquité fait que la flexion de l'avant-bras ſur le bras n'eſt pas directe, mais fort oblique, en ce que l'extremité inferieure de l'avant-bras ne ſe rencontre pas alors avec le devant, mais avec le dedans de l'extremité ſuperieure du bras. Cette obliquité a pluſieurs utilités; je ne parlerai à preſent que de celles qui ſe peuvent démontrer ſur le ſquelette. Par-là, l'avant-bras étant flechi, la main, au lieu de rencontrer le haut de l'épaule, tombe naturellement ſur la poitrine & vers les parties anterieures du col & de la tête, ſans que l'os du bras ſe tourne

ne autour de ſon axe. Cette même obliquité merite beaucoup d'attention dans le pancement des fractures du bras.

Pour faire ſentir un autre avantage de cette obliquité, il faut auparavant montrer *la ſituation naturelle du Rayon.* Il n'eſt pas naturellement dans le même plan avec le coude, mais il le croiſe, & ſa vraye ſituation eſt celle qui eſt la moyenne entre la pronation & la ſupination. Dans cette ſituation les apophyſes pointuës des extremités inferieures du coude & du rayon ſont vis-à-vis l'une de l'autre. Cette ſituation eſt aſſés indiquée par celle que la main affecte naturellement: car le bras étant étendu, il paroit clairement que le Rayon eſt preſque dans une même ligne parallele avec l'os du bras. Cela étoit très-neceſſaire pour pouvoir ſoutenir de grands efforts, en pouſſant avec le bras étendu: car dans ce cas, le rayon qui preſque ſeul porte la main (& que l'on peut avec raiſon appeller *porte-main*, ou le *manche de la main*) reçoit auſſi toute l'impreſſion, & heurte en ligne contre la petite tête de l'os du bras, pendant que le coude, auquel il eſt lié, ne fait que l'empêcher de gliſſer & de s'écarter. C'eſt ainſi que l'obliquité du coude procure encore cette utilité, auſſi bien que la facilité de la pronation & la commodité de la ſituation moyenne de l'avant-bras.

4. *La ſituation naturelle de la main* eſt fort oblique, deſorte que les extremités des doigts ſont tournées en arriere, & les os du metacarpe, auſſi bien que les quatre doigts, ne ſuivent pas la direction de l'avant-bras,

comme on pourroit croire ſur l'inſpection des ſquelettes ordinaires. Dans cette ſituation oblique & naturelle, les doigts n'étant ni écartés ni trop ſerrés, on peut remarquer que la pointe du doigt index répond en quelque maniere à l'axe de l'avant-bras; deſorte qu'en faiſant des pronations & ſupinations reïterées, la main étant naturellement étenduë, le bout de l'index devient preſque le centre du mouvement, autour duquel les extremités des autres doigts font leurs tours.

5. *Le Tibia* a un contour particulier qui échape aux yeux des Anatomiſtes, & dont l'ignorance peut faire grand tort dans le pancement des fractures de cet os. On ſait qu'il eſt large en haut & enbas, mais on ne prend pas garde que ces deux largeurs ne ſont pas dans le même plan, comme il paroit d'abord: car la malleole interne eſt un peu tournée en devant, & l'enfoncement oppoſé, qui ſert à recevoir l'extremité inferieure du peroné ou malleole externe, eſt un peu tournée en arriere. Ce qui paroîtra encore mieux dans un tibia couché ſur un plan égal, car on verra que le plus grand diametre de la tête du tibia ſera pour lors parallele à ce plan, & que celui de la baſe ſera oblique dans le ſens que je viens de marquer. Cela fait auſſi que le pied ſe tourne naturellement en dehors.

6. J'ajoûterai ici une obſervation que j'ai faite ſur l'*égalité apparente de la longueur des jambes* dans le traitement d'une fracture de la tête du femur que l'on avoit d'abord

bord prise pour une luxation. Après avoir fait la manœuvre ordinaire pour remettre l'os, & disposé les lacs pour en empêcher le dérangement, on examina plusieurs fois si les deux jambes étoient d'une même longueur. On trouva d'abord que la jambe malade étoit plus courte que l'autre; mais comme on la rendoit sans aucune peine égale à l'autre, on demeura tranquille là-dessus. Le temps de la guerison, selon le terme ordinaire, étant expiré, on fit lever le malade, & on le trouva boiteux. On l'examina de nouveau sur le lit, & ayant tiré les deux jambes à la fois pour les mettre également, on trouva qu'elles restoient sans peine dans cette situation égale. Neanmoins étant debout, l'une se trouva toûjours plus courte que l'autre. Cela me fit soupçonner que cette égalité n'étoit qu'apparente, & ne dépendoit que de la situation oblique ou inégale des os des hanches, que le malade laissoit aller enbas de ce côté pour éviter la douleur, quand on tiroit la jambe. Effectivement on le trouva ainsi. C'est pourquoi quand on examine l'égalité des jambes en pareils cas, il faut toûjours auparavant mettre & faire tenir les os des hanches dans leur situation naturelle, c'est-à-dire directement & à égale hauteur de côté & d'autre. Sans cette attention, les deux jambes étant confrontées ensemble & également placées, il peut arriver que l'une soit ou plus longue ou plus courte que l'autre, quoi-que cela ne paroisse pas. Car une des hanches un peu haussée fait paroître égale la jambe du même côté, quoi-qu'elle soit

plus longue; & une des hanches baiſſée fait de même paroître égale la jambe voiſine, quoi qu'elle ſoit plus courte. On ſait que la flexibilité des lombes permet ces mouvemens des os des hanches.

IV.

Dans mon Memoire de 1720. ſur les Muſcles, j'ai donné une *deſcription des Muſcles inter-oſſeux*, telle que je l'avois trouvée moi-même en diſſequant. Je l'ai donnée comme nouvelle, ne l'ayant trouvée dans aucun Auteur, ni ancien, ni moderne, de quelque réputation. Neanmoins plus d'un an après, en feuilletant par hazard un vieux Livre François, intitulé: *Semaine Anatomique*, &c. Par *Nicolas Habicot*, *Chirurgien-Juré de Paris*, je fus ſurpris d'y trouver une pareille deſcription de ces muſcles qui avoit échapé à tant de celebres Auteurs & Anatomiſtes. Mais je ſuis encore plus étonné de ce que cette obſervation a reſté inconnuë dans le lieu même de ſa naiſſance; d'autant plus que l'Auteur l'a très bien marquée, & même exhorté à l'examiner par la diſſection. J'en avertis auſſi-tôt pour prévenir l'accuſation d'un crime dont je ſuis grand ennemi, & pour me conformer à l'eſprit de l'Academie, qui ne reçoit que les découvertes ou des remarques nouvelles.

EXPLICATION DES FIGURES.

a, l'ouverture anterieure des narines.
b, l'ouverture poſterieure.
c, *d*, le clou.
e, l'allongement de l'os occipital.

f, le

f, le crâne du Sauvage.
g, le front applati.
h, l'occiput reculé.
i, la ſaillie de la machoire ſuperieure.
k, la rencontre inégale des dents.
l, les branches montantes de la machoire inferieure.
m, *n*, *o*, la trace du muſcle crotaphite.
p, le crâne du Sauvage vû en deſſous, ſans machoire inferieure.
q, *q*, les zygoma extraordinairement écartés.
r, *r*, l'arrangement des dents ſuperieures en arcade ordinaire.
s, *s*, la machoire inferieure ſéparée pour l'arrangement de ſes dents en arcade angulaire.

OBSERVATION

De l'Eclipſe de Soleil du 8 *Decembre* 1722, *faite en preſence du Roi.*

Par M.rs CASSINI & MARALDI.

* LE Roi nous ayant ordonné d'aller faire à *Verſailles* l'Obſervation de cette Eclipſe, nous portâmes les inſtrumens neceſſaires pour l'obſerver le plus exacte-

* 19 Decembre 1722.

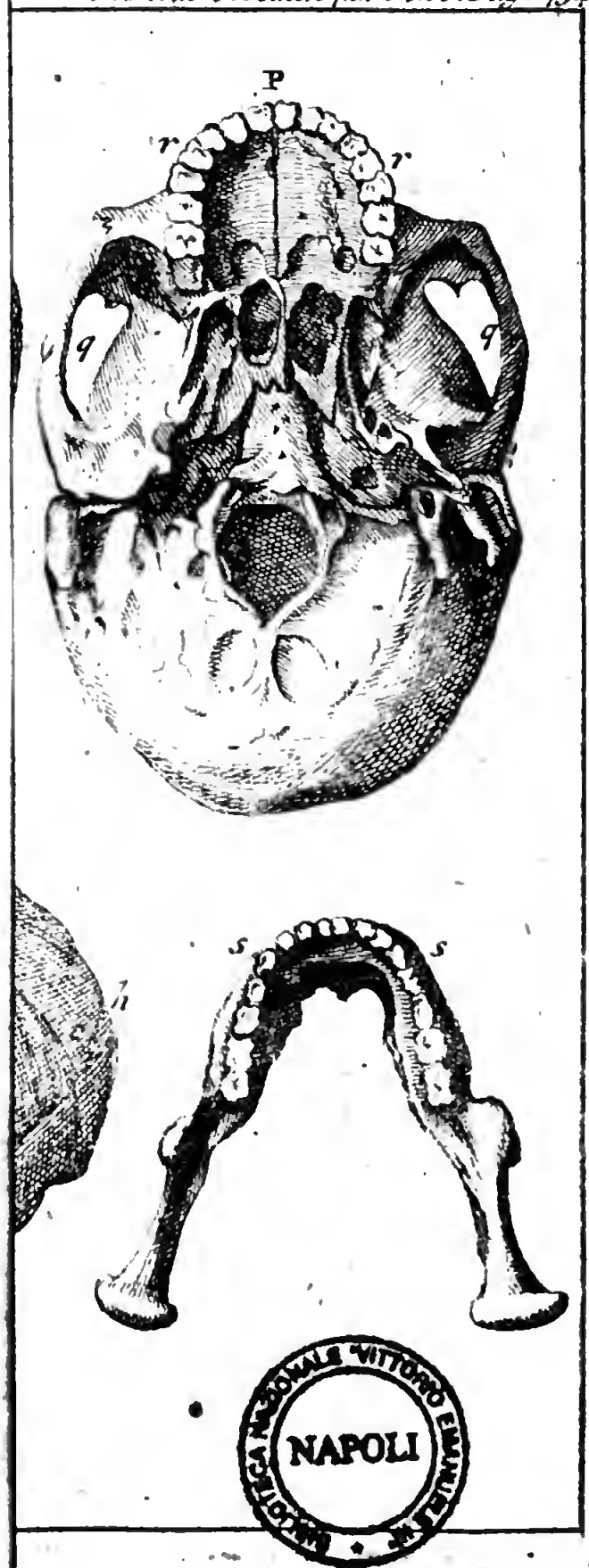
ment qu'il nous ſeroit poſſible. On les fit placer dans le Sallon qui eſt à l'extremité de la grande Gallerie, & qui regarde le Sud-oüeſt. Nous y réglâmes nôtre Pendule par des obſervations des hauteurs du Soleil priſes avant & après midi, & par le paſſage du centre du Soleil par une Meridienne que nous avions décrite par ordre de Sa Majeſté l'Eté précedent dans la petite Gallerie. Le Ciel étant ſerein, on commença à être attentif dès une heure & demie, pour voir le commencement de l'Eclipſe, qui fut apperçû à 1h 42′ 58″. Le Roi ayant été averti que l'Eclipſe avoit commencé, vint avec toute la Cour pour en voir le progrès juſqu'au temps de ſa plus grande obſcurité que Sa Majeſté quitta pour aller au Sermon. Voici l'ordre des phaſes que nous avons obſervées, autant que les nuages qui ont interrompu ſouvent cette obſervation l'ont pû permettre.

A	1h	42′	58″	Commencement de l'Eclipſe.	
	1	49		0d	50′
	1	52		1	18

Enſuite les nuages couvrirent le Soleil juſqu'à 2h 25′.

	2h	27′	30″	4d	50′
	2	33		5	18
	2	39	30	5	44
	2	43	30	5	55
	2	51	30	6	12 la plus grande obſcurité.

Des



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE
NAPOLI

Des nuages interrompirent l'Obſervation.

3	22		4	44
3	25		4	30
3	27	30	4	11
3	34		3	27
3	37	30	3	0
3	39			
3	40	30	2	35
3	44	30	2	44

Le Ciel s'étant enſuite couvert, on ne pût plus voir le progrès de l'Eclipſe ni ſa fin. A *Paris* on n'eût pas le Ciel favorable pour voir le commencement non plus que la fin.

M. de *Malezieu* qui obſerva cette Eclipſe à *Sceaux* en preſence de Madame la Ducheſſe du *Maine*, n'eut pas le Ciel favorable pour voir le commencement. Il remarqua que lorſque le Ciel ſe découvrit à $1^h\ 48'$, le Soleil étoit éclipſé d'un demi-doigt, que l'Eclipſe fut de ſix doigts à $2^h\ 41'$, & que la fin, qui n'a pû être vûë ni à *Verſailles* ni à *Paris*, arriva à quatre heures & deux minutes.

EXPERIENCES

Qui expliquent & déterminent la cauſe qui fait élever les Diſſolutions des Sels ſur les bords des Vaſes pour y former des Vegetations ſalines.

Par M. PETIT, Medecin.

* LORSQUE j'ai donné à la Compagnie mon Memoire des Vegetations ſalines *, j'ai dit, en expliquant la cauſe de l'élevation des liqueurs ſur le bord des vaſes, que toutes les diſſolutions des ſels ne forment ſur le bord des taſſes ou des verres dans leſquelles on les met, des croutes ou des vegetations, que parce que la liqueur preſſée à ſa ſurface par le poids & le reſſort de l'air, s'éleve dans ſon contour ſur la ſuperficie des vaſes, où elle trouve de l'appui par ſon adherance, & le flegme venant à s'évaporer, il ſe forme des concretions de ſel qui ſervent comme d'échelon à cette liqueur pour s'élever du fond du vaſe, & même de paſſer & de ſe répandre au dehors.

Je n'ignorois pas que la preſſion de l'air ne ſervoit de rien à l'élevation du liquide, un peu au deſſus de ſon niveau ſur la ſuperficie des vaſes, lorſqu'ils ont beaucoup de

* 14. Novembre 1722, * p. 129.

de diametre, & même plus haut à meſure que ce diametre diminuë, puiſque cette élevation ſubſiſte dans le vuide, ainſi que le Chevalier *Boyle* l'a remarqué [a], & après lui feu M. *Carré*, de cette Academie [b]; mais lorſqu'il s'agiſſoit de faire élever la liqueur plus haut, & de la faire paſſer entierement du dedans du vaſe au dehors, comme il arrive aſſés ſouvent, je ne pouvois l'attribuer à la ſeule peſanteur du liquide; & par une prévention qui m'étoit commune avec preſque tous les Phyſiciens, je ne pouvois m'empêcher de croire que la preſſion de l'air ſur le liquide ne produisît cet effet. Je m'étois confirmé dans cette opinion par une experience des plus ſéduiſantes.

J'ai empli un gobelet de grès d'impregnation de tête-morte d'Eau-forte, qui de toutes mes liqueurs eſt la plus vive & la plus prompte à vegeter. J'ai mis ce gobelet ſous un récipient dans ma machine du vuide; j'ai pompé l'air; je l'ai laiſſé deux fois 24. heures dans le vuide, il ne s'y eſt pas formé la moindre concretion. Je l'ai retiré, je l'ai expoſé à l'air, les concretions ont commencé à ſe former une heure après, & à vegeter à leur ordinaire. Cette experience ne ſemble-t-elle pas prouver de prime abord que la liqueur n'étant plus preſſée par le poids & le reſſort de l'air, n'a pû s'élever ſur les bords du gobelet,

a *Experim. phyſ. mechan. contin.* 1. 2. *exper.* 27. *Experim. phyſic. mechan. contin.* 2. *exp.* 9. *art.* 2.
b *Mem. de l'Acad.* 1705. *p.* 317.

& y former des concretions ? Neanmoins je me ſuis aviſé de mettre un pareil gobelet rempli de la même impregnation ſur une aſſiette de fayence, je l'ai couvert d'un récipient. Je l'ai laiſſé deux fois 24 heures en cet état, il ne s'y eſt produit aucune concretiou. Cela me fit naître quelque doute, & m'engagea de faire ces experiences avec plus de préciſion.

J'ai empli trois gobelets de grès de la même impregnation ; je les ai choiſi auſſi égaux qu'il a été poſſible ; je les ai peſé avec exactitude. J'en ai mis un dans le vuide; j'en ai mis un autre à l'air ſur une aſſiette de fayence, je l'ai couvert d'un récipient, & j'ai laiſſé le troiſiéme à l'air libre ſans être couvert. Ce dernier a commencé une heure après à produire des vegetations. J'ai laiſſé ces trois gobelets 60 heures en cet état, après quoi je les en ai retiré. Il ne s'étoit formé aucune concretion ſur celui qui étoit dans le vuide, non plus que ſur celui qui étoit ſous le récipient ſur une aſſiette : ni l'un ni l'autre n'avoit pas perdu un ſeul grain de ſa peſanteur. Ainſi il ne s'étoit fait aucune évaporation, mais il s'étoit produit une fort jolie vegetation ſur le gobelet qui étoit à l'air libre, & il s'étoit diſſipé 3 dragmes 9 grains de ſa liqueur.

L'on voit par cette experience qu'il eſt arrivé la même choſe au gobelet qui étoit dans le vuide, & à celui qui étoit à l'air enfermé ſous un récipient, & qui n'ayant aucune communication avec l'air exterieur, ne pouvoit avoir d'agitation qui lui fût commune

mune avec lui, & par cette ſeule raiſon il n'a pû enlever aucune partie de la liqueur continuë dans le gobelet : or puiſqu'il ne s'eſt point fait d'évaporation, il n'a pû ſe faire de concretion.

J'ai fait la même experience dans les mêmes gobelets avec l'eau commune, par rapport ſeulement à la quantité de l'évaporation que je voulois reconnoître, je les ai laiſſé trois fois 24 heures. Le gobelet qui avoit été dans le vuide peſoit moins de 8 grains, celui qui étoit à l'air ſous le récipient peſoit moins de 12 grains, mais celui qui étoit reſté à l'air libre moins de 3 dragmes 28 grains.

Je ne me ſuis pas contenté de ces experiences, j'ai voulu les faire avec des vegetations commencées, pour voir ſi elles ne me donneroient point des differences d'où je pûs tirer quelque induction.

J'ai empli les mêmes gobelets de la même impregnation. Je les ai laiſſé à l'air libre l'eſpace de 10 heures, pendant leſquelles il s'eſt formé ſur ces gobelets beaucoup de vegetations en arbriſſeaux. Je les ai peſé en cet état. J'en ai mis un dans le vuide; j'ai mis l'autre ſur une aſſiette à l'air ſous un récipient, & j'ai laiſſé le troiſiéme à l'air libre. Ils y ont reſté 48 heures, après quoi je les ai retiré & peſé. Le gobelet qui étoit dans le vuide peſoit moins de 3 grains. La vegetation qui étoit commencée ſur le bord de ce gobelet avant de le mettre dans le vuide, m'a paru diminuée plûtôt qu'augmentée.

Le gobelet que j'avois mis à l'air ſous le

le recipient peſoit moins de 14. grains. Sa vegetation paroiſſoit dans le même état qu'elle étoit, lorſque je l'ai mis ſous le récipient.

Le troiſiéme gobelet qui étoit à l'aîr libre, & dont la vegetation étoit beaucoup augmentée, peſoit moins de 6 dragmes 9 grains.

Il y a ſi peu d'évaporation dans le gobelet qui étoit dans le vuide & dans celui qui étoit ſous le récipient, qu'elle ne merite aucune attention par rapport à celles que nous avons vû ci-devant. Mais celle qui s'eſt faite dans le gobelet qui étoit à l'air libre eſt très-conſiderable, elle n'a été produite que par la chaleur, qui étoit plus grande lorſque j'ai fait cette derniére experience, que lorſque j'ai fait les autres.

Tout cela confirme le raiſonnement que j'ai fait ci-deſſus ſur le défaut d'évaporation, ſans quoi il ne peut ſe former de vegetation. Mais toutes ces experiences me laiſſoient toûjours dans le doute, & je cherchois à m'en tirer.

J'avois un gobelet de grès ſur lequel il y avoit une vegetation de formée par la diſſolution de Salpêtre dans l'impregnation de la tête-morte d'Eau-forte. Je mettois de temps en temps dans ce gobelet de l'impregnation ſans Salpêtre pour rendre cette vegetation plus belle. Mais toute la liqueur paſſoit facilement en 18 ou 20 heures du dedans du gobelet dans la ſoucoupe ſur laquelle il étoit poſé. Je mis de l'impregnation dans ce gobelet, environ les deux tiers; je le plaçai ſous un récipient dans le

le vuide. J'examinois de temps en temps ce qui s'y paſſoit; je m'apperçûs que la liqueur s'élevoit ſur les bords du gobelet, & couloit dans la ſoucoupe, & y paſſa ſi entierement en moins de 20 heures, qu'il n'en reſta point du tout dans le fonds du gobelet. Je ne m'en ſuis pas tenu à cette ſeule experience, je l'ai repeté deux fois, & toutes les deux fois la liqueur a paſſé entierement.

Après cette derniere experience il ne s'agiſſoit plus de la preſſion de l'air pour faire élever la liqueur ſur le bord des vaſes. Il falloit trouver une autre cauſe, & c'eſt ce qui m'a engagé de faire les experiences ſuivantes.

Je me ſuis imaginé que puiſque la liqueur paſſoit ſi facilement dans le vuide du dedans du vaſe au dehors au moyen d'une vegetation formée, on pourroit bien faire la même choſe par le moyen d'un morceau d'étoffe.

J'ai pris deux morceaux de flanelle, chacun de 8 pouces de longueur, larges d'un pouce & demi; j'ai attaché à un des bouts un morceau d'étain, ſans quoi il nageroit ſur l'eau, & ne ſe plongeroit pas perpendiculairement dedans de toute ſa longueur, ce qui eſt neceſſaire pour rendre l'experience plus parfaite. Je les ai mis dans deux bouteilles quarrées tronquées par le haut comme celle qui eſt repreſentée dans la premiére Fig. *A*, *B*, *C*, *D*; dans une de ces bouteilles, le bout de flanelle le plus long pendoit dehors, comme on le voit en *C*; il y en avoit 4 pouces & demi, & l'autre bout

bout qui étoit dedans, comme on peut l'entrevoir en *D*, étoit ſeulement de 3 pouces & demi. Dans l'autre bouteille le bout le plus long étoit dedans, & le plus court étoit dehors. J'ai humecté ces morceaux de flanelle pour rendre l'operation plus prompte, car ſans cela on eſt quelquefois ſept ou huit heures ſans s'appercevoir d'aucun écoulement d'eau: j'ai mis de l'eau dans ces bouteilles juſqu'à un pouce du bord; je les ai mis dans le vuide. L'eau s'eſt élevée dans ces morceaux d'étoffe, comme il arrive pour l'ordinaire à l'air, & par les mêmes regles du ſiphon; car dans la bouteille où le plus long bout pendoit au dehors, l'eau n'a ceſſé de couler que lorſque le bout qui étoit dedans ne trempoit plus dans l'eau, mais dans l'autre bouteille, dont le plus long bout étoit dedans, elle a ceſſé de couler, lorſque l'eau s'eſt trouvée vis-à-vis, ou preſque vis-à-vis de l'extremité du bout qui pendoit dehors; car dans quelques experiences, il s'en falloit une demi-ligne, ou même une ligne, qu'elle ne fut auſſi bas que ce bout.

Si l'on diſpoſe un morceau de flanelle de maniere qu'un des bouts ſoit dans une bouteille, & l'autre bout ſoit dans une autre bouteille; ſoit que ces bouts ſoient d'égale longueur, ou que l'un ſoit plus long qne l'autre, dans l'une ou dans l'autre bouteille, & qu'on mette de l'eau dans une de ces bouteilles, l'eau paſſera dans l'autre juſqu'à ce qu'elle ſoit de niveau dans les deux bouteilles.

Il eſt aiſé de voir que puiſque les morceaux

ceaux d'étoffe ſuivent dans le vuide avec tant d'exactitude les loix du ſiphon, l'eau doit couler par le ſiphon dans le vuide, comme il fait à l'air libre. C'eſt effectivement ce que l'illuſtre *Boyle* a remarqué [a], & après lui M. *Homberg* [b]. Mais comme ils ont été obligés de faire couler l'eau dans le ſiphon avant de le mettre dans le vuide, & qu'il a fallu pour cela ſe ſervir de ſiphons de très-petit diametre, où les bulles d'air qui ſe forment dans l'eau s'arrêtent très-facilement, & empêchent le cours de l'eau, j'ai cherché le moyen de faire cette experience avec des ſiphons de deux à trois lignes de diametre, & de ne les mettre en jeu que lorſque tout l'air ou la plus grande partie de l'air ſeroit pompé.

J'ai pris une bouteille de 8 à 9 pouces de hauteur, telle qu'on la voit dans la ſeconde Figure *GD*, & dont le goulot *G* avoit tout au plus 4 lignes de diametre dans ſa partie la plus étroite; j'y ai mis une des branches d'un ſiphon *A*, *B*, *C*, *D*, de deux lignes de diametre, & dont les branches avoient 5 à 6 pouces de longueur, & tel qu'on le voit repreſenté dans la quatriéme Figure. On peut auſſi ſe ſervir d'un ſiphon pareil à celui de la cinquiéme Figure, il n'importe qu'une des branches ſoit plus longue que l'autre. On peut prendre auſſi des ſiphons dont les branches ſoient plus courtes, l'experience réuſſit mieux, parce que les bulles s'y arrêtent moins facilement.

J'ai

a *Nova Experim. phyſ. mechan. exp.* 3. 5.
b *Hiſt. de l'Academie* 1714. *p.* 110.

J'ai empli la bouteille d'eau à une ligne près du bord, & pour lors l'eau qui a monté dans la branche du ſiphon s'eſt élevée près de deux lignes au deſſus du niveau de l'eau qui étoit dans la bouteille, comme on le voit en *I.*

J'ai placé cette bouteille, & le ſiphon ainſi accommodé, ſous un récipient dans la machine, & à meſure que l'on a pompé l'air, il s'eſt formé des bulles dans l'eau de la bouteille, & de la premiére branche du ſiphon elle a rempli peu à-peu la bouteille entierement. L'eau qui étoit dans la premiére branche du ſiphon s'eſt auſſi élevée, & a paſſé dans l'autre branche, lorſque l'air a été tout-à-fait pompé, ou preſque tout-à-fait pompé. (Il faut remarquer que l'on continuë toûjours de pomper l'air pendant l'écoulement du ſiphon) l'eau a coulé dans le ſiphon, comme s'il avoit été à l'air libre, juſqu'à ce qu'elle a été au bas de la branche du ſiphon. Il ſe forme des bulles qui coulent dans le ſiphon avec l'eau, qui en arrêtent ſouvent le cours, ce qui m'eſt arrivé avec des ſiphons de deux lignes de diametre. Cela n'arrive pourtant pas toûjours, les bulles d'air n'ayant pas toûjours la force d'arrêter l'écoulement de l'eau.

Lorſque l'eau eſt purgée d'air, c'eſt-à-dire, débaraſſée de la plus grande partie des molecules d'air les plus capables de ſe dilater beaucoup dans le vuide, on ne peut guere réüſſir dans cette experience, parce que comme il faut que l'eau s'éleve dans la bouteille & dans la premiére branche du ſiphon, pour pouvoir paſſer dans l'autre bran-

branche, elle ne le peut que par le moyen de l'air qu'elle contient, qui en ſe dilatant, la gonfle & l'éleve, ce qui ne ſe peut avec l'eau purgée d'air. J'ai neanmoins réüſſi une fois; l'eau a coulé juſqu'à la fin ſans s'arrêter avec des molecules d'air, & ſelon toute apparence il étoit reſté aſſés d'air dans cette eau pour la ſoulever.

Les difficultés que l'on rencontre à bien faire réüſſir cette experience, le doute & le ſcrupule qui reſtent dans l'eſprit par rapport aux bulles d'air qui font couler quelquefois l'eau avant que l'air du récipient ſoit tout-à-fait pompé, & qui ſouvent en arrêtent le cours, m'ont fait imaginer le moyen de faire couler le ſiphon dans le vuide avec de l'eau purgée d'air.

Je prends un bout de tuyau de fer blanc *AB* de la ſixiéme Figure, je le joins en *G* avec de la cire ou du maſtic au goulot de la bouteille *MD* de la troiſiéme Figure. Ce tuyau a une échancrure *B* dans laquelle je place le ſiphon *A*, *B*, *C*, *D*, de la quatriéme Figure ou de la cinquiéme, enſorte qu'en mettant une branche du ſiphon dans la bouteille, ſa partie ſuperieure ſoit embraſſée par l'échancrure du tuyau de fer blanc avec de la cire qu'on y ajoûte pour empêcher l'eau de ſe répandre, & en allongeant ainſi le goulot de la bouteille, comme on le voit en *H* dans la troiſiéme Figure, je puis mettre de l'eau dedans juſques par deſſus le ſiphon. J'emplis cette bouteille à une ligne près du rebord du goulot, l'eau monte dans le ſiphon de près de deux lignes au deſſus du niveau de celle de

de la bouteille en *I*. Je mets la ſeconde branche du ſiphon dans une autre bouteille *KL*, où il n'y a de l'eau que pour mouiller la partie inferieure de cette branche de la hauteur d'une ligne, & quelquefois d'une ligne & demie au deſſus de *C*, je poſe le tout ſur la machine. Si l'on regarde l'eau qui eſt dans la premiére branche du ſiphon, on ne la trouvera plus dans cette branche au deſſus du niveau de l'eau de la bouteille en *I*, mais elle eſt au deſſous en *M*, parce que l'air qui eſt dans la ſeconde branche eſt repouſſé par l'eau qui eſt entré dans ſon extremité inferieure *C*, & ce même air fait reculer l'eau qui eſt dans la partie ſuperieure de la premiére branche. Ainſi j'ajoûte de l'eau dans la premiére bouteille juſqu'en *H* au deſſus de la courbure du ſiphon, ſans craindre qu'elle paſſe dans la ſeconde branche, tant que l'air qu'elle contient y ſera. Je couvre mes bouteilles & mon ſiphon d'un récipient, & à meſure que je pompe l'air, celui qui ſe trouve dans la ſeconde branche ſort par le bas *C*, où il fait des bouillons en s'échapant au travers de l'eau. Lorſque j'ai bien vuidé mon récipient, l'air qui reſte dans la branche du ſiphon eſt ſi dilaté, qu'il n'a pas aſſés de force pour ſoutenir le poids de l'eau qui tend toûjours à couler dans cette branche, & enfin y coule avec quelques bulles d'air juſqu'à ce que l'eau ſoit de niveau dans les deux bouteilles.

Cette experience leve les doutes que la précedente laiſſe dans l'eſprit par rapport aux bulles d'air, mais elle a ſes difficultés; on

la

la recommence ſouvent un grand nombre de fois avant de la faire réüſſir parfaitement, parce qu'elle dépend de trois choſes que l'on rencontre rarement aſſés juſtes, deſorte qu'on peut dire que le hazard y a beaucoup de part.

La premiére eſt de ne mettre de l'eau dans la ſeconde bouteille que ce qu'il en faut pour repouſſer l'air qui eſt dans la ſeconde branche du ſiphon, & que cet air faſſe reculer l'eau dans la premiére branche, mais auſſi faut-il que cet air ne ſoit pas tellement enfermé & reculé, qu'il ne puiſſe s'échaper au travers de l'eau par le bout du ſiphon *C*, lorſqu'il ſe dilate par ſon reſſort.

La ſeconde, qu'il faut ajoûter de l'eau à la premiére bouteille ſeulement, un peu plus haut que la courbure du ſiphon, mais il en faut mettre aſſés, afin que l'eau s'éleve en même temps vers cette courbure, & que par ſon poids elle puiſſe forcer l'air dilaté dans la ſeconde branche de lui ceder la place, lorſque le vuide eſt fait dans le récipient.

Si l'on ne met pas aſſés d'eau, le vuide eſt fait dans le récipient, & l'eau ne coule point dans le ſiphon, parce que l'air qui eſt retenu dans la ſeconde branche par l'eau qui eſt à la partie inferieure, n'étant pas ſi dilaté que celui qui eſt dans le récipient, ne peut être forcé par cette petite quantité d'eau : mais s'il y a trop d'eau, pour peu que l'air vienne à ſe dilater dans la ſeconde branche du ſiphon, l'eau le force trop tôt, & précipite l'operation avant que le vuide

vuide ſoit fait dans le récipient.

La troiſiéme choſe eſt que l'eau dont on ſe ſert ſoit du moins purgée d'air juſqu'à un certain point: ſi elle ne l'eſt pas aſſés, il ſe forme des bulles qui élevent l'eau de la bouteille plus qu'elle ne doit, & précipite l'operation avant que le vuide ſoit fait.

Malgré toutes ces difficultés, ſi on recommence ſouvent cette experience avec la même eau purgée d'air, on ſe corrige ſur le plus ou le moins qu'on en doit mettre dans l'une & dans l'autre bouteille, & à la fin on vient à bout de faire cette experience de la maniere qu'on le ſouhaite.

J'ajoûterai ici qu'on ne rencontre aucune de ces difficultés pour faire paſſer dans le vuide les liqueurs du dedans d'un vaſe au dehors par le moyen des morceaux d'étoffe ou des vegetations, on a tout le temps de pomper l'air, & on a fait le vuide avant que la liqueur commence à s'élever, car ſi l'on veut ne point humecter les morceaux d'étoffe, il ſe paſſe ſouvent 4 ou 5 heures, & même plus, ſelon l'étoffe dont on ſe ſert, avant que l'eau commence à couler. Ce qui doit être une preuve aſſés ſuffiſante pour ceux qui trouveront quelques difficultés dans les experiences du ſiphon.

Tous les Phyſiciens ont crû juſqu'à preſent que la preſſion de l'air ſur le liquide par ſa peſanteur & par ſon reſſort étoit la cauſe de l'effet du ſiphon; & il eſt vrai qu'elle paroît contribuer à l'élevation de l'eau dans les branches du ſiphon, lorſqu'on le

le veut mettre en jeu. Soit le ſiphon *A*, *B*, *C*, *D*, de la ſeconde Figure, dont la premiére branche *AD* eſt dans la bouteille *FD*. Si l'on met de l'eau dans cette bouteille juſqu'en *E*, & même juſqu'à deux lignes du rebord du goulot, elle ne s'élevera jamais aſſés dans la premiére branche pour paſſer dans la ſeconde *BC*; mais ſi l'on ôte, par la ſuccion, l'air qui eſt dans les branches, pour lors l'air exterieur qui preſſe l'eau qui eſt dans la bouteille ne trouvant plus la reſiſtance que lui faiſoit l'air qui étoit dans le ſiphon, pouſſe l'eau, & la fait monter à la place de l'air. Y avoit-il rien de plus vrai-ſemblable que de croire que la preſſion de l'air continuoit le jeu du ſiphon qu'elle avoit commencée?

Le Chevalier *Boyle* [a] lui-même, tout perſuadé qu'il étoit que le ſiphon pouvoit couler dans le vuide (car il ne paroît pas qu'il en ait fait une experience parfaite) ne peut abandonner la preſſion de l'air dans cette occaſion: ſatisfait de la quantité de ſes découvertes ſur la peſanteur & l'élaſticité de l'air, il n'oſe lui ôter la proprieté de continuer le jeu du ſiphon. Il balance & ne décide rien dans ſes experiences méchaniques: mais enfin dans ſes paradoxe. hydroſtatiques, il ſe croit aſſés ſoutenu par une experience de M. *Paſchal*. Il retourne à l'inclination qu'il avoit pour la preſſion de l'air. L'experience eſt neanmoins trop poſitive. L'eau coule dans le ſiphon après que

a *Nova experim. phyſ. mechan. exper.* 35. *Paradox. hydroſtat. parad.* 10.

l'air eſt entierement pompé. Elle paſſe du dedans d'un vaſe au dehors par le moyen d'un morceau d'étoffe ou d'une vegetation formée ſur les ſurfaces de ce vaſe. Il faut donc dans ce cas ici proſcrire la preſſion de l'air, & lui ſubſtituer une autre cauſe. Je n'en vois point de plus vrai-ſemblable que la force qui fait élever les liqueurs dans les tuyaux capillaires au deſſus du niveau de ces liqueurs dans leſquelles on les plonge.

Il a été prouvé dans les Mem. de l'Acad. de 1705. p. 317. par M. *Carré*, que cette force n'eſt autre choſe que l'adherance des liqueurs aux parois interieurs du tuyau; *deſorte que les colomnes laterales de l'eau qui environne le tuyau, ayant plus de peſanteur, ou appuyant davantage ſur le fond du vaiſſeau, obligent celles qui répondent à l'ouverture du tuyau de s'élever plus haut* a. (C'eſt préciſément le ſentiment d'*Iſaac Voſſius* b)

Si l'on met de l'eau dans la bouteille *FD* de la ſeconde Figure juſqu'au bord du goulot *G*, elle s'élevera juſqu'en *I* dans le ſiphon au deſſus du niveau de la bouteille, paſſera dans la courbure du ſiphon en *A*, & par ſa peſanteur coulera en *B*, puis par l'ouverture *C*. (J'en ai fait l'experience après le Chevalier *Boyle* c). L'eau pourroit bien reſter en *A*, le long de la courbure, mais la même force qui a obligé l'eau de s'élever dans le ſiphon de la hauteur de deux

a *Mem. de l'Acad. 1705. p. 317.*

b De Nili & aliorum fluminum origine *Cap. 2. p. 5. & 6*

c *Nova exper. phyſ. mechan. exp. 35.*

deux lignes, la fait toûjours avancer de ces deux lignes ; ainſi cette colomne d'eau ſe trouve bien-tôt plus longue que celle qui eſt dans la premiére branche. Il arrive en cette occaſion la même choſe que l'on voit arriver à un ſiphon rempli d'eau, dont les branches ſont inégales & ſuſpenduës à l'air : l'eau qui eſt dans la branche la plus longue ſe vuide, & entraîne avec elle celle qui eſt dans la branche la plus courte. Il ſuit delà que l'eau qui eſt dans la branche *A*, *D*, ne peſe point ſur l'eau inferieure, & que pour peu que les parties de l'eau qui eſt dans la bouteille ſe preſſent les unes ſur les autres par leur peſanteur, elles s'introduiſent facilement dans cette branche, elles s'y élevent, & continuent de couler dans le ſiphon tant que la colomne d'eau qui eſt dans la ſeconde branche ſe trouve la plus longue.

Si l'on met de l'eau dans la bouteille *M*, *D*, de la troiſiéme Figure, & qu'on la faſſe couler par le ſiphon *A*, *B*, *C*, *D*, dans la bouteille *K*, *C*, l'eau continuera de couler juſqu'à ce qu'elle ſoit de niveau dans les deux bouteilles, parce que l'eau y ſera en équilibre. La preſſion de l'eau eſt égale de part & d'autre. L'eau eſt pouſſée avec une égale force dans la branche du ſiphon *A*, *D*, & dans la branche du ſiphon *A*, *C*. Ainſi chacune de ces colomnes trouvant la même reſiſtance en *A* de part & d'autre, elles ne peuvent avancer ni d'un côté ni d'autre. Mais ſi l'on éleve la bouteille *M*, *D*, d'une ligne, de deux lignes, d'un pouce, enfin de telle quantité que l'on

voudra, l'eau coulera d'abord de la branche D, A, par la branche A, C, dans la bouteille K, C, & continuera de couler juſqu'à ce qu'elle ſoit de niveau dans les deux bouteilles. Si après cela je baiſſe la même bouteille, & que je la remette dans le même état où elle étoit, l'eau coulera dans le moment de la branche C, A, dans la branche A, D, juſqu'à ce qu'elle ſoit encore de niveau. Qu'arrive-t-il donc de particulier à l'eau de ces deux bouteilles par la ſimple élevation pour la faire couler tantôt par une branche, tantôt par l'autre? Ce n'eſt point parce qu'il y a une plus grande quantité d'eau dans la bouteille M, D, lorſqu'elle coule dans la bouteille K, C, car elle couleroit, mais plus lentement, quand il n'y en auroit que la centiéme partie, pourvû que cette petite partie d'eau ſoit au deſſus du niveau de celle de l'autre bouteille. En voici la raiſon. L'eau qui eſt dans les branches du ſiphon reſiſte par ſa peſanteur à ſon élevation dans ces branches. Si elle ſe trouve d'une égale hauteur dans ces deux branches, la reſiſtance ſera égale, elle ne coulera de part ni d'autre, comme nous venons de le dire; mais ſi j'éleve la bouteille M, D, j'éleve en même temps le ſiphon A, B, C, D, & par conſequent la colomne d'eau qui ſe trouve dans la branche A, C, étant plus élevée au deſſus du niveau de l'eau de la bouteille KC, reſiſte davantage à ſon élevation que la colomne d'eau qui eſt dans la branche A, D, qui par cette raiſon ſe trouvant la plus forte, doit pouſſer la colomne A, C, & couler.

ler par cette branche dans la bouteille *KC*.

Cette explication eſt peu differente de celle que M. *Paſchal* a a donné pour prouver que la peſanteur de l'air eſt la cauſe du jeu du ſiphon, joint à l'experience qu'il a fait à ce ſujet avec l'eau & le Mercure.

Le Chevalier *Boyle* qui a fait l'experience avec l'eau, & l'huile de Terebenthine b n'a pû reſiſter à la probabilité de cette experience, jointe aux raiſons de M. *Paſchal*. Elle m'engageoit ſi fort à tenir pour la preſſion de l'air, que je ne l'ai abandonnée qu'après m'y être vû forcé par les experiences que j'ai rapporté, qui prouvent avec évidence que la veritable cauſe du jeu du ſiphon eſt la peſanteur de l'eau, jointe à ſon adherance aux parois du verre.

La maniére dont l'eau paſſe du dedans du vaſe au dehors par le moyen d'un morceau d'étoffe, a tant de conformité avec celle dont l'eau coule dans le ſiphon, & la maniere dont la liqueur paſſe du dedans au dehors d'un vaſe ſur les ſurfaces duquel il y a des concretions ſalines, ou des vegetations, a tant de rapport avec celle des morceaux d'étoffe, puiſqu'ils ſuivent l'un & l'autre ſi exactement les loix du ſiphon, qu'on peut aſſûrer qu'ils n'ont tous trois qu'une même cauſe. Il y a ſeulement cette difference entre le ſiphon, les morceaux d'étoffe & les vegetations, c'eſt que lorſque la bouteille *F*, *D*, de la ſeconde Figure, n'eſt remplie d'eau que juſqu'en *E* ou en *F*, il

a *Traité de la peſanteur de l'Air. ſect. 2. exp. 5.*
b *Parad. hydroſt. paradox.* 10.

faut, comme nous avons dit, ſuccer le ſiphon pour le mettre en jeu, ou ſe ſervir d'un autre moyen, ſans cela il ne coulera jamais de lui-même. Il n'en eſt pas ainſi dans les morceaux d'étoffe, car ſi baſſe que ſoit la liqueur dans le vaſe, pourvû que la premiére partie du morceau d'étoffe trempe dans l'eau, & que l'autre partie de l'étoffe qui eſt dehors ſoit plus baſſe que l'eau n'eſt dans le vaſe, l'eau montera petit à petit dans le morceau d'étoffe, & coulera dehors. La même choſe arrive à nos vegetations, car pourvû que la liqueur qui eſt dans le vaſe touche aux concretions qui ſe trouvent à la ſurface interieure du vaſe, & qu'il y ait des concretions à la ſurface exterieure plus baſſes que la liqueur n'eſt dans le vaſe, cette liqueur s'élevera peu-à-peu dans les concretions, & coulera du dedans au dehors du vaſe.

Il eſt facile de rendre raiſon de cette difference; car comme l'eau s'éleve dans les tuyaux à proportion de leur ſurface, plus les tuyaux ſont petits, plus ils ont de ſurface. Il faut que les tuyaux ſoient bien fins pour s'y élever de 3 ou 4 pouces: mais quelques *fins* que ſoient ces tuyaux, ils ne ſont point ſi fins que les pores par où s'éleve l'eau dans un morceau d'étoffe. Ainſi ſi l'on ſuppoſoit que ces morceaux d'étoffe fuſſent compoſés de tuyaux perpendiculaires courbés en ſiphon, & auſſi fins que le ſont les pores de l'étoffe, il eſt aiſé de juger que l'eau peut s'y élever juſqu'à 7 ou 8 pouces, & même davantage, ce qui ſuffiroit pour la faire paſſer du dedans du vaſe au dehors,

&

& faire le ſiphon. Mais il y a plus, c'eſt que preſque toutes les ſurfaces des pores de l'étoffe ſont obliques, ou horiſontales, où les particules d'eau trouvent beaucoup d'appui, & pour lors elles ne peſent ſur l'eau inferieure qu'à proportion que cette obliquité approche de la ligne perpendiculaire, & plus elle en eſt éloignée, moins elle peſe ſur les parties inferieures : enfin elles ne peſent plus, lorſque ces ſurfaces ſont horiſontales. Ce qui eſt aſſés bien prouvé par les experiences de *Sinclarus* a, de l'illuſtre *Boyle* b, & après lui M. de *la Hire* c. Le Chevalier *Boyle* a fait élever l'eau à la hauteur de 42 pouces dans des tuyaux de verre qu'il avoit rempli de Minium Il a même par ce moyen fait élever l'eau dans des ſiphons, ſans être obligé de les ſuccer. L'on voit dans cette experience que les parties du Minium doivent former des pores extraordinairement petits, & avec cela tout y eſt plein de ſurfaces horiſontales, où l'eau trouve de l'appui à meſure qu'elle s'éleve, & c'eſt préciſément ce qui ſe trouve dans nos vegetations. Si l'on met de l'eau commune dans une taſſe, elle ne s'élevera jamais ſur la ſurface de la taſſe au deſſus de ſon niveau, qu'à proportion de l'adherance & de l'appui qu'elle trouvera dans les pores & dans les reinures de cette ſurface. Si l'on y met une diſſolution de ſel, comme de Sel marin & de Salpêtre, elle s'y éleve de même que l'eau, mais

a *Artis nova & magna, lib* 2. *Dialog.* 2. *p.* 161.
b *Experim. phyſic. mechan. contin.* 12. *exp.* 28.
c *Hiſtor. Academ. Duhamel an.* 1693. *cap.* 2.

mais lorſqu'elle vient à s'évaporer, elle laiſſe ſur cette ſurface des concretions ſur leſquelles la liqueur qui ſurvient trouve de l'appui, & ne peſant plus, ou peſant moins ſur la liqueur qui eſt deſſous, elle eſt pouſſée plus haut par la même force qui la fait élever ſur la ſurface de la taſſe, où elle forme encore de nouvelles concretions, ſur leſquelles la liqueur qui ſurvient trouve encore de l'appui, & s'éleve ainſi de ſuite ſur le bord de la taſſe, d'où elle continuë à faire des concretions ſur la ſurface exterieure, comme elle a fait ſur la ſurface interieure, aſſés ſouvent juſques vers le bas de la taſſe, & pour lors la liqueur peut paſſer du dedans au dehors.

Le Chevalier *Boyle* avoit déja remarqué les concretions qui ſe forment ſur les ſurfaces des vaſes par les diſſolutions des ſels a, mais il ne parle que des concretions formées par les diſſolutions de Vitriol & de Sel marin, qui ne produiſent aucune vegetation qui ne lui étoient point connuës.

Voici deux obſervations que j'ai crû devoir ajoûter. La premiére, c'eſt que j'ai dit au commencement de ce Memoire, que le Chevalier *Boyle* a fait voir que l'élevation de liqueurs dans les tuyaux capillaires ſubſiſte dans le vuide. Je remarquerai qu'il ne s'eſt pas contenté d'ajuſter des tuyaux capillaires dans l'eau, d'obſerver la hauteur où elle s'eſt élevée dans ces tuyaux à l'air libre, & de s'aſſûrer que cette élevation ſubſiſte dans le vuide, il a encore voulu voir

ſi

a *Experim. phyſ. mechan.* 12. *exp.* 29.

ſi elle s'y éleveroit en ne plongeant les tuyaux dans l'eau qu'après que le vuide ſeroit fait, il a trouvé qu'elle s'y élevoit comme à l'air libre.

Boyle pouvoit douter avec raiſon ſi elle s'y éleveroit, car il pouvoit s'imaginer que l'eau qui étoit une fois élevée dans les tuyaux capillaires à l'air libre, ne baiſſoit pas facilement dans le vuide à cauſe de la dilatation de l'air qui étoit dans l'eau engagée dans ces tuyaux, & à cauſe de l'adherance de la liqueur aux parois du verre, & il auroit pû croire que cela pourroit apporter quelque reſiſtance à l'abbaiſſement de l'eau qui peut-être ſelon ſa penſée, ne devoit plus ſe ſoutenir dans les tuyaux, parce qu'elle n'étoit plus preſſée par l'air, qu'il croyoit la cauſe de cette élevation.

Il a fait plus * : car comme il avoit remarqué que l'eau ne s'éléve point à l'air libre dans un tuyau fermé à ſa partie ſuperieure, il a plongé un pareil tuyau dans l'eau, après que le vuide a été fait, & l'eau s'y eſt élevée comme dans un tuyau ouvert par les deux bouts.

Cette derniere experience eſt plus importante que l'on ne croit pour confirmer l'hypotheſe qui établit l'adherance de l'eau aux parois du verre pour les ſeules cauſes de ſon élevation dans les tuyaux capillaires, joint à la peſanteur des colomnes de l'eau qui environne les tuyaux, & par conſequent à l'élevation des diſſolutions ſur les parois des vaſes, & y produire des vegetations.

* *Experim. phyſic. mechan. contin. 2. . art. 2. exp.*

Elle répond parfaitement bien à une des plus importantes objections que l'on m'ait fait contre cette hypotheſe. Voici la maniere dont elle a été propoſée par un de nos plus habiles Phyſiciens *.

Quelque ſoin, dit-il, que l'on apporte à pomper l'air d'un récipient par le moyen de la machine du vuide, on ne le pompera jamais ſi parfaitement qu'il n'en reſte toûjours aſſés pour ſoutenir une ligne, ou du moins une demi-ligne de Mercure au deſſus de ſon niveau, ce qui eſt équivalent à 14. ou du moins à 7 lignes d'eau. Or la force qui peut ſoutenir cette quantité d'eau peut ſuffire pour élever l'eau dans les tuyaux capillaires mis dans le vuide. On doit donc conclure que l'air eſt la cauſe de cette élevation. Je réponds à cela que ſi cet air rarefié a la force d'élever l'eau dans les tuyaux, il doit avoir la même force pour la repouſſer; car qu'eſt-ce qui empêche que l'eau ne s'éleve dans un tuyau fermé à ſa partie ſuperieure, lorſqu'on le plonge dans cette eau à l'air libre par ſon côté ouvert? Ce n'eſt aſſûrement autre choſe que l'air qui eſt dans ce tuyau, & qui ne pouvant s'échaper, reſiſte à la force qui fait élever l'eau dans les tuyaux. Ainſi lorſqu'on le plongera dans l'eau miſe dans le vuide, l'air que contiendra ce tuyau ſera le même que celui qui ſera dans le récipient, & cet air aura autant de force pour reſiſter à l'élevation de l'eau dans ce tuyau que celui qui ſera dans le récipient en aura pour le preſſer

* M. de *Mairan*.

ſer & l'élever. Il doit donc tenir l'eau en équilibre, de maniere qu'elle ne pourra s'élever plus facilement dans le vuide qu'elle fait à l'air libre. L'on voit neanmoins par l'experience du Chevalier *Boyle* que l'eau s'éleve dans le vuide auſſi facilement dans ce tuyau que dans ceux qui ſont ouverts par les deux bouts. Ainſi l'air qui reſte dans le récipient, après avoir pompé, ne peut être la cauſe de l'élevation de l'eau dans les tuyaux capillaires mis dans le vuide.

La ſeconde obſervation que j'ai à faire, eſt que bien des gens s'imaginent que tout l'air qui eſt dans l'eau s'échape facilement, lorſqu'on la met dans le vuide. Mais ceux qui ont travaillé à cette experience, ſe ſont bien-tôt apperçû qu'il eſt très-difficile de purger l'eau d'air, pour ne pas dire impoſſible. Je ne connois aucun Phyſicien qui en ait donné les moyens, je ne les ai point trouvés dans les Ouvrages du Chevalier *Boyle*, il eſt fâcheux que ceux qui ont dit avoir purgé l'eau d'air, ne nous ayent pas expoſé les moyens dont ils ſe ſont ſervis pour cela, ils nous auroient épargné bien des doutes ; car pour commencer par l'ébullition, on a beau faire bouillir beaucoup d'eau juſqu'à ce qu'il n'en reſte qu'une très-petite partie, quelque petite quantité qu'on en conſerve, ſi on la met bien chaude dans le vuide, elle y fait efferveſcence. Il en eſt de même de l'eau que l'on purge d'air par la machine du vuide. J'en ai mis toute chaude juſqu'à dix huit fois, elle y a fait toûjours efferveſcence. Il s'eſt diſſipé

une ſi grande quantité de cette eau toutes les fois que je l'ai remis dans le vuide, qu'il ne m'en reſtoit pas aſſés pour faire mes experiences du ſiphon, c'eſt pourquoi j'ai été obligé de les faire avec de l'eau, qui a ſeulement paſſé huit fois dans le vuide, & cette eau a formé des bulles dans un ſiphon de demi-ligne de diametre mis dans le vuide, qui ont arrêté l'écoulement de l'eau dans ce ſiphon. Il s'en eſt formé de même dans un ſiphon de deux lignes de diametre, mais qui ont coulé avec l'eau, de maniere qu'elles n'ont pas été capables de l'arrêter. Ainſi je ne crois pas qu'il ſoit poſſible de faire cette experience dans des tuyaux capillaires qui ont moins de deux lignes, à moins qu'on ne trouve le moyen de mieux purger l'eau d'air que l'on n'a fait juſqu'à preſent. On en peut dire autant des experiences que l'on dit avoir été faites avec le Lait & avec l'Huile *.

L'on prétend qu'avec ces liqueurs graſſes le ſiphon ne s'arrête point dans le vuide en quelque temps que ce ſoit, parce qu'elles contiennent, dit-on, moins d'air que l'eau. J'ai obſervé neanmoins que plus le lait eſt pur, plus il a de difficulté à paſſer à l'air libre dans des tuyaux d'un petit diametre, & il s'arrête bien plus facilement que l'eau dans les ſiphons de deux lignes de diametre, lorſqu'on les met dans le vuide.

L'huile d'Olive fait plus, du moins celle dont je me ſuis ſervi, elle ne paſſe point à l'air libre dans des ſiphons d'un tiers de ligne

* *Hiſt. de l'Academ.* 1714. *p.* 112.

ligne de diametre, & elle ſe bouche bien vîte le paſſage dans des ſiphons de deux lignes de diametre, lorſqu'on la veut mettre dans le vuide, à cauſe de la quantité de bulles d'air qui s'y produiſent.

L'huile d'Amande amere qui a plus de liquidité que l'huile d'Olive, & qui a plus de peſanteur ſpecifique, ne paſſe à l'air libre que très-difficilement dans un ſiphon d'un tiers de ligne de diametre. Il n'en tombe pas preſqu'une goute tous les quarts d'heure, & elle ne coule pas mieux dans le vuide que l'huile d'Olive dans un ſiphon de deux lignes de diametre, à cauſe de la quantité de bulles d'air qu'elle produit.

L'huile de Terebenthine qui a autant de liquidité que l'eau, & qui eſt bien plus legere que l'huile d'Olive & l'huile d'Amande amere, paroît couler avec une plus grande facilité à l'air libre que l'eau dans un ſiphon d'un tiers de ligne de diametre, mais elle s'arrête plus facilement dans des ſiphons de deux lignes de diametre, lorſqu'on la met dans le vuide.

Le Chevalier *Boyle* a obſervé * en pluſieurs endroits de ſes ouvrages, que ces huiles donnent beaucoup d'air, lorſqu'on les met dans le vuide, & que l'huile de Terebenthine chauffée y fait efferveſcence comme l'eau; ce que j'ai auſſi remarqué, en la voulant purger d'air pour la faire couler par les ſiphons dans le vuide, ce qui ne m'a pas encore réuſſi.

* *Nova exper. Phyſ. mechan. Exper.* 24. & 43.

DE'TERMINATION GEOGRAPHIQUE DE L'ISLE DE CORSE.

Par M. MARALDI.

* ON voit des Côtes de *Genes* & de *Provence* les Montagnes de l'Iſle de *Corſe*, qui paroiſſent quelquefois élevées au deſſus de l'horiſon ſenſible, comme ſi elles ſortoient de l'eau, & qui diſparoiſſent en d'autres temps par un Ciel également pur & ſerein, comme ſi elles s'étoient plongées dans la Mer.

Il y a des ſaiſons plus propres pour découvrir cette Iſle des Côtes de *Genes*, qui ſont le Printemps & l'Automne. On la voit auſſi quelquefois l'Hiver ; & les heures du jour qu'elle paroît, ſont le matin au lever du Soleil & un peu avant, ou bien le ſoir, un peu après ſon coucher. On la voit auſſi quelquefois dans le même jour le matin & le ſoir, & elle ſe perd entierement de vûë le reſte de la journée.

Toutes ces apparences ſe font ſur les Côtes de *Genes*, par rapport à un Obſervateur qui eſt toûjours dans la même ſituation &

Fig. 2.

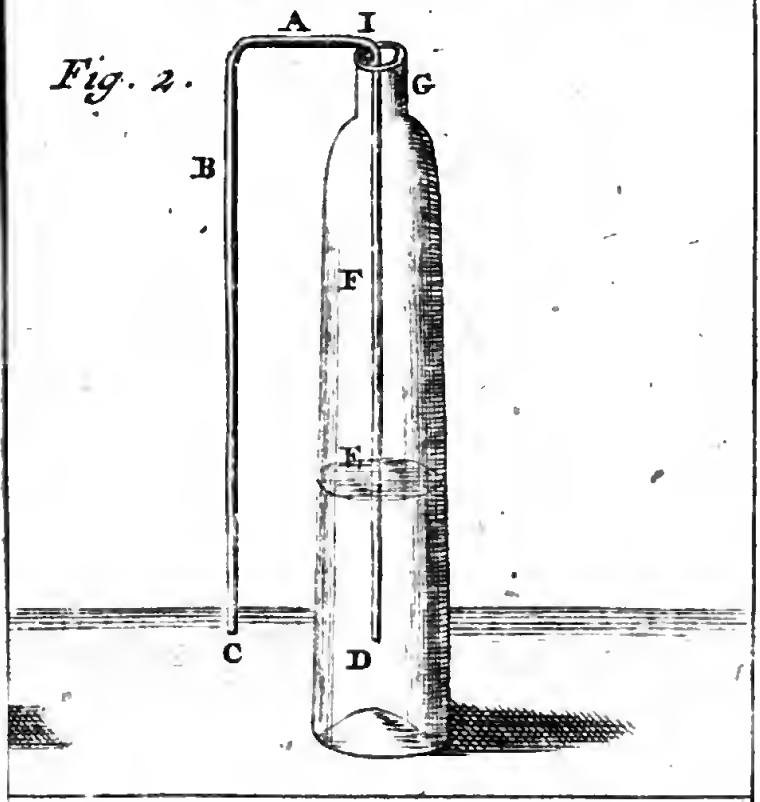


Fig. 4.

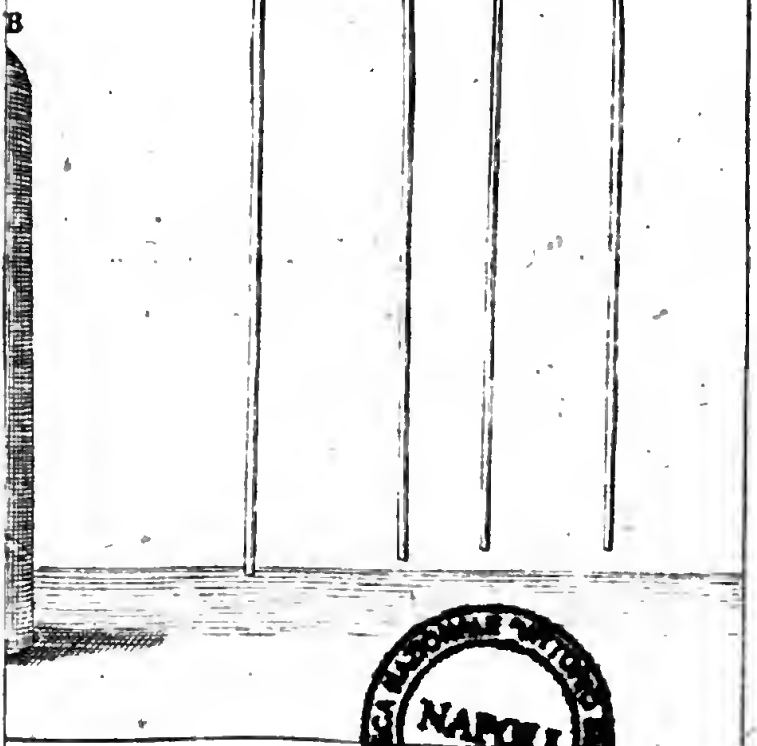


Fig. 5.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE
NAPOLI

& à la même hauteur ſur la ſurface de la Mer.

On pourroit attribuer cette diverſité d'apparences à la variation qui arrive à la hauteur des eaux de la Mer qui ſont entre *Genes* & la *Corſe*, car quoi-que ſuivant l'opinion commune des Philoſophes, la ſurface de la Mer ſoit ſpherique, il faut avoüer que cette figure eſt ſujette à des variations qui lui arrivent par des cauſes exterieures, dont les principales ſont les courants, auſſi-bien que le flux & le reflux, & qui font varier conſiderablement la hauteur de l'eau dans le même lieu.

Suivant cette idée, on pourroit dire que l'Iſle ſe découvre lorſque la Mer eſt baſſe: au contraire la *Corſe* ſe doit perdre de vûë du même lieu, lorſque la Mer s'éleve & ſe place entre deux.

Mais cette explication n'eſt pas la plus naturelle, & il eſt plus vrai-ſemblable d'attribuer ces apparences aux refractions, & de ſuppoſer que les rayons viſuels qui viennent de cette Iſle à l'Obſervateur qui eſt ſur les Côtes oppoſées, ſe rompent diverſement dans les vapeurs qui ſont entre deux; ainſi lorſque les vapeurs ſont plus denſes ou en plus grande quantité, les refractions des rayons ſont plus grandes, & font paroître l'Iſle au deſſus de la Mer, & lorſque les vapeurs ſont moins denſes, ou qu'il y en a une moindre quantité répanduë dans l'air, les refractions des rayons étant plus petites, l'Iſle reſte cachée par la Mer.

Cette explication paroît d'autant plus vrai-ſemblable, qu'elle eſt également propre à rendre

rendre raiſon des apparences ſemblables qui arrivent au milieu des Terres ; car on a remarqué depuis long-temps à l'Obſervatoire des maiſons éloignées de ſept ou huit lieuës vers le Nord, qui étant cachées pendant le jour par d'autres maiſons qui ſont plus proches & placées ſeulement à une demi-lieuë de diſtance, paroiſſent ſouvent le matin au lever du Soleil élevées au deſſus de celles qui ſont proches. Ces maiſons éloignées s'abaiſſent enſuite peu-à-peu juſqu'à ce qu'elles ſe cachent entierement pendant le jour par les Maiſons qui ſont proche. Cette apparence eſt donc une preuve évidente que les rayons ſe courbent dans l'air differemment ſuivant les differentes denſités de l'air, ou ſuivant la differente quantité de vapeurs par où ces rayons paſſent. Cela prouve auſſi que le matin les vapeurs ſont plus denſes, ou bien qu'il y en a dans l'air une plus grande quantité que le reſte du jour. L'apparence que fait la *Corſe*, vûë de *Genes*, étant ſemblable à celle que nous venons de rapporter, on en peut rendre raiſon de la même maniere.

M. le Marquis *Salvago* a obſervé très-ſouvent ces apparences que fait l'Iſle de *Corſe* d'une Maiſon qu'il a proche de *Genes* vers le Nord dans une contrée appellée *Carbonara*, d'où l'on voit toute la Ville & le Fanal qui eſt ſur un Rocher proche du Port. Il a déterminé la hauteur de ſon Obſervatoire au deſſus de la ſurface de la Mer, en dirigeant au Fanal le fil horiſontal de la Lunete du Quart de Cercle, lorſque le cheveu auquel eſt attaché le plomb & pend

pend du centre de l'inſtrument battoit à zero. Dans cette ſituation le fil horiſontal qui marquoit le niveau apparent, répondoit à une fenêtre de ce Fanal. Il a fait enſuite meſurer exactement depuis cette fenêtre du Fanal juſqu'au niveau de la Mer, & par-là il a eu immediatement la hauteur de l'Inſtrument placé dans ſon Obſervatoire au deſſus du niveau de la Mer. Cette hauteur réduite à celle de *Paris* eſt de 50 toiſes.

Il a fait auſſi meſurer à cette occaſion, par un habile Ingenieur, toute la hauteur du Fanal & du Rocher ſur lequel il eſt placé depuis la ſurface de la Mer juſqu'à la boule qui eſt placée à la ſommité du Fanal. Elle a été trouvée de 497 palmes de *Genes* moins un pouce; & depuis la même ſurface de la Mer juſqu'au lieu où eſt le Fanal, on y a trouvé 474 palmes, qui font 61 toiſes.

Par cette meſure, on calcule que la lumiere du Fanal qui pendant la nuit ſert de guide aux Mariniers pour ſe conduire dans le Port, peut être vûë dans la Mer à une diſtance de 20 minutes d'un grand Cercle pris du pied du Fanal: ces 20 minutes font un peu moins de 7 lieuës de 20 au degré.

Le P *Riccioli*, au ſixiéme Livre de ſa *Geographie*, ſuppoſe la hauteur de ce Phare de 440 palmes de *Genes*, au lieu de 497 qu'il a été trouvé.

La hauteur de l'Obſervatoire de *Carbonara* de 50 toiſes ſur la ſurface de la Mer avec le demi-diametre de la Terre, tel que l'Aca-

l'Academie l'a déterminé, donne l'inclinaiſon de l'horiſon de 18 minutes, au lieu qu'il a été obſervé pluſieurs fois de 16′ 0″ & 17′ 30″, la plus grande difference entre l'inclinaiſon apparente & la veritable étant de 2 minutes, dont l'obſervée eſt moindre que la veritable, ce qui doit être attribué à la refraction que ſouffrent les rayons qui viennent de l'horiſon, ou bien à la difficulté de diſtinguer le terme commun du Ciel avec la Mer, ou une partie à l'un & une partie à l'autre.

M. le Marquis *Saluago* a obſervé auſſi la hauteur apparente de la plus haute Montagne de la *Corſe* qu'on appelle *Agirate* au deſſus de l'horiſon ſenſible, & il l'a trouvée de 17 minutes. Comme cette Montagne diſparoit quelquefois entierement, & quelquefois ſa ſommité eſt élevée au deſſus de l'horiſon ſenſible de 17 minutes, la difference des refractions des rayons qui viennent de cette Montagne à l'Obſervatoire de *Carbonara* eſt au moins de 17 à 18 minutes.

Outre ces Obſervations, M. le Marquis *Saluago* en a fait d'autres pour déterminer l'angle de poſition entre cette *Iſle & la Meridienne de Genes*. Voici la methode qu'il a pratiquée.

Par des hauteurs correſpondantes du Soleil, priſes avec le Quart de Cercle avant & après midi, il a décrit une Meridienne dans le lieu de ſon Obſervation, & il a trouvé le Dôme d'une Egliſe de la Ville de *Genes* dans la même direction ou dans le même vertical que ſa Meridienne. Ayant enſuite

enſuite poſé ſon Quart de Cercle dans la ſituation horiſontale, il a meſuré avec les deux Lunetes du même inſtrument, l'angle de poſition entre la Meridienne & le Fanal qu'il a trouvé de 55° 14′, dont le Fanal décline vers l'Occident. Dans le temps que la *Corſe* étoit viſible, il a meſuré l'angle entre la plus haute Montagne de celles qu'on appelle *Agirate*, & le même Fanal de 55° 58′. En comparant cet angle de poſition avec le précedent, on trouve que la Montagne décline de 0° 44′ vers l'Orient à l'égard de la Meridienne de *Carbonara*. Il a meſuré encore l'angle entre le Fanal & une Montagne appellée *Rivelata*, de 54° 32′; donc cette Montagne décline du Midi vers l'Occident de 0° 42′, & par conſequent la Meridienne de *Carbonara* qui paſſe à peu-près par le milieu de *Genes*, paſſe auſſi entre ces deux Montagnes de la *Corſe*, & preſque à égale diſtance de l'une & de l'autre.

Rivelata eſt une Montagne ſituée proche du Cap de ce nom, qui eſt le plus au Nord-oüeſt de cette Iſle, & un peu à l'Occident de *Calvi*, Ville ſituée proche de ce Cap; & les *Agirates* ſont un peu à l'Orient de *Calvi*, deſorte que la meridienne de *Carbonara* paſſe proche de l'*Iſola-Roſſa*, ou proche d'*Argaiola*, qui eſt à peu-près au milieu entre ces deux Montagnes, comme il paroit par le deſſein que M. *Saluago* a fait de ces deux Montagnes avec une Lunete de 6 pieds & par une Carte particuliere de cette Iſle. Ainſi *Argaiola* aura la même longitude que *Genes*, & *Calvi* & *Rivelata* ſeront trois ou quatre minutes plus à l'Occident

cident que la Meridienne qui paſſe par *Genes*. Donc la poſition en longitude de cette partie de l'Iſle eſt déterminée par rapport à *Genes*.

Pour déterminer la latitude de *Calvi* & de *Rivelata*, nous nous ſommes ſervis de trois Obſervations que M. *Chazelles* avoit faites il y a long-temps dans la même Iſle, mais de deux ſur-tout, une à *Bonifacio*, où il a trouvé la hauteur du Pole de 41° 24′ 30″, & d'une autre faite à *Ayazze*, où il a obſervé auſſi la hauteur du Pole de 41° 54′ 20″; donc la difference de latitude entre ces deux Villes eſt de 30′. En diviſant une Carte particuliere de cette Iſle dans la même proportion, nous trouvons la latitude de *Calvi* ou de *Rivelata* de 42° 45′, ainſi la ſituation de ce Cap eſt déterminée tant en longitude qu'en latitude étant, comme nous avons dit, la même que celle de *Genes* & ſa latitude 42° 45′.

A cette occaſion j'ai crû devoir examiner ce qui reſulte d'une Obſervation que feu M. *de la Hire* a faite à *Antibe* en 1684. Il découvrit de cette Ville trois Montagnes de l'Iſle de *Corſe*, & il en détermina l'angle de poſition à l'égard de la Meridienne d'*Antibe*. Il nomme *Capo-Roſſo* celle du milieu qui eſt la plus grande, & il trouve l'angle entre la Meridienne d'*Antibe* & ce Cap de 50° 27′ vers l'Orient; & entre la même Meridienne & une autre Montagne plus à l'Orient, qu'il ne nomme point, il meſura l'angle de poſition de 53° 21′.

Voici de quelle maniere nous employons cette Obſervation, jointe avec celle de l'angle

gle de position que M. *Saluago* a faite à *Gennes* par rapport à *Rivelata*, pour en conclure la situation de ce Cap ; par une methode differente de la précedente.

Puisque la Meridienne de *Genes* passe par l'Isle de *Corse*, ainsi qu'il paroit par les Observations de *Genes*, & que le Cercle de position qui va à la *Rivelata*, en décline à l'égard de la Meridienne de *Carbonara* d'un angle de 42′ vers l'Occident ; il est constant que le Cercle de position tiré d'*Antibe* à *Capo-Rosso*, va rencontrer en quelque part de cette Isle la Meridienne de *Genes*, aussi-bien que le Cercle de position qui va de *Genes* à *Rivelata*. Nous avons trouvé, en suivant cette methode, & par un calcul qu'il seroit trop long de rapporter ici, que le Cercle de position qui décline de la meridienne d'*Antibe* de 53° 20′ vers l'Orient, & va à la Montagne la plus orientale que M. *de la Hire* a observé, & qu'il ne nomme point, rencontre le Cercle de position tiré de *Genes* à *Rivelata* à une distance qui, prise depuis *Antibe* jusqu'à cette rencontre, est de 1° 31′ ½ d'un grand Cercle, & que la difference de longitude ou l'angle au Pole compris entre la Meridienne d'*Antibe* & celui qui passe par *Rivelata* est de 1° 39′ 50″.

Car par plusieurs Observations des Satellites de Jupiter faites à *Genes* par M. *Saluago*, & comparées avec celles que nous avons faites en même temps à *Paris*, on trouve la difference de longitude entre ces deux Villes de 6° 30′, & par d'autres Observations faites à *Antibe* & à *Paris* la difference

ference de longitude entre ces deux Villes eſt 4° 48′; donc la difference de longitude entre *Genes* & *Antibe* ſera de 1° 42′; mais nous avons auſſi trouvé par le calcul précedent que la difference de longitude entre *Antibe* & le point où le Cercle de poſition qui va de *Genes* à *Rivelata* rencontre le Cercle de poſition qui va d'*Antibes* à la Montagne la plus orientale de la *Corſe* obſervée d'*Antibe*, eſt de 1° 39′ 40″; donc la longitude de ce point eſt moindre de 2′⅓ que celle de *Genes*.

Nous avons trouvé par la premiére methode que *Rivelata* ſe rencontre auſſi préciſément ſous ce Meridien, & ſa longitude eſt moindre de deux minutes que celle de *Genes*; donc *Rivelata* & la Montagne obſervée par M. *de la Hire* ont la même longitude.

Nous avons enſuite calculé la diſtance au Pole où ces deux mêmes Cercles de poſition ſe rencontrent, c'eſt-à-dire le Cercle de poſition qui va de *Genes* à *Rivelata*, & le cercle de poſition qui va d'*Antibe* à la Montagne plus orientale, & nous avons trouvé cette diſtance au Pole de la Terre de 47° 14′⅓, & par conſequent la latitude où ces deux Cercles ſe rencontrent, de 42° 45′ 40″; ce qui eſt la même latitude que nous avons trouvée à *Rivelata* par la methode précedente. Donc on trouve la Montagne plus orientale obſervée par M. *de la Hire*, la même poſition tant en longitude qu'en latitude qu'on l'a trouvée par la methode précedente à la Montagne appellée *Rivelata*. Il eſt conſtant que la Montagne ob-

obſervée par M. *de la Hire* eſt la *Rivelata* qui eſt ſituée dans la Côte plus au Nord-oueſt de l'Iſle.

Il eſt vrai que l'objet qu'il appelle *Capo-Roſſo* par la poſition qu'il lui donne, reſulteroit plus ſeptentrional qu'il ne doit être par rapport aux Obſervations de M. *Chazelles* placées ſur une Carte particuliére, mais il y a lieu de croire que ceux qui ont nommé ce Cap à M. *de la Hire*, n'en avoient pas beaucoup de connoiſſance, & ont fait une équivoque, en donnant un nom pour un autre; & cela paroit d'autant plus vrai-ſemblable, que dans la Corſe il n'y a point de Cap de ce nom, mais une Montagne.

Dans les voyages de la Meridienne nous avons été ſouvent expoſés à de ſemblables équivoques par des gens du pays dans des diſtances beaucoup plus petites que celles de *Corſe* à *Antibe*, & qu'on n'a pû quelquefois démêler qu'à force d'Obſervations.

Lorſque M. le Marquis *Saluago* a voulu ſavoir les noms des Montagnes dont il a obſervé la déclinaiſon à l'égard de la Meridienne de *Genes*, il a trouvé que differentes perſonnes qui font très-ſouvent le voyage de la *Corſe*, les nommoient differemment, & il n'en a été aſſûré qu'après en avoir conſulté pluſieurs qui s'accordoient enſemble dans le même nom. Ainſi cette difficulté à l'égard de *Capo-Roſſo* ne doit pas empêcher que la Montagne plus orientale obſervée par M. *de la Hire*, & qu'il ne nomme point, ne ſoit la *Rivelata*, & par conſequent ſa ſituation qui reſulte la même

tant

tant en longitude qu'en latitude par deux methodes differentes eſt bien déterminée.

Strabon qui n'a publié ſa Geographie qu'après avoir fait differens voyages par pluſieurs Provinces de l'*Empire Romain*, dit au cinquieme Livre, qu'étant à *Populonia*, Ville maritime de la *Toſcane*, il vit diſtinctement l'Iſle de *Corſe*, & qu'ayant enſuite monté ſur le Promontoire du même nom, il vit non ſeulement les Iſles de *Corſe* & d'*Athalie*, mais encore la *Sardaigne* qui en eſt beaucoup plus éloignée. Il ſemble que *Strabon* marque 600 ſtades entre ce Promontoire & la *Corſe*; & comme ſuivant ſa détermination, il donne 700 ſtades pour chaque degré d'un grand Cercle de la Terre, il y auroit entre *Populonia* & la *Corſe* 50 minutes, qui font 20 lieuës de *Paris*. Si cela eſt, ce Cap eſt l'endroit du Continent plus proche de la *Corſe*; car, comme nous avons dit, le Cap plus au Nord-oüeſt de cette Iſle eſt éloigné *d'Antibe* de 10 40′, & de *Genes* il en eſt éloigné de 1° 40′, étant également éloigné de *Genes* & d'*Antibe*.

MESSIEURS DE LA SOCIETE' ROYALE DES SCIENCES, *établie à* Montpellier, *ont envoyé à l'Academie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'Union intime qui doit être entre elles ; comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Fevrier* 1706.

ADDITION

Au Memoire ſur le Toiſé des Voutes, &c. imprimée à la fin des Memoires de l'Academie Royale des Sciences de l'année 1719.

Par M. SENE'S.

LORSQUE j'eûs l'honneur d'informer la Compagnie du deſſein que j'avois de donner des manieres exactes de faire ces Toiſés, dont je lui fis voir quelques morceaux que j'avois déja faits ; non ſeulement elle l'approuva, mais même elle m'exhorta de ne pas differer de travailler ſur une matiere qui lui paroiſſoit ſi utile, & d'en faire un Memoire pour l'envoyer à l'Academie Royale des Sciences, comme nous le pratiquons tous les ans Je le promis, mais peu de jours après que je l'eûs commencé, je me trouvai ſi occupé, & obligé à

des voyages si frequens, par les ordres que je reçûs de faire continüer divers travaux du Roi, desquels j'étois chargé en *Languedoc* & en *Provence*, que je n'y pûs donner que le peu de loisir que je tâchai de me menager de temps en temps : ce qui m'obligea, craignant d'ailleurs de ne passer les bornes que doit avoir un simple Memoire, de negliger une partie du détail que j'avois d'abord resolu d'y mettre.

En voyant ce Memoire imprimé, l'envie m'a pris, & je l'ai crû necessaire, de l'accompagner de cette Addition, dans laquelle on trouvera des abreviations sur quelques Pratiques, & d'autres Pratiques & des Remarques utiles pour résoudre plus facilement les difficultés qu'on pourroit rencontrer dans ces Toisés. J'ai aussi mis à la fin une Remarque sur la page 73. 74. de l'Histoire de l'Academie de la même année 1719. qui regarde cette matiere, & un *Errata* pour les fautes que j'ai trouvées dans le même Memoire.

Les Figures du Volume de 1719. servent ici, avec celles de la Planche ci-après, où j'ai continué la suite des nombres.

PRATIQUE IV. Du Toisé des Voutes en Arc de Cloître, Pag. 513. des Memoires de 1719.

* J'ai déduit de $AB \times DF \times gE$, les deux produits $\frac{1}{2} AB \times DF \times GE$, $AB \times DF \times gI$; mais à cause de $gE - gI = EI$, je mets au lieu

* Fig. 22, 23. 24.

lieu de $AB \times DF \times gE - AB \times DF \times gI$, le seul produit $AB \times DF \times EI$ qui lui est égal, & cette Pratique se réduit à ces deux articles.

AB. Longueur....	4.to	0	pi 0.po		
DF. Largeur.....	4	0	0	} 29.to	2.pi 0po.
EI. Hauteur.....	1	5	0		

Partie à déduire.

$\frac{2}{3}AB$. Longueur réd.	2	4	0		
DF. Largeur.....	4	0	0	} 21	2 0
GE. Hauteur.....	2	0	0		
Reste pour la solidité de la Voute..				8	0 0

REMARQUE

Dans cet exemple la valeur de *EI* a été prise sur l'échelle, ce qui suffit dans les Toisés, pourvû qu'on ait soin de faire de grandes figures, mais on peut l'avoir plus précisément par le calcul, de cette maniere.

* 1. *Supposant que la Voute est en plein cintre, c'est-à-dire que* dgf *est un demi-cercle*; le rectangle $dD \times Df$ sera $= \overline{DM}^2 = \overline{KE}^2$: multipliant donc *Df* (4 toiſ. 2 pieds ou 312 pouces) par *dD* (2 pieds ou 24 pouc.) il viendra 7488 pouc. dont la racine quarrée sera à peu-près $86\frac{7}{12}$ pouc. $= MD$ ou KE.

* Fig. 54.

Ajoûtant KE, $86\frac{1}{2}$ pouc. à gE (2 toiſ. 2 pi. ou 168 po.) & à $2\,gE$ (336 po.) vous aurez $KE+gE=254\frac{1}{2}$ po. & $KE+2gE=422\frac{1}{2}$ pouces ; & la retranchant (KE) de la même gE, il reſtera $gK=81\frac{1}{2}$ pouces.

Maintenant, *comme au Prob. 4. n. 2. pag. 503. des Mem. de* 1719. faites $KE+gE=254\frac{1}{2}$ po. & $KE+2gE$ ($422\frac{1}{2}$ po.) :: gK ($81\frac{1}{2}$ po.) à un quatriéme proportionnel, tel que zo de ce Probl. 4. Fig. 10. ou à cauſe de la fraction ($\frac{1}{2}$) doublant les termes, on dira 509. 845 :: 163. 270 $\frac{135}{509}$, quatriéme proportionnel dont la moitié 135 pouc. (négligeant la fraction) eſt celui tel que zo qu'on cherche ; le tiers (45 po.) duquel eſt la valeur de KI, qui ajoûtée à KE ($86\frac{1}{2}$ po.) donne $EI=131\frac{1}{2}$ pouces, ou 1 toiſ. 4 pieds 11 pouces 6 lignes, au lieu de 1 toiſ. 5 pieds que nous avions trouvée ſur l'échelle ; & la ſolidité de la Voute, au lieu de 8 toiſes, ne ſera que de toiſ. 5 pieds 4 pouces.

EI trouvée par le calcul, fait voir que j'avois fait une erreur de 6 lignes, en la prenant ſur l'Echelle, *mais on ne doit pas* conclurre que l'Echelle donne toûjours environ de pareilles erreurs. Celle-là n'a été ſi grande que par quelque negligence de ma part, car faiſant comme je l'ai dit, de grandes Figures & une Echelle bien juſte avec des Tranſverſales, on aura les valeurs des lignes telles que EI beaucoup plus approchées des valeurs préciſes qu'on trouveroit par le calcul, & la difference pourra être negligée dans la pratique, ſans erreur ſenſible.

* 2. *Si la Voute eſt elliptique, c'eſt-à-dire ſurhauſſée ou ſurbaiſſée*, on trouvera premiérement *MD* comme ſi elle étoit en plein cintré; enſuite on fera cette analogie *QE*, *gE* :: *MD* à un quatriéme proportionnel qui ſera *mD* ou *KE*, & pour trouver *EI*, on operera par rapport à cette valeur *KE*, tout de même qu'on a fait ci-devant.

Il faut demontrer que QE . gE :: MD . mD.

On ſait que dans le demi-cercle *dQf*, $\overline{fE}^2 . fD \times Dd :: \overline{QE}^2 . \overline{MD}^2$, & que dans la demi-ellipſe *dgf*, $\overline{fE}^2 . fD \times Dd :: \overline{gE}^2 . \overline{mD}^2$; donc $\overline{QE}^2 . \overline{MD}^2 :: \overline{gE}^2 . \overline{mD}^2$, & par conſequent *QE* . *MD* :: *gE* . *mD*, & *alternando QE* . *gE* :: *MD* . *mD*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

On démontrera de même que *QE* . *gE* :: *pA* . *CA*, & la même choſe de toutes les autres ordonnées telles que *PA*, *CA*, ou que *MD*, *mD*. D'où s'enſuit que *QE* eſt à *gE*, comme la multitude infinie des ordonnées du demi-ſegment de cercle *pdA*, c'eſt-à-dire comme ce demi-ſegment de cercle *pdA* eſt à la multitude infinie des ordonnées du demi-ſegment d'Ellipſe *cdA*, c'eſt-à dire à ce demi-ſegment d'Ellipſe *cdA*, & par conſequent que *QE* . *gE* :: le ſegment entier de Cercle au ſegment entier d'Ellipſe.

* Fig. 55.

L'opération & la démonſtration ſeroient toutes ſemblables ſi la Voute étoit ſurbaiſſée.

PRATIQUE V. Du Toiſé des Voutes en Arc de Cloître. Pag. 516. des Memoires de 1719.

* Faites (*Fig. 56. du Profil*) $KV = \frac{1}{3}gK$, (*ligne dern.*) de la formule $AB \times DF \times KE + AB \times DF \times \frac{1}{3}gK - \frac{2}{3}AB \times DF \times GE$, on aura celle-ci

$AB \times DF \times VE - \frac{2}{3}AB \times DF \times GE$ = à la ſolidité de la Voute.

Car il eſt évident que $AB \times DF \times KE + AB \times DF \times \frac{1}{3}gK$, ou $KV = AB \times DF \times VE$.

Lorſque les Murs ne montent pas plus haut que la ſurface ſuperieure de la Voute, on toiſera enſemble ces Murs & la Voute.

Tirez *MN*, & faites *KV* (*Fig. 57.*) $= \frac{1}{3}gK$; & vous aurez $ab \times df \times VE - \frac{2}{3}AB \times DF \times GE$ = à la ſolidité de la Voute compris les Murs; ce qui eſt évident.

PRATIQUE VII. Sur les Voutes en Cul de Four à pans. Pag. 518. des Memoires de 1719.

** Comme $gE - gI$ (*Fig* 24.) eſt égal à *EI*, au lieu (*p. 519. ligne 16.*) de $\frac{1}{2}ABCHLOA \times DE \times gE - \frac{1}{3}ABCHLOA \times DE \times GE - \frac{1}{2}$

* Fig. 22, 23, 25, 26. ** Fig. 19. 24.

$- \frac{1}{2}$ *ABCHLOA* × *DE* × *gI*, on aura
$\frac{1}{2}$ *ABCHLOA* × *DE* × *EI* $- \frac{1}{3}$ *ABCHLOA* × *DE* × *GE* = à la ſolidité de la Voute.

Même Pratique VII. où le couronnement de la Voute eſt en Pyramide.

* Faites (*Fig.* 56.) $KV = \frac{1}{3}gK$, & au lieu (*ligne* 29.) de $\frac{1}{2}$ *ABCHLOA* × *DE* × *KE* $+ \frac{1}{2}$ *ABCHLOA* × *DE* × $\frac{1}{2}gK - \frac{1}{3}$ *ABCHLOA* × *DE* × *GE*, vous aurez
$\frac{1}{2}$ *ABCHLOA* × *DE* × *VE* $- \frac{1}{3}$ *ABCHLOA* × *DE* × *GE* = à la ſolidité de la Voute.

Pour toiſer enſemble les Murs & la Voute dont la Figure 57. eſt le profil, tirez comme ci-devant *MN*, & faites $KV = \frac{1}{3}gK$, & vous aurez
** $\frac{1}{2}$ *abchloa* × *dE* × *VE* $- \frac{1}{3}$ *ABCHLOA* × *DE* × *GE* = à la ſolidité de la Voute.

PRATIQUE II. Du Toiſé des Voutes d'Arête. Pag. 532. *Ligne* 4. *des Memoires de* 1719.

† Il ne ſuffit pas que les Triangles, ou Plans des Lunettes ſoient égales; il faut de plus que les côtés de ces Triangles égaux qui ſeront auſſi les côtés de la Voute, ſoient égaux, d'où s'enſuivra que les perpendiculaires tirées du centre *K* à ces côtés, ſeront pareillement égales, & il en eſt

* Fig. 19. 56. ** Fig. 19. 57. † Fig. 36. 37. 39.

de même des faces des Voutes en Arc de Cloître. Ce qui eſt une regle generale pour connoître les faces des Voutes en Arc de Cloître, & les Lunettes de celles d'Arête qui auront des ſurfaces égales.

Ce n'eſt pas qu'il n'y puiſſe avoir de telles ſurfaces égales entr'elles, quoi que leurs Plans ne ſoient point égaux, mais cette égalité ne pouvant paroître qu'après avoir fait l'operation pour chacune, elle ne peut point ſervir pour abreger le Toiſé de la ſurface de la Voute.

Mais dans les Voutes en Arc de Cloître & dans celles d'Arête, les vuides entr'eux & les parties ſuperieures entr'elles ont toûjours des ſolidités en chaque Voute, lorſque leurs Plans ſont des Triangles quelconques égaux ſans autre condition; ce qui eſt auſſi une regle generale pour abreger le Toiſé de la ſolidité d'une Voute.

Tout ceci eſt manifeſte par les formules du Toiſé des ſurfaces & des ſolidités de ces Voutes, & par ce qu'on a démontré pag. 512. des Mem. de 1719.

Suite des Pratiques du Toiſé des Voutes d'Arête. Memoires de 1719.

J'en ai donné huit; je nommerai donc la ſuivante

PRA_

PRATIQUE IX.

Mesurer la solidité d'une Voute d'Arête en plein cintre, ou surhaussée ou surbaissée, construite entre quatre Murailles AB, BG, GD, DA, *de laquelle l'Extrados est parallele à l'Intrados, & ne descend pas jusqu'à l'Imposte, & le plan est un parallelogramme.*

PREMIER CAS.

* *Lorsque le Plan* ABGD *de la Voute est un Quarré ou un Rhombe.*

Soit *DNVSG* le Profil circulaire ou elliptique par *DG*, sur lequel tirez la corde *NS* de l'arc *NVS* de l'Extrados, &, *comme en la Pratique* 8. *pag.* 541. *Mem. de* 1719. trouvez *RT* par rapport au demi-segment *VNR*.

Trouvez aussi la superficie du segment de Cercle ou d'Ellipse *VNS*, & tirez les Perpendiculaires *hg*, *fa*, sur les côtés du Plan de la Voute. Maintenant,

1. *Lorsque* RT *sera moindre que* RQ

La solidité de la Voute sera

$$= \left\{ \begin{matrix} AD \times hg \times QT \\ \text{Surf. } VNS \times 2fa \end{matrix} \right\} - 6\tfrac{1}{3}\, AD \times \tfrac{1}{7}\, hg \times QH,$$

* Fig. 58. 59. 60.

2. *Lorſque* RT *ſera plus grande que* RQ

La ſolidité de la Voute ſera

$$= \text{Surf. } VNS \times 2fa - \begin{cases} AD \times bg \times QT. \\ 6\frac{1}{3} AD \times \frac{1}{7} bg \times QH. \end{cases}$$

3. *Lorſque* RT *ſera égale à* RQ.

La ſolidité de la Voute ſera

$$= \text{Surf. } VNS \times 2fa - \tfrac{1}{3}6\, AD \times \tfrac{1}{7} bg \times QH.$$

Il ſuffit de tirer une des Perpendiculaires *bg*, *fa*, parce qu'elles ſont égales, & je ne me ſers des deux dans ces formules, que pour rendre la démonſtration plus évidente: car ce ſeroit la même choſe de mettre le produit ſurface *VNS* × 2*bg*, au lieu du produit ſurface *VNS* × 2*fa*. Je donne cette démonſtration, bien qu'elle ſoit ſemblable à celle de la Pratique 8.

DÉMONSTRATION.

Du centre *C* du plan de la Voute, tirez *CQ* parallele à *AD*, & par le ſommet *V* de l'Extrados menés *op* parallele à *DG*.

On ſait que *AD* × *bg* × *QV* eſt égal au priſme dont la baſe eſt *ABGD*, & *QV* la hauteur; & la partie ſuperieure ſur *DCG*, dont le profil eſt *NOPSVN*, eſt égale (*Cor. Prob.* 7.) à *CQ* × *bC* × *VT* — ſurf. *VNS* × $\frac{1}{2}$ *fa*, dont le quadruple, ſavoir *AD* × *bg* × *VT* — ſurf.

surf. $VNS \times 2fa$ (car $AD = 2CQ$, $hg = 2bC$, & $2fa$ est quadruple de $\frac{1}{2}fa$) sera égal aux quatre parties supérieures sur les quatre lunettes de la Voute, ces parties supérieures étant égales entre elles, comme il a été démontré *pag.* 512. *des Memoires de* 1719. Ce quadruple étant donc retranché de $AD \times hg \times QV$ solidité du prisme, on aura pour reste $AD \times hg \times QT +$ surf. $VNS \times 2fa$, lorsque RT est moindre que RQ ; surf. $VNS \times 2fa - AD \times hg \times QT$, lorsque RT est plus grande que RQ ; & seulement surf. $VNS \times 2fa$, lorsque RT est égale à RQ. Desquels restes déduisant $6\frac{1}{3} AD \times \frac{1}{7} hg \times QH$ égal à la capacité du vuide, comme on l'a démontré *pag.* 536. *des Mem. de* 1719. ces derniers restes donneront les formules ci-dessus de la solidité de la Voute. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Voici les mêmes formules précedentes en forme de Toisé, comme en la Pratique 8. afin que ceux qui ne sont pas accoutumés aux expressions algebriques, en puissent faire plus facilement usage. Mais il seroit inutile d'en faire de même des formules suivantes, auxquelles sur ces exemples on ne trouvera point de difficulté pour les ranger de la même maniere. On voit assés que le signe — marque que les produits après ce signe doivent être déduits des produits qui le précedent, pour avoir un reste qui sera la valeur de la solidité de la Voute.

1. Lorſque *RT* ſera moindre que *RQ*.	2. Lorſque *RT* ſera plus grande que *RQ*.	3. Lorſque *RT* ſera égale à *RQ*.
Premiére Partie.		
AD. Longueur *hg*. Largeur. *QT*. Hauteur réduite.	*VNS*. Surface. 2*fa*. Longueur.	*VNS*. Surface 2*fa*. Long..
Seconde Partie.	*Parties à déduire.* I.	*Partie à déduire.*
VNS. Surface. 2*fa*. Longueur.	*AD*. Longueur *hg*. Largeur.. *QT*. Hauteur réduite.	$6\frac{1}{3}AD$. Long. mult. $\frac{1}{7}hg$. Larg. réd. *QH*. Hauteur. Reſte.....
Partie à déduire.	II.	
$6\frac{1}{3}AD$. Long. multiple. $\frac{1}{7}hg$. Larg. réd. *QH*. Hauteur. Reſte. . . .	$6\frac{1}{3}AD$. Long. mult. ... $\frac{1}{7}hg$. Larg. réd. *QH*. Hauteur. Reſte.....	

Chaque reſte donnera la valeur de la ſolidité requiſe de la Voute ſur le plan *ABGD*.

EXEM-

EXEMPLE.

Soit *AD* de	5	to	4.	pi	0.	poo	li.		
* *hg*, ou *fa*	5		4		0		0		
2*fa*	12		2		0		0		
HQ	2		5		0		0		

$6\frac{1}{3}$ *AD*	35.	to	5.	pi	4.	poo	li
$\frac{1}{7}$*hg*	0		4		10		3
QT	0		5		3		1
La ſurface du ſegm. *VNS*..	6		1		10		8

Maintenant comme *RT* eſt moindre que *RQ*, on ſe ſervira de la premiére des trois formules précedentes.

Premiére Partie.

AD. Longueur	5.	to	4.	pi	0.	poo	li.	}	28. to 0. pi 9. po 8 li
hg. Largeur	5		4		0		0		
QT. Haut. réd.	0		5		3		1		

Seconde Partie.

VNS. Superfi.	6		1		10		8	}	71 2 4 11
2*fa*, ou 2*hg*.	11		2		0		0		
									99 4 2 7

Partie à déduire.

ple.

$6\frac{1}{3}$ *AD*. Long. m.	35		5		4		0	}	82 1 7 2
$\frac{1}{7}$*hg*. Larg. réd.	0		4		10		3		
HQ. Hauteur	2		5		0		0		
Il reſte pour la ſolidité de la Voute									17 2 7 5

* Fig. 58, 59, 60.

REMARQUE.

I. Il ſuffit de prendre ſur l'Echelle du deſſein tracé en grand, ou mieux ſur l'Epure de l'ouvrage, les dimenſions neceſſaires pour trouver un quatriéme proportionnel, tel que ZO de la Fig. 10. (*Prob.* 4. *n.* 2. *Mem. de* 1719,) le tiers duquel donnera RT qui déterminera QT, ou de prendre immediatement ſur l'Echelle ou ſur l'Epure QT, après l'avoir déterminée avec la Regle & le Compas, comme il a été enſeigné au même Probl. 3. Mais ſi l'on veut obſerver la derniere préciſion, on fera un calcul ſemblable à celui qu'on a fait pour les Voutes en Arc de Cloître dans la Remarque ci-devant.

EXEMPLE.

* Je ſuppoſe la même Voute d'Arête dont l'arc dVg eſt un demi-cercle, dans laquelle VQ eſt de 3 toiſ. 2 pieds Dd, de 3 pieds, & Dg de 6 toiſ. 1 pied.

Comme $dD \times Dg = \overline{ND}^2 = \overline{RQ}^2$; multipliez Dg (6 toiſ. 1 pi. ou 444. po.) par dD (3 pi. ou 36 po.) & vous aurez 15984, dont la racine quarrée ſera 126 pouces, ou 1 toiſe 4 pi. 6 po. $= ND = RQ$: je negligе la fraction. (Si l'arc de la Voute étoit demi-ellipſe, on trouveroit RQ comme on a trouvé KE en la Fig. 55.)

Main-

* Fig. 60.

Maintenant RQ (126 po.) étant ajoutée à VQ (3 to. 2 pi. ou 240 pouc.) & à $2VQ$ (480 pouc.) on aura $RQ+VQ=366$ pouces, & $RQ+2VQ=606$ pouces, & étant déduite de la même VQ, on aura $VR=114$ pouces, & on fera comme au Prob. 4. cette analogie $RQ+VQ$ (366 po.) $RQ+2VQ$ (606 po.) :: VR (114 po.) 188 po. 9 lign. quatriéme proportionnel, dont le tiers 62 po. 11 lig. ſera la valeur RT, laquelle déduite de 126 pouc. $=RQ$, il reſtera 63 po. 1 lig. ou 0 to. 5 pi. 3 po. 1 lig. $=QT$.

II. Il ſuffit auſſi dans la pratique de ſe ſervir de la longueur de l'arc NVS meſuré comme on l'a enſeigné *pag.* 487. *des Mem.* 1719. pour trouver la ſurface du ſegment VNS; mais pour avoir cet arc, & par conſequent cette ſurface avec toute la préciſion poſſible, on operera comme s'enſuit.

1. *Ce ſegment étant circulaire*, dites NQ ou VQ (3 toiſ. 2 pi. ou 240 po.) Sin. total :: NR ou HQ (2 toiſ. 5 pi. ou 204 po.) Sinus de l'angle NQR ou de l'arc NV, qui ſera de 58° 11′; donc ſon double ſera de 116° 22′.

Enſuite trouvez la circonference de cercle du rayon VQ (240 po.) qui ſera de 1508 po. & $\frac{4}{7}$ que je neglige, & faites cette analogie 360. 116° 22′ de l'arc NVS :: 1508. 487 pouc. ou 6 toiſ. 4 pi. 7 po. longueur de l'arc NVS, leſquelles multipliées par 1 toiſe 4 pieds moitié du rayon VQ, donnera 11 to. 1 pi. 7 po. 8 lig. pour la ſuperficie du ſecteur $QNVS$, de laquelle déduiſant 4 toiſ. 5 pi. 9 po. ſuperficie du triangle QNS trouvée en multipliant NR (2 toiſ.

toiſ. 5 pi.) par *RQ* (1 toiſ. 4 pi. 6 po.) il reſtera 6 to. 1 pi. 10 po. 8 lig. pour la ſuperficie du ſegment *VNS*.

2. *Si c'étoit un ſegment d'Ellipſe Vnſ*, on trouveroit d'abord de la même maniere la ſuperficie du ſegment de cercle *VNS* qui auroit pour rayon *VQ* égale au demi-axe de l'Ellipſe, & la même fleche *VR* : & pour avoir la ſurface du ſegment d'Ellipſe *Vnſ*, on diroit *dQ* . *EQ* :: la ſurface du ſegment de cercle *VNS* à un quatriéme proportionnel qui ſeroit la ſurface du ſegment d'Ellipſe *Vnſ* par le corollaire qui eſt à la fin de la Remarque ci devant ſur les Voutes en Arc de Cloître.

SECOND CAS.

Lorſque le plan de la Voute eſt un Rectangle ou un Rhomboide ABGD.

Des points où les diagonales *XS*, *ZN*, coupent les côtés *AB*, *DG*, du plan, tirez les droites *XN*, *ZS*, & à volonté *hg*, *fa*, perpendiculaires aux côtés *AD*, *AB* ; & du centre *C*, menez *CQ* au milieu *Q* de *DG*.

Sur le profil *DVG* circulaire ou elliptique par *DG*, portez du centre *Q*, *QS* du plan en *L*, menez *LS* parallele à *QV*, & par le point d'interſection *S* de cette parallele & de l'arc *NVS*, tirez *SN* parallele à *DC* qui ſera la corde du ſegment de Cercle ou d'Ellipſe *NVS* dont la fleche ſera *VR*. Enſuite, comme on l'a dit en la *Prat.* 8. *pag.* 541. *Mem. de* 1719, trouvez *RT* par rapport

rapport au demi-ſegment *VNR*, trouvez auſſi la ſuperficie du ſegment de Cercle ou d'Ellipſe *VNS*.

Soit enfin *BvG* le profil par *XN* ou *ZS*, tirez par le ſommet *v* à *BG*, la parallele *IK*, & trouvez la ſurface de l'eſpace *IKS vZI*; ce qui ſe fait en retranchant du rectangle *IS*, le ſegment de Cercle ou d'Ellipſe *ZSv*.

* La ſolidité de la Voute ſera

$$= \left\{ \begin{array}{l} AD \times bg \times VQ \\ \text{Surf. } VNS \times 2fa \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} XN \times xr \times VT \\ \text{Surf. } IKSvZI \times 2bx \\ 6\frac{1}{3} AD \times \frac{1}{7} bg \times HQ. \end{array} \right.$$

DE'MONSTRATION.

Elle eſt évidente par la précedente, car retranchant de $AD \times bg \times VQ$ ſolidité du priſme ſur *ABGD* dont la hauteur eſt *VQ*, la ſolidité des quatre parties ſuperieures ſur *XZSN* dont le profil eſt *OPSVN* (*Fig.* 63) la ſolidité des parties ſur *XD*, *ZG*, dont le profil eſt *IKSvZ* (*Fig.* 64.) & la capacité du vuide; le reſte exprimé par cette formule, donne la ſolidité de la Voute.

REMARQUE.

Je me ſuis ſervi dans ce ſecond cas du Profil (*Fig.* 63.) parce qu'il eſt circulaire, afin d'avoir plus facilement la ſurface du ſegment *VNS*; mais comme pour avoir la ſurface

* Fig. 61. 62. 63. 64.

ſurface *IKSvZI*, on déduit de la valeur du rectangle *IS* celle du ſegment d'Ellipſe *vZS* (*Fig.* 64.) & qu'il faut par conſequent trouver la ſurface de ce ſegment d'Ellipſe *vZS*; il ſera plus court (parce qu'il ſuffira de trouver ſeulement cette ſurface du ſegment *vZS*) de ſe ſervir du profil (*Fig.* 64.) quoiqu'elliptique, comme on le verra ci-après, à moins qu'on ne ſe contentât de toiſer méchaniquement cette ſurface *IKSvZI*, en changeant un des triangles mixtes *ZIv* qui la compoſent en un triangle rectiligne *nIv* qui lui fut à peu-près égal par la droite *nv* tirée convenablement; le double duquel nouveau triangle, ſavoir le produit *Ivx In* ſeroit pris pour cette ſurface *IKSvZI*, & multiplié par 2*bx*, donneroit le ſolide ſurf. *IKSvZI* × 2*bx* ſans erreur conſiderable à cauſe de la petiteſſe de la dimenſion 2*bx*.

Autre Pratique de ce ſecond Cas, en ſe ſervant du Profil Fig. 64

Trouvez, comme il a été dit en la *Prat.* 8. *pag.* 541. *des Mem. de* 1719. *rt* par rapport au demi-ſegment *vZr*, trouvez auſſi la ſurface du ſegment de Cercle ou d'Ellipſe *vZS*, & celle de l'eſpace *IKSvZI*, en retranchant ce ſegment *vZS* du rectangle *IS*; & tirez les droitures *XN*, *ZS*, *hg*, comme ci-devant.

La

* La ſolidité de la Voute ſera

$$= \left\{ \begin{array}{l} AD \times hg \times vq \\ \text{Surf. } vZS \times 2xr \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} XN \times xr \times vt \\ \text{Surf. } IKSvZI \times 2hx \\ 6\frac{1}{3}\ AD \times \frac{1}{3} hg \times Hq \end{array} \right.$$

La démonſtration eſt la même que les précedentes, ce qui ſera plus évident, en changeant dans cette formule le produit $XN \times hg \times vq$ en ſon égal $AB \times fa \times vq$, le produit $XN \times xr \times vt$ en ſon égal $XZ \times fa \times vt$, & le produit $6\frac{1}{3}\ AD \times \frac{1}{3} hg \times Hq$ en ſon égal $6\frac{1}{3}\ AB \times \frac{1}{3} fa \times Hq$.

Maniere de trouver la poſition des Diagonales correſpondantes aux Arêtes de l'extrados de ces Voutes.

1. *Si le plan de la Voute eſt un Parallelogramme.*

** A un des angles A de ce plan ſur les côtés AB, AD, élevés des perpendiculaires AN, AM, égales chacune à l'épaiſſeur de Voute; menez par leurs extremités N, M, aux côtés AB, AD, les paralleles NO, MO; & par le point d'interſection O & le centre C, tirez la droite OC, qui ſera la poſition requiſe d'une diagonale; & portant AG de B en H, tirez HC qui ſera l'autre diagonale.

2. *Si le plan de la Voute n'eſt point un Parallelogramme.*

Tirez

* Fig. 61. 62. 64. ** Fig. 65. 66.

* Tirez du centre *C* les droites *CF*, *CE*, aux milieux *F*, *E*, des côtés *AD*, *AB*, élevés par l'angle *A*, *Mp*, *NQ*, perpendiculaires à *CE*, *CF*; & faites les parties *AM*, *AN*, de ces perpendiculaires égales chacune à l'épaiſſeur de la Voute. Par les points *N*, *M*, menez aux droites *CF*, *CE*, les paralleles *NO*, *MO*, & par le point d'interſection *O*, la droite *OC* qui ſera dans la poſition requiſe correſpondante à l'arête de l'extrados. Faites la même choſe pour chaque autre angle.

Tout cela eſt évident, à cauſe que la Voute eſt de même épaiſſeur en chaque lunette.

On peut auſſi trouver la poſition des diagonales correſpondantes aux arêtes de l'extrados par le moyen des profils de la Voute de cette ſorte.

** Portez *BZ* (*Fig.* 64.) du profil par *ZS*, de *G* en *t* du profil (*Fig.* 63) tirez *tS* parallele à *DG* juſqu'à la rencontre *S* de l'arc *NVS*; faites *BZ* ſur le plan égale à cette parallele *tS*; & tirez par *Z* & par le centre *C*, une droite qui ſera la diagonale requiſe, &c.

Lorſque le plan de la Voute eſt un parallelogramme, il eſt évident qu'en tirant du point *S* du profil *aGD*, la parallele *SN*, on formera, comme on l'a fait ci-devant, le ſegment *VNS* neceſſaire pour le Toiſé de la Voute; mais lorſque ce plan n'eſt point un parallelogramme, il faut de tous les points trouvés comme *S*, tirer des paralle-

* Fig. 67. ** Fig. 61. 62. 63. 64.

ralleles aux baſes des profils pour former les demi-ſegments de Cercle ou d'Ellipſe neceſſaires pour le Toiſé de ces Voutes, comme on le verra ci-après, Fig. 71. 72.

PRATIQUE X.

Meſurer la ſolidité des Voutes d'Arête de la Pratique précedente, lorſqu'elles ſont ouvertes par AB *ou par* DG.

PREMIER CAS.

Lorſque le plan de la Voute eſt un Quarré ou un Rhombe.

Comme alors les diagonales correſpondantes aux arêtes de l'intrados & de l'extrados ſont les mêmes, il eſt manifeſte que les formules du premier cas de la Pratique précedente donneront la ſolidité de la Voute, ſoit même qu'elle ſoit ouverte des trois ou des quatre côtés.

SECOND CAS.

Lorſque le plan de la Voute eſt un Rectangle ou un Rhomboïde.

* Tirez par le centre *C*, *MY* parallele à *DG*, qui diviſera le plan de la Voute en deux parties.

Il eſt évident que la partie ſur *MYGD* eſt la moitié d'une Voute pareille à celle du

* Fig. 68.

du ſecond Cas de la Pratiq. précedente. Lui ſuppoſant donc le même profil (*Fig.* 64.) & la même préparation, & ſuivant la ſeconde formule de ce ſecond Cas.

* La ſolidité de cette partie ſur *MYGD* ſera

$$= \left\{ \begin{array}{l} MD \times hg \times q \\ \text{Surf. } vZS \times xr \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} XN \times xr \times vt \\ \text{Surf. } vKSv \times 2hx \\ 6\frac{1}{3}\, MD \times \frac{1}{7} hg \times Hq \end{array} \right.$$

Pour l'autre partie ſur *IKYM*, ſoit *IVK* (*Fig.* 69.) ſon profil circulaire ou elliptique par *IK*, dans lequel ayant trouvé le point *T* comme en la ſuperficie du ſegment *VNS*, & celle du demi-cercle ou demi-ellipſe *HIK*, ſuppoſant toûjours *hg* perpendiculaire à *AD* & *vb* perpendiculaire à *AB*;

** La ſolidité de cette partie ſur *IKYM*, ſera

$$= \left\{ \begin{array}{l} IM \times hg \times VQ \\ \text{Surf. } VNS \times 2vb \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} IM \times hg \times VT \\ 6\frac{1}{3}\, AM \times \frac{1}{7} hg \times HQ \\ \text{Surf. } HIK \times vf \end{array} \right.$$

La démonſtration n'eſt pas differente de celles des Pratiques ci-devant. On a déduit de la ſolidité du priſme ſur *IKYM*, celles de la partie ſuperieure ſur *IKYM*, du vuide ſur *ABYM*, & de la partie reſtante du vuide ſur *IKBA*; & le reſte a donné cette formule de la ſolidité de la Voute.

Cette derniere formule peut s'abreger, en ne

* Fig. 68. 64. ** Fig. 68. 69.

ne faiſant qu'un ſeul produit $IM \times hg \times QT$, des deux $IM \times hg \times VQ$, $IM \times hg \times VT$, lorſque RT eſt moindre ou plus grande que RQ, & en les ſupprimant, lorſque RT eſt égale à RQ, comme on l'a fait en la Prat. 9. mais je l'ai laiſſée de cette maniere pour avoir l'abreviation ſuivante, en ne faiſant qu'une ſeule formule de celle-ci & de celle qui la précede.

Comme les hauteurs vq, VQ, & Hq, HQ, des deux profils (*Fig.* 64. 69.) ſont les mêmes, étant les hauteurs de la même Voute, & que $MD + IM = ID$ & $MD + AM = AD$: des deux produits $MD \times hg \times vq$, $IM \times hg \times VQ$, on fera le ſeul produit $ID \times hg \times VQ$; & des deux produits $6\frac{1}{3}\ MD \times \frac{1}{7}hg \times Hq$, $6\frac{1}{3}\ AM \times \frac{1}{7}hg \times HQ$, le ſeul $6\frac{1}{3}\ AD \times \frac{1}{7}hg \times HQ$. Donc

* La ſolidité de la Voute ſur $IKGD$, ſera

$$= \left\{\begin{array}{l} ID \times hg \times VQ \\ \text{Surf. } vZS \times xr \\ \text{Surf. } VNS \times 2vb \end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{l} XN \times xr \times vt \\ IM \times hg \times VT \\ 6\frac{1}{3}\ AD \times \frac{1}{7}hg \times HQ \\ \text{Surf. } vKSv \times 2hx \\ \text{Surf. } HIK \times vf \end{array}\right.$$

REMARQUE.

** 1. Si la Voute étoit ouverte par les deux côtés AB, DG, le double de la ſeconde formule du ſecond cas de la Pratique précedente en donneroit la ſolidité.

† 2. Si elle étoit ouverte par AD ou par

* Fig. 68. 64. 69. ** Fig. 68. † Fig. 61. 62.

par *BG*, ou en même temps par *AB* & par *BG*, cela ne cauſeroit aucun changement en l'operation ni dans la formule du ſecond Cas de la Pratique 9. qui ſerviroit pour la toiſer.

* 3. Pour avoir la ſolidité de la partie de la Voute ſur *MCQD*, on prendra la moitié de la premiére formule du ſecond Cas de la Pratique 10.

4. On aura la ſolidité de la partie de la Voute ſur *IqCM*, en prenant la moitié de la ſeconde formule du ſecond Cas de la même Pratique 10.

5 Lorſque la Voute ſera terminée par un ſeul Mur en *AB* ou en *AD*, ou par deux Murs en *AB*, *AD* (les autres côtés reſtant ouverts) ou par des Murs diſtants parallelement de *AD*, *AB*, *BG*, *GD*, ou les uns diſtants & les autres non; ou qu'elle ſera jointe à d'autres Voutes par un ou divers côtés: on trouvera qu'en tous ces differens cas, ſi elle n'eſt quelqu'une des Voutes précedentes ou de celles de mon Memoire de 1719. elle ſera compoſée de moitiés ou de quarts de ces Voutes. Et il ſera facile de la toiſer, en prenant convenablement les moitiés ou les quarts de leurs formules; leſquelles parties de formules ajoûtées enſemble. donneront des abreviations comme on l'a vû ci-deſſus.

Je n'ai point parlé de ces Voutes d'Arête dont l'Extrados ne deſcend pas juſqu'à l'Impoſte, lorſque leur plan n'eſt point un parallelogramme; parce qu'elles peuvent varier en une

* Fig. 68.

une infinité de manieres. Ce qu'on doit obſerver dans le Toiſé de leur ſolidité, c'eſt de tirer ſur le plan de la Voute les diagonales ou lignes qui repreſentent les Arêtes de l'Intrados & de l'Extrados, & de décrire enſuite le profil de chaque Lunette ; faire ſur ce plan & ſur ces profils, les préparations neceſſaires par les Regles que nous avons données, leſquelles bien entenduës, feront trouver la ſolution de tous les cas qui ſe preſenteront. L'exemple ſuivant va rendre ceci clair.

EXEMPLE.

* Soit *ABGD* le plan de la Voute renfermée entre quatre Murailles, & ſoient *CA*, *CB*, *CG*, *CD*, les lignes qui repreſentent les Arêtes de l'Intrados. Tirez *CQ*, *CX*, *CR*, *CE*, aux milieux *Q*, *X*, *R*, *E*, des côtés du plan, trouvez comme nous l'avons enſeigné ci-devant, la poſition des droites *CN*, *CS*, *CG*, *CF*, qui repreſentent les Arêtes de l'Extrados, & joignez-en les extremités par les droites *SG*, *NF*.

Maintenant pour la lunette ſur *ACB*, menez des points *A*, *N*, *S*, du plan *aCQ*, les perpendiculaires *Ag*, *Nx*, *Sm*, & du centre *C* à *AB*, la perpendiculaire *CI*.

† Sur le profil circulaire ou elliptique *ANVSB* par *AB*, élevez *VQ* perpendiculaire à *AB* en ſon milieu *Q*, faites *QL*, *QF*, égales à *QS*, *QN*, du plan, & *FO*, *Lp*, paralleles à *VQ*, qui couperont l'Arc de l'Extrados de la Voute en *N*, *S*, ou trou-

* Fig. 70. † Fig. 71.

vez ces points N, S, par le moyen des profils par SG, NM, comme il a été dit ci-devant.

Tirez de ces points NS les droites NR, Sr, paralleles à AB, & trouvez comme en la *Prat.* 8. *page* 541. *des Mem. de* 1719. RT par rapport au demi ſegment NVR, & rt par rapport au demi-ſegment SVr, & les ſurfaces de ces demi-ſegmens NVR, SVr. Cela fait, on aura

* La capacité du vuide de la Lunette ſur ACB,

$$= 6\tfrac{1}{3}\, CQ \times \tfrac{1}{7}\, Ag \times QH.$$

La ſolidité de la partie ſuperieure ſur NCQ, le profil de laquelle eſt NOV.

$$= \tfrac{1}{2} CQ \times Nx \times VT - \text{Surf. } NVR \times CI.$$

La ſolidité de la partie ſuperieure ſur SCQ, le profil de laquelle eſt SpV.

$$= \tfrac{1}{2}\, CQ \times Sm \times VT - \text{Surf. } SVr \times CI.$$

† Venant enſuite à la lunette ſur BCG, tirez des points S, B, G; à CX, les perpendiculaires Sb, Bd, Gq; du centre C, à GS, la perpendiculaire Cp, & du point X à BG, la perpendiculaire Xa, & faites $\Upsilon o = \Upsilon G$.

‡ Décrivez le profil $oLS\upsilon gG$ par SG, élevez $\upsilon\Upsilon$ perpendiculaire à oG en ſon milieu Υ, tirez des points S, g, correſpondans aux points S, G, du plan, les droites $S\Delta$, $g\delta$, pa-

* Fig. 70, 71. † Fig. 70. ‡ Fig. 72.

paralleles à LG, & trouvez comme en la *page* 541. *Mem. de* 1719. ΔZ par rapport au demi ſegment $S\upsilon\Delta$, & δz par rapport au demi-ſegment $g\upsilon\delta$, trouvez auſſi les ſurfaces de ces demi-ſegmens $S\upsilon\Delta$, $g\upsilon\delta$, & vous aurez

La capacité du vuide de la lunette ſur BCG.

$$= 6\tfrac{1}{3}\, CX \times \tfrac{1}{7}\, Bd \times \Upsilon h.$$

* La ſolidité de la partie ſuperieure ſur $SC\Upsilon$, le profil de laquelle eſt $SE\upsilon$.

$$= \tfrac{1}{2}\, C\Upsilon \times Sb \times \upsilon Z - \text{Surf. } S\upsilon\Delta \times Cp.$$

La ſolidité de la partie ſuperieure ſur $GC\Upsilon$, le profil de laquelle eſt $gK\upsilon$.

$$= \tfrac{1}{2}\, C\Upsilon \times Gq \times \upsilon x - \text{Surf. } g\upsilon\delta \times Cp.$$

La ſolidité du reſte de la partie ſuperieure répondant ſur la partie SGB du plan à peu-près

$$= \text{Surf. } EKg\upsilon SE \times X\omega$$

On operera de la même maniere pour chaque autre lunette de la Voute, & enfin on déduira toutes les ſolidités des vuides & parties ſuperieures trouvées, de la ſolidité du priſme, dont la baſe eſt le plan $ABGD$, & VQ la hauteur, c'eſt-à-dire, du produit ſurf. $ABGD \times VQ$, & le reſte ſera la ſolidité de la Voute propoſée.

* Fig. 70. 72.

La démonſtration eſt évidente par *Problême 6 & coroll. Probl. 7. des Mem.* 1719.

On voit que le nombre des differens produits pourra ſe diminuer en les joignant enſemble convenablement. Par exemple, des deux produits ſurf. $NVR \times CI$, ſurf. $\overline{SVr} \times CI$, on fera le ſeul produit ſurf. $\overline{NVR} + \text{ſurf. } \overline{SVr} \times CI$; & des deux produits ſurf. $Sv\Delta \times Cp$, ſurf. $gv\delta \times Cp$; le ſeul produit ſurf. $Sv\Delta +$ ſurf. $gv\delta \times Cp$, &c.

REMARQUE.

On n'a point dit dans les Pratiques du Toiſé de ces Voutes, de quelle maniere ayant le profil d'une lunette, l'on décrit les differens profils des autres lunettes, parce qu'ordinairement les gens du métier le ſavent. On diviſe la baſe du profil connu en parties égales, & les baſes des autres profils à décrire en pareil nombre de parties égales. On éleve des perpendiculaires à chaque point de diviſion de la baſe du profil connu juſqu'à la rencontre des Arcs du même profil: & à chaque point de diviſion des baſes des profils à décrire, on éleve auſſi des perpendiculaires égales chacune à ſa correſpondante de celles du profil connu, & l'on mene des courbes par les extremités de ces dernieres perpendiculaires, &c.

J'ai trouvé dans les Voyages de M. de Monconys, *que j'ai lûs par hazard depuis peu,*

peu, une methode de meſurer la ſurface des Voutes d'Arête ſous ce titre. De dimetiendis fornicibus decuſſatis: *mais cette methode qui eſt exacte pour les lunettes en plein cintre de ces Voutes, eſt entierement fauſſe pour les Lunettes ſurhauſſées & ſurbaiſſées: Dequoi j'ai crû devoir avertir.*

REMARQUE.

Sur la page 73. *de l'Hiſtoire de l'Academie de* 1719.

* Si on ſuppoſe $GE = AE$, le ſolide $GBAHC$ ſera celui dont il s'agit; mais j'ai démontré (*page* 511. *Memoires de* 1719.) que ce ſolide $GBAHC$ eſt égal à $\frac{2}{3}$ $AB \times DF \times GE$ ou (ce qui eſt le même) à $AB \times BC \times \frac{2}{3}GE$: & l'on ſait que la ſolidité de l'hemiſphere dont le rayon eſt AE, eſt égale au produit de la ſuperficie du Cercle du même rayon AE par $\frac{2}{3}GE$; donc à cauſe de la hauteur commune $\frac{2}{3}GE$; ce ſolide $GABHC$ eſt à l'hemiſphere, comme $AB \times BC$, c'eſt-à-dire le quarré inſcrit $ABCH$, eſt au cercle du rayon AE. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Si M. *Bernard* a démontré la même choſe, il lui étoit aiſé de voir que puiſque ce ſolide $GBAHC$ & l'hemiſphere ſont comme leurs baſes, leur hauteur eſt la même, & que par conſequent le produit de la ſurface de la baſe de ce ſolide par les deux tiers de ſa hauteur, ſavoir le produit AB

* Fig. 17. Pl. 26. des Mem. de 1719.

$\times BC \times \frac{2}{3}GE$, en donne le contenu. Ce qui eſt ma maniere de le toiſer par une ſeule multiplication ; au lieu que pour le toiſer ſuivant l'analogie démontrée, il faudroit trouver la ſolidité de l'hemiſphere, & les ſuperficies du cercle & du quarré inſcrit, & faire une regle de proportion.

D'ailleurs il n'eſt pas neceſſaire que *GE* ſoit égale à *AE*, ni que la baſe *ABCH* ſoit un quarré ; puiſque, par ce que j'ai démontré dans mon Memoire cité, on verra que le produit de la ſurface de la baſe de ce ſolide *GBHAC* par les deux tiers de ſa hauteur en donnera toûjours le contenu, ſoit que *GE* ſoit égale, plus grande ou plus petite que *AE*, & que cette baſe *ABCH* ſoit un quarré ou un parallelogramme ou un polygone régulier, quelconques.

J'ai auſſi, dans le même Memoire, donné des Pratiques pour trouver la ſurface de ces ſortes de ces ſolides ou Voutes que j'appelle avec les Architectes, *Voutes en Arc de Cloître.*

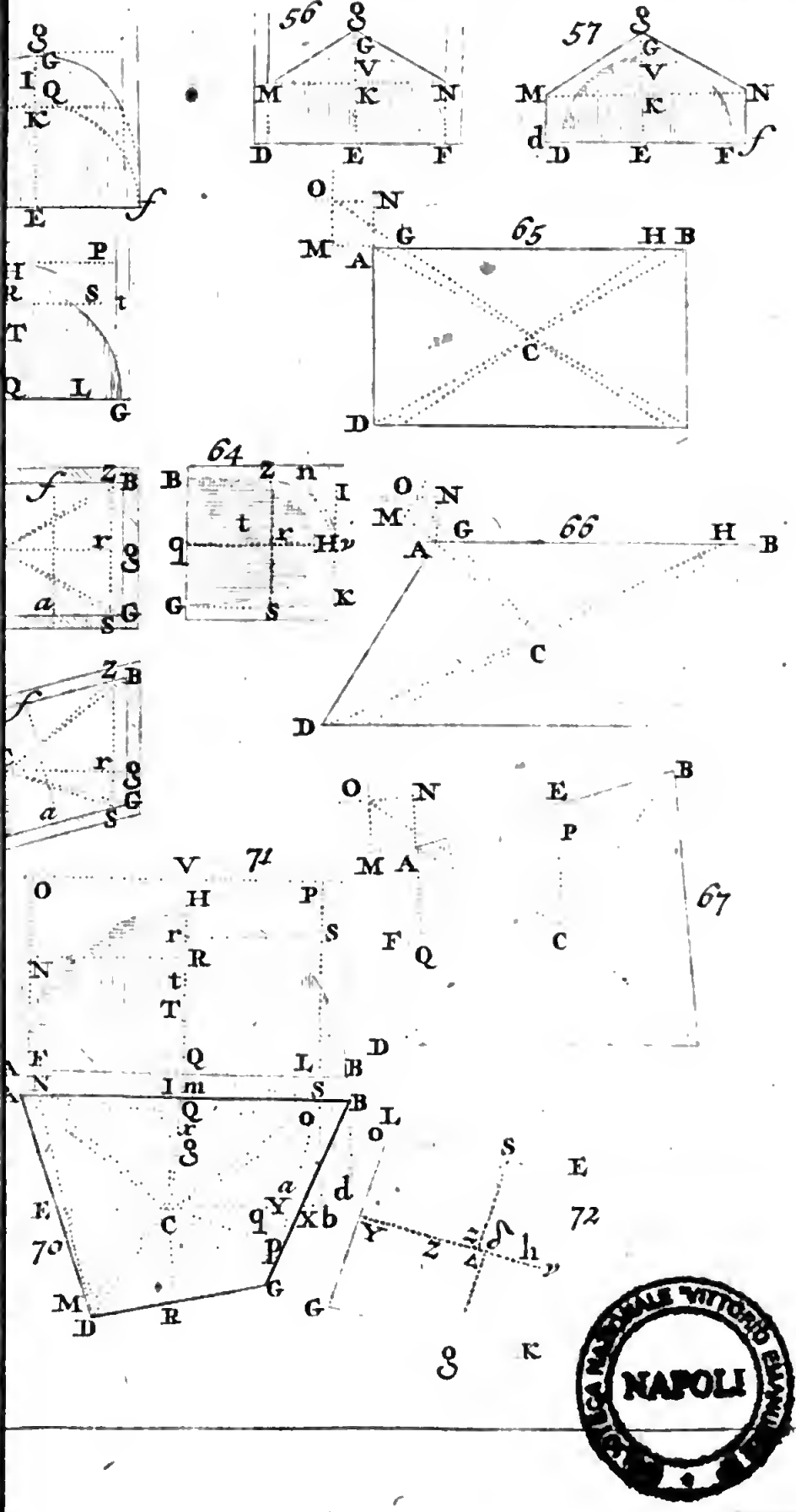
Fautes à corriger dans le Memoire ſur le Toiſé des Voutes, imprimé à la fin du Volume de 1719.

DANS LES PLANCHES.

Planche 25. *Figure* 6. prolongez en points *KM* en *B* *Figure* 8. il faut décrire du centre *K*, le quart de cercle *CDA* qui manque à cette Figure.

Planche 26. la Figure *OME* qui ſuit la Fig. 16. doit être marquée *X. Fig.* 19. met-

tez


56
57
65
64
66
67
71
72
NAPOLI

tez g entre C & G. *Fig.* 27. achevez en points les lignes OD, PF. *Fig.* 29. mettez D en l'interſection des lignes BA, dE.

AUX PAGES.

Page 485. *ligne* 19. *Cb* (*B*): *liſez*, *Cb* (*C*). *Pag.* 486. *ligne* 17. *Zf*: *Xf*: *liſez*, *Zf*: *XF* *Page* 488. *ligne* 3. menés; *liſez*, mené: *ligne* 4. *à fin.* $AHD \times KA$; *liſez*, $\frac{AHD \times KA}{2}$: *ligne ſuiv.* — $AD \times KG$, *liſez*, — $\frac{AD \times KG}{2}$. *Page* 493. *ligne* 24. o pied 5 lignes; *liſ.* o pied 3 pouces 5 lignes. *Page* 499. *ligne* 9. *GVZ* & les eſpaces: *liſ.* *GVZ*, les eſpaces. *Pag.* 503. *ligne* 18. (*Fig.* 10.) *liſez* (*Fig. X.*): *Page* 504. *ligne* 4 $c = a$, la circonference; *liſ.* $c =$ à la circonference: *ligne* 6 ou *bc*; *liſ.* ou *bC*. *Page* 506. *l.* 17. *ABCAH*; *liſ.* *ABCHA*. *Page* 511. *l.* 22. *La petite difference*, &c juſqu'à la ligne 26. incluſivement n'y doit point être. *Page* 514. *l. antep.* (*Fig.* 4.) *liſ.* (*Fig.* 24.) *Page* 515. *ligne* 15. laquelle *GI*; *liſ.* laquelle *gI*: *ligne* 17. multipliés; *liſ.* multiplice: *lignes* 21. & 22. *liſ.* $AB \times DF \times gE - \frac{2}{3} AB \times DF \times GE - AB \times MN \times gI - 20M \times AB =$ à la ſolidité de la Voute. *Page* 521. *l.* 2. *DHG*; *liſ.* *Dhg*. *l.* 14. $G \times DCF$; *liſ.* $DG \times CF$. *Page* 522. *l.* 5. *à fin.* $\overline{Dhg} - \overline{hG} \times CF$; *liſ.* $\overline{Dhg} - \overline{hP} \times CF$. *Page* 527. *l.* 7. *AfdA*; *liſez*, *AfdHA*: *ligne* 21. — *AD*; *liſ.* — 2*AD*: *ligne* 12. —; *Ad liſ.* $= 2Ad$.

— 2 *Ad. Page* 528. *ligne* 5. *à fin.* , *ed*, *Fh*; *lis. ed*, *fH. Page* 529. *l.* 13. — *FM*; *lis.* 2*FM*: *ligne* 14. — *fM*; *lis.* — 2*fM. Page* 533. *l.* 18. *VH* = pieds; *lis. VH* = 2 pieds. *Page* 534. *l.* 25. *VA*; *lis. VH*: *ligne* 29. eſt à cette ſolidité; *lis.* eſt cette ſolidité. *Page* 536. *ligne* 16. donnera de la Voute; *lis.* donnera celle de la Voute. *Page* 537. *l.* 25. $\frac{1}{7}xy$; *lis.* $\frac{1}{7}xr$: *ligne dern. VR*; *lis. VQ*: *Page* 538. *ligne* 1. pieds $Exxh$ = 1 pied; *lis.* pieds, xh = 1 pied: *ligne* 7. toiſes 1. toiſe 8. pouces; *lis.* toiſes 1 pied 8 pouces: *ligne* 18. $\frac{1}{7}hg$ larg. red. 3. 0. 1. 9. *lis.* $\frac{1}{7}hg$ larg. red. 0. 3. 1. 9. *Page* 540. *l.* 9. *VQ* = $6\frac{1}{3}$ *CF*; *lis. VQ* — $6\frac{1}{3}$ *CF*; *mettez* Fig. 49. *au bas de la Page qui ſe raporte à la ligne* 12. *Page* 541. *ligne* 15. *MFVSL*; *lis. MNVSL*. *l.* 24. Fig. 10. *lis.* Fig. X. *Page* 542. *ligne* 1. *RT* ſera = *VQ*; *lis. RT* ſera = *QR*. *l. dern. lis.* $CQ \times xC \times VT$ — ſurf. $NSV \times \frac{1}{2}ut$, dont le quadruple, ſavoir $IM \times xr \times VT$ — $NSV \times 2ut$: *Page* 543. *ligne* 27. xr = 2. 3. 6. *lis.* xr = 4. 3. 6.

FAUTES A CORRIGER

Dans les Memoires de 1719.

Page 393. *l.* 20. coniza: *lis.* conyza.

Page 417. *l.* 10. *au lieu de* Genre V. *lis.* VI.

Dans les Memoires de 1720.

Page 296. *ligne* 26. degré, en: *liſés*, de degré,

degré, ou si l'on veut, infiniment petites, en.

Page 308. *l.* 5. *à fin.* CV: *lis.* CK.

Page 310. *l.* 14. $\frac{AG+GT}{AG+GK}+\frac{TH}{KC}$: *lis.* $\frac{AG+GT+TH}{AG+GK+KC}$.

Ibid. *ligne* 14. & 15. $\frac{AG+GS}{AG+GI}+\frac{SF}{IC}=$: *lis.* $\frac{AG+GS+SF}{AG+GI+IC}=$.

Page 331. *ligne* 9. $n^2y^3=x^5$: *lis.* $n^3y^2=x^5$.

Ibid. *l.* 11. fini, qu'il : *lis.* fini, & arrivé au point de rebrouſſement de la développée, en diminuant juſqu'à un certain terme, qu'il.

Page 332. *ligne* 14. car $\frac{x^m}{y^p}$ varie : *lis.* car $\frac{x^m}{y^p}$ rapporté à differentes couches, varie.

Page 335. *l.* 10. en M, la : *lis.* en M, ſi l'on fait abſtraction de l'écart centrifuge, la.

Page 338. *ligne* 3. ſauroit : *lis.* pouvoit.

Page 341. *lignes* 7. & 8. en raiſon réciproque des : *liſez*, en raiſon des.

Ibid. *l.* 13. en raiſon des : *lis.* en raiſon réciproque des.

Ibid. *l.* 14. en raiſon ſoudoublée des : *lis.* en raiſon doublée réciproque des.

Page 353. *l.* 12. & 13. j'en ai : *lis.* j'en ſuis.

Dans

Dans les Memoires de 1721.

Page 240. *ligne* 24. *creſſa*: *liſ. craſſa.*
Page 247. *l.* 18. & *page* 269. *l.* 12. & 15. hirſutiè: *liſ.* hirſutie.
Page 256. *l.* 21. laciniatus: *liſ.* lanceatus.
Page 280. *l.* 10. 129. *liſ.* 229.
Page 281. *l.* 25. 380. *liſ.* 480.

FIN.

VA1 1541909